А.Е.РУДНИК, Л.А.КЛЮЕВА, М.С.МОСОЛОВА

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ

ДЛЯ ТЕХНИКУМОВ

А. Е. РУДНИК, Л. А. КЛЮЕВА, М. С. МОСОЛОВА

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ

для техникумов

Допущено Министерством
высшего и среднего специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для средних специальных учебных заведений

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1974

512
Р 83
УДК 512

Р $\frac{20202-145}{053\,(02)-74}$ 32-74

© Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1974 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 7

Глава 1. **Арифметика и алгебра** 9

§ 1. Обыкновенные и десятичные дроби 9
§ 2. Деление многочленов 11
§ 3. Разложение многочленов на множители 12
§ 4. Действия с дробями 12
§ 5. Вычисления на логарифмической линейке 13
§ 6. Приближенные вычисления. Абсолютная и относительная погрешность 17
§ 7. Действительные числа 19
§ 8. Прямая пропорциональная зависимость 22
§ 9. Линейная функция $y = kx + b$ и ее график . . 23
§ 10. Обратно пропорциональная зависимость 25
§ 11. Уравнения первой степени с одним неизвестным . . 26
§ 12. Системы уравнений первой степени с двумя и более неизвестными 28
§ 13. Неравенства и системы неравенств первой степени с одним неизвестным 30
§ 14. Степень с рациональным показателем 34
§ 15. Сложение и вычитание корней 40
§ 16. Умножение и деление корней 41
§ 17. Уничтожение иррациональности в знаменателе и числителе дроби 43
§ 18. Степени с нулевым, отрицательными и дробными показателями 45

Глава 2. **Векторы** 50

§ 19. Понятие вектора. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение векторов 50
§ 20. Умножение вектора на скаляр. Проекция вектора на ось. Координаты вектора на плоскости 53
§ 21. Зависимость между проекцией суммы векторов на ось и проекциями слагаемых на эту ось. Скалярное произведение двух векторов 55
§ 22. Комплексные числа 59

§ 23. Сложение и вычитание комплексных чисел 61
§ 24. Умножение, деление и возведение в степень комплексных чисел 61

Глава 3. Квадратные уравнения и уравнения, приводимые к квадратным. Квадратные функции и их графики 67

§ 25. Функция $y = ax^2$ и ее график 67
§ 26. Функция $y = ax^2 + c$ и ее график 68
§ 27. Функция $y = ax^2 + bx + c$ и ее график 70
§ 28. Неполные квадратные уравнения 71
§ 29. Полные квадратные уравнения 73
§ 30. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители 76
§ 31. Исследование квадратного трехчлена 77
§ 32. Квадратные неравенства 77
§ 33. Исследование корней квадратного уравнения по его дискриминанту 79
§ 34. Задачи на составление квадратных уравнений . . . 80
§ 35. Иррациональные уравнения 82
§ 36. Биквадратные уравнения 84
§ 37. Двучленные и трехчленные уравнения 86
§ 38. Возвратные уравнения 87
§ 39. Системы уравнений второй степени с двумя и более неизвестными 87
§ 40. Задачи на составление систем уравнений второй степени 91

Глава 4. Прогрессии 95

§ 41. Числовые последовательности 95
§ 42. Предел последовательности 96
§ 43. Арифметическая прогрессия 99
§ 44. Геометрическая прогрессия 103

Глава 5. Показательная функция и логарифмы 110

§ 45. Показательная и логарифмическая функции . . . 110
§ 46. Логарифмирование и потенцирование 113
§ 47. Десятичные логарифмы 119
§ 48. Показательные и логарифмические уравнения . . . 124
§ 49. Соединения 130
§ 50. Бином Ньютона 134
§ 51. Сложные проценты 137

Глава 6. Тригонометрические функции любого угла 139

§ 52. Измерение дуг и углов 139
§ 53. Изменение тригонометрических функций с изменением угла. Знаки тригонометрических функций . . 144
§ 54. Построение углов. Графики тригонометрических функций 147
§ 55. Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же угла 148

§ 56. Общий вид углов, соответствующих данному значению тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции 152
§ 57. Тригонометрические уравнения 157

Глава 7. **Теоремы сложения и их следствия** 159

§ 58. Формулы сложения 159
§ 59. Формулы приведения 164
§ 60. Тригонометрические функции двойного и половинного углов 168
§ 61. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму 174
§ 62. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение 174
§ 63. Тригонометрические уравнения 179
§ 64. Неравенства 181
§ 65. Системы тригонометрических уравнений 182

Глава 8. **Обзор свойств и графиков элементарных функций** . 183

§ 66. Общие свойства функций 183
§ 67. Некоторые степенные функции 190
§ 68. Дробно-рациональные функции. Асимптоты 190
§ 69. Показательная функция, логарифмическая функция и функции, связанные с ними 191
§ 70. Тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции 192
§ 71. Разные задачи 197
§ 72. Дополнения к разделу комплексных чисел 199

Глава 9. Предел функции и производная 203

§ 73. Предел функции 203
§ 74. Приращение функции 205
§ 75. Непрерывность функции 206
§ 76. Производная функции, ее геометрический и физический смысл 206
§ 77. Понятие о второй производной. Ускорение 208
§ 78. Возрастание и убывание функции 209
§ 79. Экстремумы функции 209

Глава 10. **Планиметрия. Зависимость между элементами треугольников, четырехугольников и некоторых других фигур** 211

§ 80. Прямоугольный треугольник 211
§ 81. Равнобедренный треугольник 211
§ 82. Косоугольные треугольники 212
§ 83. Площадь параллелограмма, треугольника, трапеции и круга. Вписанные и описанные фигуры 214

Глава 11. Стереометрия 217

§ 84. Перпендикуляр и наклонные к плоскости 217
§ 85. Угол прямой с плоскостью 219
§ 86. Параллельные прямые и плоскости 220

§ 87. Двугранные углы и перпендикулярные плоскости . 223
§ 88. Многогранные углы 225
§ 89. Параллелепипеды и призмы 227
§ 90. Поверхность параллелепипеда и призмы 229
§ 91. Пирамида 231
§ 92. Усеченная пирамида 234
§ 93. Поверхность пирамиды 235
§ 94. Цилиндр и его поверхность 237
§ 95. Конус и его поверхность 238
§ 96. Усеченный конус и его поверхность 239
§ 97. Объем параллелепипеда, призмы и цилиндра . . . 240
§ 98. Объем пирамиды и конуса 243
§ 99. Объем усеченной пирамиды и усеченного конуса . 245
§ 100. Шар и его части 246
§ 101. Тела вращения 248

Ответы 252

Таблица значений тригонометрических функций 318

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий сборник задач составлен в соответствии с утвержденной программой курса математики для средних специальных учебных заведений. При составлении задачника было учтено, что в 1975 году техникумы переходят на новые программы по математике, что сборник задач предназначается для учащихся дневных, вечерних и заочных отделений техникумов всех специальностей.

В сборнике содержится свыше 6000 задач и примеров, что дает возможность максимально обеспечить учащихся работой в классе и дома. В сборнике предусмотрен раздел повторения, который необходим для работы всем преподавателям и особенно работающим на вечернем и заочном отделениях техникумов.

В разделе повторения основное внимание уделено арифметике, алгебраическим преобразованиям, уравнениям и неравенствам. Работа по разделу повторения даст возможность преподавателю выяснить степень подготовленности учащихся к прохождению программы и наметить план ликвидации пробелов по отдельным темам.

В сборник включены примеры и задачи по темам программы, вступающей в силу в 1975 году: векторы, соединения, бином Ньютона, сложные проценты, обзор свойств и графиков элементарных функций, обобщение понятия числа, производные и т. д.

Особое внимание авторы уделили понятию функциональной зависимости, подбору примеров и задач, способствующих сознательному усвоению программы.

Задачи по геометрии состоят из двух частей: планиметрия и стереометрия. Имеются задачи на вычисление, доказательство, построение, отыскание геометрических

мест точек и взаимное расположение геометрических элементов в пространстве. При решении ряда задач можно использовать логарифмическую линейку и таблицы. Приведенное количество задач вполне охватывает все изучаемые разделы геометрии.

Сборник задач обеспечивает полностью специальности, работающие по программе 200—300 часов. Ограниченный объем книги не позволил отразить ряд тем по программе, рассчитанной на 380—400 часов, например, дифференцирование и интегрирование.

Преподавателям, работающим по программе, рассчитанной на 380—400 часов, рекомендуется пользоваться учебниками по высшей математике для техникумов: И. Л. Зайцев «Элементы высшей математики», Н. П. Тарасов «Курс высшей математики для техникумов», И. Ф. Суворов «Курс высшей математики», П. М. Савчук «Сборник задач по высшей математике для техникумов», Р. А. Калнин «Алгебра и элементарные функции».

По геометрии: П. П. Андреев, Э. З. Шувалова «Геометрия».

Авторы выражают искреннюю благодарность всем лицам, прочитавшим рукопись, сделавшим критические замечания и давшим полезные советы, направленные на улучшение рукописи.

Мы будем признательны всем, кто найдет время, чтобы высказать нам свои критические замечания.

Все замечания и пожелания с целью улучшения задачника просим направлять по адресу: 119034, Москва, Г-34, Кропоткинская набережная, 11, Московский энергетический техникум.

Авторы

ГЛАВА 1

АРИФМЕТИКА И АЛГЕБРА

§ 1. Обыкновенные и десятичные дроби

1. Найти все делители следующих чисел: 7; 11; 13; 37; 2457; 17331; 24570; 24572; 2300?

2. Приведите примеры чисел, которые делятся на 2; 3; 4; 5; 8; 9; 6; 12 и 15.

3. Найти:

(а) Наибольший общий делитель следующих чисел:
1) 980; 1176; 1225; 2) 250; 320; 810; 490;
3) 660; 1080; 1200; 1500.

(б) Наименьшее общее кратное следующих чисел:
1) 30; 75; 45; 18; 27; 2) 24; 108; 135; 216;
3) 770; 70; 231; 210; 110; 462; 4) 750; 600; 450.

4. (а) Как изменится дробь от прибавления к ее членам одного и того же числа, если эта дробь: 1) правильная, 2) неправильная? Приведите примеры.

(б) Назовите два способа сокращения дробей. Какая дробь называется несократимой?

(в) Назовите условия равенства двух несократимых дробей.

5. Выполнить действия:

1) $1\frac{3}{8}+1\frac{3}{4}-0{,}125$;

2) $\left(6\frac{8}{15}-1\frac{7}{20}\right):(2{,}8+0{,}2)$;

3) $12\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{3}{4}-0{,}125\right)$;

4) $\left(0{,}5+\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\right)\cdot(3+5{,}32-0{,}12)$.

6. Вычислить:

1) $\dfrac{2\frac{23}{50}+1\frac{16}{75}}{55{,}1:5}:\dfrac{15}{17}:\left(\dfrac{2}{15}+0{,}15\right)+\dfrac{\left(9\frac{18}{25}-6{,}52\right)\cdot 9}{40\frac{1}{2}\cdot 2:9}$;

2) $\left[\dfrac{\left(11-9\frac{1}{2}\right):20}{0{,}03\left(4{,}05-3\frac{13}{20}\right)}-\dfrac{0{,}45-0{,}225}{13{,}625:\left(2{,}6+\frac{1}{8}\right)}\right]:62\frac{91}{200}$;

3) $\dfrac{\left(\frac{1}{3125}-0{,}00008\right)\cdot 1250}{\left(\frac{1}{2000}-0{,}0001875\right):\frac{1}{3200}}+15{,}2:\frac{1}{10}$;

4) $\dfrac{\left[\left(7\frac{5}{8}+11{,}375\right)-\left(9\frac{48}{125}+3{,}116\right)\right]\cdot(20{,}001-9{,}986)}{0{,}3675:\frac{7}{50}-1\frac{7}{10}+4\frac{2}{3}\cdot 0{,}15}$;

5) $\dfrac{6\frac{7}{9}+0{,}(5)-0{,}45\,(3)}{0{,}(7)+0{,}54\,(6)+0{,}02}:3\frac{10}{11}$;

6) $\dfrac{5\frac{3}{9}-3\frac{3}{4}}{15{,}8\,(3):10}+5{,}(3)-\dfrac{3\frac{3}{4}}{1{,}58\,(3)}$;

7) $\dfrac{\frac{1}{9}+0{,}(2)+0{,}333\ldots+0{,}(4)}{0{,}0\,(1)+0{,}0\,(2)+0{,}0\,(3)+0{,}0\,(4)}$;

8) $\dfrac{\left[53\frac{3}{4}+9{,}1\,(6)\right]\cdot 1{,}2}{\left(10\frac{3}{10}-8{,}5\right)\cdot 0{,}(55)}-\dfrac{3\frac{13}{35}\cdot 5{,}8\,(3)}{3{,}(6)-3{,}1\,(6)}$.

7. Найти x:

1) $2x:12=4:6$;

2) $4x:\left(2\frac{1}{2}\cdot 4\right)=80:50$;

3) $2{,}(3):0{,}(3)=0{,}(7):x$;

4) $x:0{,}(3)=0{,}(12):0{,}1\,(6)$;

5) $0{,}(4):x=3{,}(3):2{,}25$;

6) $\frac{3}{4}:0{,}(41)=x:0{,}8\,(3)$;

7) $2{,}5:0{,}125=0{,}5x:0{,}75$;

8) $10:0{,}01=\frac{3}{10}:0{,}4x$.

8. Найти:

1) 8% от 20,4 т; 2) $\frac{3}{4}$ % от 600 т;

3) 62,5% от $248\frac{3}{4}$ га; 4) $3\frac{1}{4}$ % от 1980.

9. Магазин продал в первый день 15% поступившего с базы товара, во второй день — 40% остатка. Определить, сколько процентов поступившего в магазин товара осталось непроданным.

10. Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с содержанием 75% воды?

11. Найти число, если 1,(4)% его составляют 30,8.

12. Какой процент от числа 800,4 составляют числа 18,2; 20,4; 30,8; 42,5?

13. Сколько процентов составят

1) 0,(2) от 0,(8); 2) 0,(3) от 0,(6);

3) 3,0(5) от 8,0(3); 4) 1,(1) от 7,(7)?

§ 2. Деление многочленов

14. Выполнить деление многочленов:

1) $(a^2 + 6a^3 + 21 - 29a) : (-3 + 2a)$;

2) $(3x^3 - 5x^2 + 9x - 15) : (3x - 5)$;

3) $(2{,}4x^2y^2 + 1{,}4x^3y - 0{,}4x^4 + 5{,}4y^4) : (-0{,}3xy + 0{,}1x^2 - -0{,}9y^2)$;

4) $(4{,}1a - 7 - 0{,}1a^2 - 0{,}1a^3 + 1{,}5a^4) : (-0{,}2a + 0{,}3a^2 + 0{,}7)$.

15. Выполнить деление:

1) $[(x + y)^2 - (x - y)^2] : [(x + y) + (x - y)]$;

2) $[(x + y)^4 - (x - y)^4] : [(x + y)^2 + (x - y)^2]$;

3) $[(x + y)^3 + (x - y)^3] : [(x + y) + (x - y)]$;

4) $[2(a - b)^3 + 7(a - b)^2 + 7(a - b) + 2] : [2(a - b)^2 + + 3(a - b) + 1]$.

16. Упростить выражение

$$[(60a^2 + 50a - 60) : (2a + 3)(a + 12a^2 - 20) : (4a + 5)] : 30a$$

и найти его числовое значение при $a = -0{,}2$.

Решить уравнения (17—18):

17. $(15x - 10) : 5 - (8x + 12) : 4 = 7$.

18. $x(x - 3) - (6x^3 - 12x^2) : 6x = 3x + 4$.

§ 3. Разложение многочленов на множители

Разложить на множители многочлены (19—23):

19. 1) $7a^3b^3 + 49a^2b^2$; 2) $16xy^3 - 8y^4$;
3) $15x^{m+1} - 60x^m$; 4) $b^{2m} - c^{2m}$;
5) $a^{n+2}b^{2m} - a^{n+2}c^{2m}$; 6) $a^{m+n+3} - a^{m-n-1}$.

20. 1) $5x(a-b) - 3x^2(a-b) + 6x^3(b-a)$;
2) $3m(x^2+1) - 2m^2(x^2+1) + 4m^3(x^2+1)$;
3) $4x(a+b+c) + 8x^2(a+b+c) + 4x^3(a+b+c)$;
4) $16x^4(p-q) - 32x^3(q-p) - 16x^2(q-p)$.

21. 1) $ax^2 + ax - a - bx - bx^2 + b$;
2) $a - ax + ax^2 + b - bx + bx^2$;
3) $bx - cx + ax - cx^2 + bx^2 + ax^2$;
4) $cx^2 - ax - cx - bx + ax^2 + bx^2$.

22. 1) $a^2 + 2ab + b^2 - 1$; 2) $m^2 - 4 - 2mn + n^2$;
3) $2mn - m^2 + 9 - n^2$; 4) $25n^2 - 20mn - 36 + 4m^2$;
5) $2pq - q^2 + n^2 - p^2 + 2mn + m^2$.

23. 1) $x^8 + x^4 + 1$; 2) $x^4 + x^2y^2 + y^4$;
3) $a^3 + 6a^2 + 11a + 6$; 4) $2a^3 + a^2 - 4a - 12$;
5) $a^3 + 8a^2 + 17a + 10$; 6) $a^4 + a^3 + 6a^2 + 5a + 5$;
7) $432x^4y + 250xy^4$; 8) $x^3 + x + x^2 + 1 - (x+1)^2$.

§ 4. Действия с дробями

24. Выполнить действия:

1) $\left\{\dfrac{1}{\frac{1}{a^2}(a^2-b^2)} - \dfrac{a^2b}{a^2+b^2}\cdot\left[\dfrac{1}{\frac{1}{a}(ab+b^2)} + \dfrac{1}{\frac{1}{b}(a^2+ab)}\right]\right\} : \dfrac{b}{a-b}$;

2) $\left[\left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2}\right)\left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2}\right) + \left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{b^2}\right)\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}\right)\right] : \left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2}\right)$;

3) $\left[\frac{p}{q} - \frac{q}{p} + \frac{1}{p+q}\left(\frac{q^2}{p} - \frac{p^2}{q}\right)\right] : \left(1 - \frac{q}{p}\right)$;

4) $\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}\right)\cdot\left\{\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2\right) : \left[\frac{a^2+ab}{\frac{1}{2}(a^2+2ab+b^2)} - 1\right]\right\}$.

25. Упростить выражение:

$$\frac{b^2+c^2-2bc}{(a-b)^2+(b-c)^2-(c-a)^2}.$$

26. Упростить выражение, а затем найти его числовое значение при $a = 2\frac{3}{4}$ и $b = -1$:

$$\left(\frac{a-b}{2b-a} - \frac{a^2+b^2+b-2}{a^2-ab-2b^2}\right) : \frac{4a^4+4a^2b+b^2-4}{a^2+b+ab+a}.$$

27. Проверить справедливость равенства:

$$2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2a^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4 = \\ = (b + c - a)(a + b + c)(a - b + c)(a + b - c).$$

§ 5. Вычисления на логарифмической линейке

28. Составить множества чисел (по пять чисел в каждом множестве):

1) с порядком, равным нулю;
2) с порядком, равным -1; -2; -3; -4;
3) с порядком, равным 1; 2; 3; 4.

29. Проверить следующие результаты:

№№ п/п	Условие	Ответ	№№ п/п	Условие	Ответ
1	25,3 · 28,7	728	14	0,182 · 0,238	0,0433
2	11,13 · 22,2	247	15	0,42 · 1,52	0,638
3	135 · 0,644	86,9	16	3,51 · 14,6	51,3
4	0,238 · 3,82	0,909	17	2,42 · 6,54	15,83
5	6,75 · 3,45	23,3	18	4,83 · 1,47	7,10
6	2,9 · 24,5	71,1	19	0,0145 · 0,0724	0,001049
7	5,71 · 3,22	18,38	20	26,8 · 3,18	85,2
8	0,52 · 4,63	2,41	21	9,73 · 0,00905	0,088
9	0,748 · 0,856	0,641	22	0,0292 · 0,0126	0,00037
10	34,5 · 2,5	86,3	23	0,39 · 0,0235	0,0092
11	43,6 · 11,2	488	24	34,5 · 67,8	2340
12	0,34 · 0,113	0,0384	25	0,125 · 0,148	0,0185
13	42,3 · 2,64	112	26	0,438 · 0,836	0,366

30. Выполнить умножение чисел и сравнить результаты:

№№ п/п	Условие	Ответ
1	54,2 · 65,7 · 0,00125	4,45
2	0,0056 · 8,24 · 24,8 · 0,921	1,05
3	0,628 · 4,32 · 0,824 · 56,1	125,4
4	1,68 · 3,24 · 8,18 · 0,572	25,5
5	43,2 · 9,24 · 0,018 · 0,822	5,90
6	5,24 · 0,342 · 6,78 · 2,48 · 3,2	96,5
7	542 · 0,0621 · 3,22 · 0,128	13,87
8	10,4 · 0,86 · 0,724 · 1,32 · 3,84	32,8
9	0,093 · 6,81 · 9,37 · 7,82	46,4
10	0,368 · 4,21 · 8,63 · 0,48 · 3,3	21,2

31. Выполнить деление чисел и сравнить результаты:

№№ п/п	Условие	Ответ	№№ п/п	Условие	Ответ
1	27 : 1270	0,0213	9	9,59 : 243	0,0394
2	404 : 806	0,501	10	295 : 151	1,952
3	756: 330	2,29	11	7,96 : 0,384	20,7
4	7,69 : 3,16	2,43	12	6,46 : 0,0246	262
5	932 : 87,6	10,63	13	872 : 44,6	19,55
6	889 : 50,4	17,63	14	642 : 325	1,975
7	911 : 357	2,55	15	578 : 24,8	23,3
8	448 : 362	1,235	16	195 : 986	0,198

32. Выполнить действия и сравнить результаты:

1) $\frac{428 \cdot 14,6 \cdot 12,4}{325 \cdot 67,5} = 3,53;$

2) $\frac{625 \cdot 4,76 \cdot 14,8}{124 \cdot 15,4} = 23,1;$

3) $\frac{732 \cdot 0,168 \cdot 7,24 \cdot 0,542}{728 \cdot 0,424 \cdot 0,0524} = 29,9;$

4) $\frac{842 \cdot 15,6 \cdot 7,24 \cdot 0,667}{672 \cdot 4,25 \cdot 7,65} = 2,89;$

5) $\frac{6,84 \cdot 9,75 \cdot 5,42 \cdot 178}{137 \cdot 0,642 \cdot 7,25 \cdot 8,84} = 11,41;$

6) $\frac{6,18 \cdot 712 \cdot 3,42 \cdot 0,842}{0,614 \cdot 13,5 \cdot 12,5 \cdot 8,81} = 13,90;$

7) $\frac{3,16 \cdot 24,5 \cdot 6,35 \cdot 3,26}{8,25 \cdot 3,14 \cdot 8,42 \cdot 4,58} = 1,60;$

8) $\frac{9,41 \cdot 5,82 \cdot 63,7 \cdot 32,6}{28,5 \cdot 5,12 \cdot 0,244 \cdot 42,4} = 75,4.$

33. Вычислить при помощи логарифмической линейки квадраты данных чисел:

№№ п/п	Условие	Ответ	№№ п/п	Условие	Ответ
1	4^2	16	11	$0,0152^2$	0,000231
2	7^2	49	12	$82,1^2$	6740
3	25^2	625	13	$29,6^2$	876
4	$7,02^2$	49,3	14	$73,4^2$	5390
5	$4,72^2$	22,3	15	$95,6^2$	9140
6	$38,3^2$	1470	16	$67,5^2$	4560
7	$75,4^2$	5690	17	671^2	450 000
8	$0,053^2$	0,00281	18	931^2	867 000
9	$0,084^2$	0,00706	19	2345^2	5 500 000
10	$0,123^2$	0,0151	20	1854^2	3 430 000

34. Вычислить при помощи логарифмической линейки ки квадратные корни из данных чисел:

№№ п/п	Условие	Ответ	№№ п/п	Условие	Ответ
1	$\sqrt{0{,}0458}$	0,214	11	$\sqrt{986}$	31,4
2	$\sqrt{0{,}0591}$	0,243	12	$\sqrt{10{,}5}$	3,24
3	$\sqrt{16}$	4	13	$\sqrt{8{,}12}$	2,85
4	$\sqrt{529}$	23	14	$\sqrt{0{,}716}$	0,846
5	$\sqrt{625}$	25	15	$\sqrt{4440}$	66,6
6	$\sqrt{0{,}398}$	0,631	16	$\sqrt{2460}$	49,6
7	$\sqrt{3090}$	55,6	17	$\sqrt{0{,}00707}$	0,0841
8	$\sqrt{8450}$	92	18	$\sqrt{0{,}00131}$	0,0362
9	$\sqrt{9370}$	97	19	$\sqrt{0{,}00281}$	0,053
10	$\sqrt{2300}$	48	20	$\sqrt{0{,}000231}$	0,0152

35. Вычислить при помощи логарифмической линейки ки кубы данных чисел:

№№ п/п	Условие	Ответ	№№ п/п	Условие	Ответ
1	$3{,}41^3$	39,7	13	$5{,}08^3$	131
2	$7{,}39^3$	404	14	$52{,}5^3$	145 000
3	$1{,}81^3$	5,93	15	$63{,}1^3$	251 000
4	$14{,}3^3$	2 920	16	$6{,}23^3$	242
5	$13{,}3^3$	2 350	17	$7{,}22^3$	376
6	$2{,}35^3$	13	18	$7{,}02^3$	346
7	$25{,}6^3$	16 800	19	$89{,}1^3$	707 000
8	$2{,}52^3$	16	20	$0{,}706^3$	0,352
9	$3{,}09^3$	29,5	21	$74{,}6^3$	415 000
10	$38{,}2^3$	55 700	22	$89{,}9^3$	727 000
11	$4{,}21^3$	74,6	23	$9{,}51^3$	860
12	$0{,}431^3$	0,0801	24	$9{,}33^3$	812

36. Вычислить при помощи логарифмической линейки ки кубические корни из данных чисел:

№№ п/п	Условие	Ответ	№№ п/п	Условие	Ответ
1	$\sqrt[3]{111}$	4,81	10	$\sqrt[3]{530}$	8,09
2	$\sqrt[3]{16\,800}$	25,6	11	$\sqrt[3]{59{,}8}$	3,91
3	$\sqrt[3]{150}$	5,31	12	$\sqrt[3]{5{,}61}$	1,77
4	$\sqrt[3]{2\,350}$	13,3	13	$\sqrt[3]{66{,}9}$	4,06
5	$\sqrt[3]{252}$	6,32	14	$\sqrt[3]{69\,900}$	41,2
6	$\sqrt[3]{34{,}3}$	3,25	15	$\sqrt[3]{759}$	9,12
7	$\sqrt[3]{312}$	6,78	16	$\sqrt[3]{77\,300}$	42,6
8	$\sqrt[3]{3\,440}$	15,1	17	$\sqrt[3]{74{,}6}$	4,21
9	$\sqrt[3]{425}$	7,52	18	$\sqrt[3]{888}$	9,61

37. Выполнить при помощи логарифмической линейки ки следующие действия:

№№ п/п	Примеры	Ответы	№№ п/п	Примеры	Ответы
1	$\dfrac{21{,}6\cdot\sqrt{5{,}43}}{3{,}74}$	13,46	10	$\dfrac{0{,}626}{3{,}14}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{14{,}8}{88{,}6}}$	0,11
2	$\dfrac{6{,}42\cdot 5{,}3^2}{7{,}8}$	23,12	11	$\dfrac{469{,}3}{319}\cdot\sqrt{\dfrac{346}{2111}}$	0,596
3	$\dfrac{13{,}2\cdot 6{,}4^2}{\sqrt{9{,}7}}$	173,6	12	$\sqrt[3]{0{,}0563\cdot\sqrt{7{,}25}}$	0,833
4	$\sqrt[6]{\dfrac{0{,}07625}{14{,}37^2}}$	0,267	13	$\dfrac{6{,}08\cdot\sqrt{0{,}0495}}{15{,}8\cdot 0{,}00835}$	10,3
5	$\sqrt[3]{\dfrac{716{,}5}{2{,}22}}\cdot 30$	205,8	14	$\sqrt[4]{\dfrac{1{,}53^3\cdot\sqrt{0{,}14}}{0{,}894}}$	1,1
6	$\dfrac{13{,}6\cdot\sqrt{32{,}4}}{18{,}9^2}$	0,217	15	$\dfrac{91{,}3\cdot 0{,}16^2}{\sqrt{21{,}6}}$	0,503
7	$\dfrac{0{,}685\cdot\sqrt{0{,}88}}{0{,}965^2}$	0,690	16	$\dfrac{3{,}34\cdot\sqrt{81{,}4}}{0{,}96}$	31,4
8	$\dfrac{0{,}21\cdot 12{,}4^2}{\sqrt{2{,}54}}$	20,3	17	$\dfrac{26{,}3\cdot 11{,}5^2}{\sqrt{22{,}7}}$	730
9	$\dfrac{2{,}32\cdot 56{,}2^2}{8{,}25}$	888	18	$\dfrac{9{,}95\cdot 3{,}42^2}{\sqrt{4{,}55}}$	54,6

§ 6. Приближенные вычисления. Абсолютная и относительная погрешность

38. Округлить число 20,7853 до пяти значащих цифр и найти абсолютную и относительную погрешность получившегося приближенного числа.

39. При взвешивании получен результат 15 кг ($\pm 0{,}6\%$). Определить абсолютную погрешность.

40. Длина отрезка, равная 98,8 см, округлена до 1 м. Определить относительную погрешность измерения.

41. Масса тела принята за 60 кг. Определить пределы допустимых значений массы тела, если относительная погрешность при определении массы равна 2%.

42. Точное значение величины заключается между 54,98 см и 54,90 см. Определить относительную погрешность измерения.

43. Точное значение величины заключается между 302,35 см и 302,33 см. Определить относительную погрешность.

44. Вычислить площадь прямоугольника, стороны которого 7,2 см и 34,8 см. Определить относительную погрешность вычисления.

45. Выразить $4\frac{5}{7}$ приближенно десятичной дробью с тремя десятичными знаками. Определить относительную погрешность.

46. При двукратном измерении диаметра подшипника рабочий получил результаты 159,3 мм и 159,28 мм. Вычислить относительную погрешность.

47. Найти относительную погрешность приближенного значения числа π, если считать $\pi = 3{,}14$ и $\pi = 3{,}141592$.

48. При прокате прутка диаметром в 30 мм допускается отклонение от нормы в 3%. На сколько миллиметров можно ошибиться при прокате этого прутка, не делая брака?

49. Длина участка 25 м ($\pm 0{,}3$ м), ширина 20 м ($\pm 0{,}2$ м). Какое из измерений выполнено точнее?

50. Произведено измерение длины детали в 1,82 см ($\pm 0{,}3\%$). Определить, какие цифры числа 1,82 см являются верными.

51. Найти относительную погрешность числа 22,7, если все его цифры верные.

52. Найти относительную погрешность числа 12,48 ($\pm 0{,}02$).

53. При взвешивании получен результат 25 кг ($\pm 0{,}6\%$). Определить абсолютную погрешность.

Погрешность суммы и разности приближенных чисел

54. Вычислить сумму приближенных чисел $2{,}7 + 8{,}35 + 9{,}124$ и ее относительную погрешность.

55. Вычислить сумму приближенных чисел, полученных при замене каждого слагаемого суммы $\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13}$ десятичной дробью с двумя десятичными знаками, и ее относительную погрешность.

56. Вычислить величину суммы $2\frac{3}{4} + \frac{1}{15} + 4\frac{1}{3}$, заменяя каждое слагаемое десятичной дробью с тремя верными десятичными знаками, и ее относительную погрешность.

57. Вычислить сумму длин трех отрезков: 15,42 см; 20,2 см и 23,35 см и ее относительную погрешность.

58. При определении массы пяти предметов получили: 8,3 кг; 6,28 кг; 2,4 кг; 10,52 кг; 11,0 кг. Вычислить общую массу предметов и относительную погрешность вычисления.

59. Определить разность приближенных чисел 65 и 41 и ее абсолютную погрешность, если погрешность первого числа равна 0,3, а погрешность второго равна 0,65.

60. Измерение внешнего и внутреннего диаметра трубы дало для первого 28,7 см, а для второго 28,3 см. Вычислить толщину стенки трубы и абсолютную погрешность измерения.

61. Числа 29,6575 и 21,7342 округлить до второго десятичного знака, определить их разность и относительную погрешность.

Погрешность произведения и частного

62. Относительные погрешности чисел 80 и 30 соответственно равны 0,3% и 0,2%. Какова относительная погрешность их произведения?

63. Перемножить числа 53,2 и 25,0 и найти относительную погрешность их произведения.

64. Выполнить действия над приближенными числами:

$$2{,}243 + 9{,}2 \cdot 0{,}64.$$

65. Сторона правильной восьмиугольной пластинки равна 9,6 см ($\pm 0{,}05$). Найти периметр пластинки.

66. Определить площадь круга, если его диаметр 8,7 см. Произвести вычисление с помощью логарифмической линейки и без линейки, определить относительную погрешность.

67. Длина рельса 10,65 м. Какова длина десяти таких рельсов, уложенных друг за другом с зазором в 1 см? Какова относительная погрешность результата?

68. Ребро куба имеет длину 4,6 ($\pm 0{,}05$) см. Найти его объем.

69. Вычислить произведение $7\frac{3}{11} \cdot 1\frac{5}{6}$, обратив дроби в десятичные и округлив их до четырех десятичных знаков. Найти точное значение произведения, абсолютную и относительную погрешность.

70. Вычислить произведение $4{,}892 \cdot 5{,}83$ с точностью до 0,1 и определить относительную погрешность произведения.

71. Вычислить с точностью до 0,1 и определить относительную погрешность произведения $2{,}893 \cdot 7{,}82$.

72. Длина окружности равна 68 см ($\pm 0{,}1$ см). Найти ее диаметр.

73. Диаметр ведущего шкива, делающего 240 оборотов в минуту, равен 85 см. Каков диаметр ведомого шкива, если последний делает 360 оборотов в минуту?

74. Абсолютные погрешности делимого 60,0 и делителя 30,0 соответственно равны 0,05 и 0,03. Какова относительная погрешность частного?

75. Найти абсолютную погрешность частного $12{,}81 : 4{,}52$.

§ 7. Действительные числа

76. Изобразите на числовой оси 1; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; 2; 4; 5; $5\frac{1}{2}$; 6, а также и противоположные им числа.

77. 1) Изобразите на числовой оси все натуральные числа отрезка [8; 15].

2) Пусть рациональное число r представлено в виде отношения $\frac{p}{q}$ (p и q — целые числа, $q \neq 0$). Каким

способом можно образовать бесконечное множество чисел, равных r?

78. Докажите, что $\sqrt{2}$ не является рациональным числом (т. е. не может быть представлено в виде $\frac{p}{q}$, где p и q — целые числа).

79. Докажите, что $\sqrt{3}$ есть число иррациональное.

80. Изобразите на числовой оси числа $\sqrt{5}$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{7}$; $\sqrt{10}$.

81. Докажите, что:

1) число $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ иррациональное;

2) любое рациональное число может быть представлено бесконечной периодической десятичной дробью;

3) число 0,101001000100001 ... является иррациональным.

82. С какой степенью точности можно выразить иррациональное число с помощью рациональных чисел? Выразить число $\sqrt{2}$ с помощью рациональных чисел с точностью до: 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001.

83. Пусть N — множество целых чисел x таких, что $-11 < x \leqslant -5$. Выписать его элементы.

84. Опишите множество точек M на плоскости таких, что $OM \leqslant R$.

85. Исследовать, принадлежат ли числа $\frac{2}{5}$; $\frac{10}{13}$; $\frac{37}{40}$; $-\frac{5}{6}$ множеству $A=\left\{x\colon x=\frac{n^2+1}{n^2+4}\right\}$ (n — любое натуральное число)?

86. Даны: 1) A — множество квадратов; 2) B — множество четырехугольников; 3) C — множество прямоугольников; 4) D — множество параллелограммов. Выписать буквы, обозначающие эти множества, в таком порядке, чтобы каждая следующая обозначала подмножество предыдущего.

87. Найти пересечение числового отрезка [0; 8] с числовым отрезком [2; 10].

88. Найти пересечение множества чисел вида $\{n+1\}$ с множеством чисел вида $\{2n\}$.

89. Найти пересечение множеств натуральных делителей чисел 36 и 54.

90. Найти сумму множества четных чисел и множества нечетных чисел.

91. Пусть множество A есть отрезок [1; 5], множество B — отрезок [2; 7]. Найти: 1) $A \cap B$, 2) $A \cup B$.

92. Изобразите на числовой оси множество всех целых чисел на сегменте [—10; 10].

93. Из данного множества действительных чисел:

$$2,(535);\quad 4{,}123456789\ldots;\quad 7,(21);\quad 5,(3);$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}};\quad \sqrt{\frac{3}{5}};\quad \sqrt{\frac{2}{3}};\quad 14,(9);\quad 0{,}14257\ldots;$$

$$0{,}034057\ldots;\quad -1{,}731843\ldots;\quad -2{,}41325\ldots;$$

$$15{,}34257891\ldots;\quad \sqrt{3};\quad \sqrt{5};\quad \sqrt{7};\quad \sqrt{9};\quad \sqrt{16};\quad \sqrt{8};\quad \sqrt{13};$$

$$\sqrt{27};\quad \sqrt{17};\quad \sqrt{49};\quad \sqrt[4]{81};\quad \sqrt[3]{64};\quad \sqrt[3]{125};\quad \sqrt[4]{625}$$

составить множество рациональных чисел и множество иррациональных чисел.

94. Выполнить действия над действительными числами:

1) 5,37485... + 4,23143...; 2) 8,1834... — 7,2381;
3) 0,11235... + 1,27415...; 4) 12,6321... — 10,0314...;
5) 231 + 0,32157 ...; 6) 4 — 0,41235.

95. Вычислить:

1) 18, (3) + 19, (4); 2) 16,1 (5) + 14,21 (7);
3) 30,2 (15) — 2,3 (4); 4) 0,777 ... — 0,444 ...;
5) 1,222 ... + 3,333 ...; 6) 7,2121 ... — 3,1313 ...;
7) 0,1222 ... + 2,3444 ...; 8) 0,2 (5) + 0,1 (3).

96. Вычислить значения выражений с точностью до четвертого знака с недостатком:

1) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{15}+\sqrt{4}$;
4) $\sqrt{19}+\sqrt{7}$; 5) $\sqrt{18}-\sqrt{3}$; 6) $\sqrt{23}-\sqrt{10}$.

97. Вычислить значения выражений с точностью до четвертого знака с избытком:

1) $\sqrt{12}+\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{13}+\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{15}+\sqrt{4}$;
4) $\sqrt{19}+\sqrt{7}$; 5) $\sqrt{18}-\sqrt{3}$; 6) $\sqrt{23}-\sqrt{10}$.

98. Вычислить произведения действительных чисел с точностью до 0,01:

1) 2,3 и 2; 2) 3 и 2; 3) 5 и 3;
4) 125 и 5; 5) 8 и 2; 6) 7 и 7.

Вычислить частное действительных чисел с точностью до 0,1 (99—100):

99. 1) $\frac{2}{3,4}$; 2) $\frac{3}{2}$; 3) $\frac{0,03217}{0,02154}$.

100. 1) $\frac{0,(3)}{2,(2)}$; 2) $\frac{3,(2)}{0,1\,(3)}$; 3) $\frac{125}{5}$.

Выполнить действия над действительными числами (101—102):

101. 1) $\begin{array}{r} 8,333333333\ldots \\ +\ 3,123456789\ldots \\ \hline \end{array}$; 2) $\begin{array}{r} 8,333333\ldots \\ -\ 3,123456\ldots \\ \hline \end{array}$

102. 1) $\begin{array}{r} 8,3333333\ldots \\ \times\ 3,1234567\ldots \\ \hline \end{array}$; 2) $\frac{3,123456789\ldots}{4,333333333\ldots}$.

§ 8. Прямая пропорциональная зависимость

103. В прямоугольной системе координат построить точки:

1) $A\,(2;\ 3)$, $B\,(4;\ 6)$, $C\,(5;\ 7)$, $D\,(2{,}5;\ 3{,}5)$, $E\,(3{,}3;\ 4{,}2)$;

2) $A\,(-2;\ 3)$, $B\,(-4;\ 6)$, $C\,(-5;\ 7)$, $D\,(-2{,}5;\ 3{,}5)$, $E\,(-3{,}3;\ 4{,}2)$;

3) $A\,(2;\ -3)$, $B\,(4;\ -6)$, $C\,(5;\ -7)$, $D\,(2{,}5;\ -3{,}5)$, $E\,(3{,}3;\ -4{,}2)$;

4) $A\,(-2;\ -3)$, $B\,(-4;\ -6)$, $C\,(-5;\ -7)$, $D\,(-2{,}5;\ -3{,}5)$, $E\,(-3{,}3;\ -4{,}2)$.

Каждую группу точек построить на отдельном чертеже.

104. Выбрав прямоугольную систему координат, построить точки:

$A\,(8;\ 4)$, $B\,(-8;\ 4)$, $C\,(-8;\ -4)$, $D\,(8;\ -4)$.

Какая геометрическая фигура образуется, если эти точки соединить между собой?

105. Построить графики функций:

(а) на отдельных чертежах:

1) $y=x$; 2) $y=-x$; 3) $y=\frac{1}{2}x$; 4) $y=-\frac{1}{2}x$;

5) $y=2x$; 6) $y=-2x$; 7) $y=3x$; 8) $y=-3x$;

(б) на одном чертеже:

1) $y=0{,}2x$; 2) $y=0{,}4x$; 3) $y=0{,}8x$;

4) $y=-0{,}8x$; 5) $y=-0{,}4x$; 6) $y=-0{,}2x$.

Проследить за изменением угла, образуемого графиком функции $y=kx$ с осью Ox.

106. Построить графики функций:

1) $y=\frac{1}{3}x$; 2) $y=0$; 3) $x=8$

на одном чертеже и вычислить площадь фигуры, ограниченной этими графиками.

107. Найти координаты точки пересечения графиков функций $y=2x$ и $y=5x$.

108. Построить графики функций $y=\frac{2}{3}x$ на сегментах:

$$-4\leqslant x\leqslant -1 \quad \text{и} \quad [2;\ 4].$$

109. Построить график функции $y=\frac{3}{4}x$:

1) на сегментах $[-5;\ -2]$ и $[3;\ 8]$;
2) в интервалах $(-5;\ -2)$ и $(3;\ 8)$;
3) на всей оси $-\infty<x<\infty$.

110. Пусть $F(x)=\frac{1}{2}x$. Вычислить:

1) $F(-2)$; 2) $F(-1)$; 3) $F(0)$;
4) $F(2)$; 5) $F(6)$; 6) $F(8)$

и изобразить найденные значения функции на одном чертеже.

111. Как называются прямые $y=\pm x$?

112. Построить ординаты графика функции $y=-3x$ в точках: $(-2;\ 0)$; $(0;\ 0)$; $(2;\ 0)$.

§ 9. Линейная функция $y=kx+b$ и ее график

113. Построить графики функций:

1) $y=x+3$; 2) $y=x-3$; 3) $y=-x+3$;
4) $y=-x-3$

на одном чертеже и вычислить площадь фигуры, ограниченной этими линиями.

114. Построить графики функций: $y=3x+2$; $y=0$ и $x=2$ на одном чертеже и вычислить площадь фигуры, полученной при пересечении этих графиков.

115. Прямая $y=kx+b$ проходит через точки $A(3;\ 2)$ и $B(2;\ 5)$. Найти k и b.

116. Построить графики функций: $y=2$; $y=4$; $x=2$; $x=4$ на одном чертеже и найти площадь фигуры, полученной при пересечении этих графиков.

2;

117. Найти точку пересечения прямых

$$5x + 3y = 11 \quad \text{и} \quad 2x + y = 4.$$

118. Велосипедист едет в гору по инерции со скоростью $v = (-1{,}5t + 12)$ м/с. Сколько времени он проедет до остановки. (Дать геометрическую иллюстрацию решения.)

119. На одном чертеже построить графики функций:

1) $y = \frac{1}{2}x + 3$; 2) $y = \frac{1}{2}x - 3$;

3) $y = -\frac{1}{2}x + 3$; 4) $y = -\frac{1}{2}x - 3$

и найти координаты всех точек пересечения этих графиков.

120. Вагон движется в гору (по инерции) со скоростью $v = (-2t + 40)$ м/с. Сколько времени он проедет до остановки? (Дать геометрическую иллюстрацию решения.)

121. Построить график функции $y = -2x + 5$ на сегменте

$$3 \leqslant x \leqslant 7.$$

122. Найти абсциссы точек пересечения с осью Ox графиков функций:

1) $y = 3x + 5$; 2) $y = 4x - 2$; 3) $y = 2x + 3$.

123. Найти ординаты точек пересечения с осью Oy графиков функций:

1) $y = 3x - 4$; 2) $y = -3x + 2$;
3) $y = -5x + 1$; 4) $y = -x + 3$.

124. Найти наклон прямой $y = kx + 5$ в точке (2; 8).

125. Найти, при каком значении x функции $y = 3x - 2$ и $y = 4x + 3$ принимают одно и то же числовое значение.

126. Выяснить, пересекаются ли прямые $y = 3x - 2$ и $y = 3x + 4$, и если не пересекаются, то почему?

127. Решить графически системы уравнений:

1) $\begin{cases} x + y = 3, \\ x - y = 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + y = 3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x - 2y = 4, \\ 2x + 3y = 7; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x - y = 4; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + 2y = 7; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 4x - 3y = 6, \\ 3x + 2y = 13. \end{cases}$

128. Даны линейные функции $f(x)=k_1x+b_1$ и $\varphi(x)=k_2x+b_2$. Написать зависимость между параметрами k_1, k_2, b_1, b_2 этих функций, если:

1) прямые $f(x)$ и $\varphi(x)$ пересекаются;

2) прямые $f(x)$ и $\varphi(x)$ параллельны;

3) прямые $f(x)$ и $\varphi(x)$ сливаются в одну прямую.

129. Построить графики функций:

1) $y=|x|$; 2) $y=|x+3|$;

3) $y=|x-3|$; 4) $y=a|x|$;

5) $y=x+|x|$; 6) $y=x-|x|$;

7) $y=x\cdot|x|$; 8) $y=\frac{x}{|x|}$.

9) Известно, что прямые $y=\frac{2-2x}{c}$ и $y=2(1-cx)$ параллельны. Найти значение c и построить эти прямые на одном чертеже.

§ 10. Обратно пропорциональная зависимость

130. Выразить зависимость между длиной окружности c колеса автомобиля и числом n его оборотов, если автомобиль прошел путь, равный 100 м. Построить график этой зависимости.

131. Площадь прямоугольника 24 м^2. Выразить зависимость между его сторонами x и y формулой и графически.

132. Построить графики функций:

(а) на отдельных чертежах:

1) $y=\frac{1}{x}$; 2) $y=-\frac{1}{x}$; 3) $y=\frac{2}{x}$;

4) $y=\frac{3}{x}$; 5) $y=-\frac{3}{x}$; 6) $y=\frac{4}{x}$;

(б) на одном чертеже

1) $y=\frac{5}{x}$; 2) $y=\frac{6}{x}$; 3) $y=\frac{8}{x}$.

Сравнить построенные графики в зависимости от коэффициента k.

133. Тело, движущееся равномерно со скоростью v м/с, проходит за t секунд 50 м. Построить график зависимости между v и t.

134. Построить графики функций $y=\frac{12}{x}$ и $xy+12=0$ на одном чертеже для $x>0$.

135. На расстоянии 12 км поезд шел равномерно. Найти, в какой зависимости находится время t и скорость поезда v на этом расстоянии и построить график.

136. Периметр прямоугольника 8 см. Выразить площадь прямоугольника как функцию от длины его стороны и построить график.

137. Площадь треугольника равна 9 см^2. Выразить зависимость между его основанием и высотой и построить график.

138. Указать область определения и область изменения функций: 1) $xy = k$ при $k > 0$; 2) $xy = k$ при $k < 0$.

139. Построить графики функций:

1) $y = \frac{2}{|x|}$; 2) $y = \frac{4}{|x+1|}$;

3) $|xy| = 7$; 4) $y = \frac{7}{|x+7|}$.

§ 11. Уравнения первой степени с одним неизвестным

140. При каком значении x будет $y = \tilde{y}$:

1) $y = 5x - 8$, а $\tilde{y} = 12x + 3$;
2) $y = 3x - 7$, а $\tilde{y} = -x + 1$?

141. Решить уравнения аналитически и графически:

1) $2 - |x| = 1{,}5$; 2) $|4 - x| = 5$;
3) $|x - 4| = 5$; 4) $|3 + x| = 2x + 3$;
5) $|-1 + 7x| = -9x + 21$; 6) $|5 - x| = |x + 4|$.

142. Решить уравнения методом интервалов:

1) $|x + 2| + |x + 1| = 3$;
2) $|3x - 4| + |x + 3| = 4 - 3x$;
3) $|x| + |x + 2| + |2 - x| = x + 1$;
4) $|x + 2| + |x + 3| = |1 - x|$.

143. Решить уравнения аналитически:

1) $\frac{7-x}{x-6} = \frac{1}{x-6} + 5$; 2) $\frac{4-x}{x-3} = \frac{1}{x-3} + 2$;

3) $\frac{1}{x-4} = \frac{x-2}{2x-8}$; 4) $\frac{x-4}{x-5} = \frac{1}{x-5} + 5$;

5) $\frac{10-x}{x-7} = \frac{15+2x}{x-7} + 4$; 6) $\frac{3x-19}{5x-7} + \frac{4x-6}{5x-7} = 9$.

144. 1) При каком значении x произведение дробей

$$\frac{8x-3}{6x-3} \quad \text{и} \quad \frac{3x-4}{4x-5}$$

равно 1?

2) При каком значении x отношение дробей

$$\frac{12x-7}{10x+1} \quad \text{и} \quad \frac{6x-3}{5x+1}$$

равно 1?

145. При каком значении y разность дробей

$$\frac{18y+2}{y-4} \quad \text{и} \quad \frac{15y+1}{y+5}$$

равна 3?

146. При каком значении a сумма дробей

$$\frac{1}{a-3} \quad \text{и} \quad \frac{4}{a+1}$$

равна их произведению?

147. Решить уравнение:

$$\frac{2}{64x^3-16x^2-4x+1}=\frac{1}{1-8x+16x^2}-\frac{1}{1+8x+16x^2}.$$

148. 1) Найти x из $m=\frac{1-bx}{1+bx}$;

2) найти y из $k=\frac{by-1}{y+1}$;

3) найти z из $u=\frac{z+v}{m(z-v)}$;

4) найти m из $d^2=2mn\left(1+\frac{n}{2m}\right)$;

5) найти l из $t=\frac{m(a+l)}{a-l}$.

149. Решить уравнения (относительно x, y и z):

1) $\frac{x-a}{b}=\frac{x-b}{a}$; 2) $\frac{y-n}{m}-a=\frac{2y-m}{m}$;

3) $a-\frac{m+y}{m}=m-\frac{a+y}{a}$; 4) $\frac{c+z}{d}-2=\frac{z-d}{c}$.

150. При каком значении a уравнение

$$\frac{2a+x}{2a-x}=\frac{8a^2-3x}{x^2-4a^2}-\frac{x+a}{2a+x}$$

не имеет решений?

151. При каком значении m уравнение

$$\frac{x+m-2m^2}{m^2-x^2}=\frac{x+m}{m-x}+\frac{x}{m+x}$$

имеет бесчисленное множество решений?

§ 12. Системы уравнений первой степени с двумя и более неизвестными

Решить системы (152 — 160):

152. 1) $\begin{cases} x+y=5, \\ x-y=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+2y=3, \\ 5x-y=4; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x+4y=-3{,}4, \\ 6x-4y=5{,}2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 4x-2y=2{,}8, \\ 7x+4y=-2{,}6; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 0{,}3x-0{,}5y=-0{,}9, \\ 2{,}1x+y=7{,}2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2{,}4x-5{,}1y=-10{,}5, \\ 3x+2y=12. \end{cases}$

153. 1) $\begin{cases} \dfrac{y-4}{x-2y+3}=\dfrac{y}{x-3}-\dfrac{y(5-2y)}{(x-3)(x+3-2y)}, \\ 11-7x=3y; \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{y(5-4y)}{(2y-1)(3x-2y+1)}+\dfrac{5}{2y-1}=\dfrac{1-2y}{1+3x-2y}, \\ 30+4y=7x; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x}{x+5}+\dfrac{y}{y+2}=\dfrac{2(xy+2)}{(y+2)(x+5)}, \\ 3x+1=4y; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{1}{\dfrac{16-x^2}{2x^2-5}}+\dfrac{x+y}{x+4}=\dfrac{1}{\dfrac{4-x}{x-y}}, \\ 0{,}7x-0{,}3=y. \end{cases}$

154. 1) $\begin{cases} 5x-5y-6z=1, \\ 3z-13x+4y=1, \\ z+y+7x=0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y+z=6, \\ 3x-2y-z=0, \\ 5x+2y-4z=6; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x+4y-3z=2, \\ 4y-3x+3z=14, \\ 7y+5z=29; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 7x-4y+z=12, \\ 7x+3y+2z=21, \\ 2x-3y-z=-1; \end{cases}$

5) $\begin{cases} x-y-z=0, \\ x+y-3z=2, \\ 2x+3y-5z=7; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2x+3y-z=7, \\ 3x-3y+2z=2, \\ 4x+5y-4z=3. \end{cases}$

155.

1) $\begin{cases} \frac{3}{x}-\frac{2}{y}=1, \\ \frac{5}{x}+\frac{3}{z}=8, \\ \frac{3}{y}-\frac{6}{z}=-3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 0{,}4x+0{,}5y-0{,}3z=0{,}6, \\ 0{,}3x-0{,}2y+0{,}1z=0{,}2, \\ x+y-z=1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{5}{x}+\frac{3}{y}-\frac{4}{z}=4, \\ \frac{4}{x}-\frac{2}{y}+\frac{3}{z}=5, \\ \frac{7}{x}+\frac{8}{y}-\frac{6}{z}=9; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{2}{x+y}+\frac{3}{y+3z}=\frac{5}{6}, \\ \frac{3}{x+y}-\frac{4}{x-2z}=2\frac{1}{12}, \\ \frac{1}{y+3z}-\frac{2}{x-2z}=\frac{7}{9}. \end{cases}$

156.

1) $\begin{cases} 1{,}2x-0{,}4y-0{,}6z=5, \\ 0{,}6y+0{,}2z-0{,}4v=4, \\ 0{,}4x-0{,}3y-0{,}2t=1{,}3, \\ 0{,}1x-0{,}2v+0{,}1t=0{,}4, \\ 0{,}2y+0{,}1v=1{,}7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x+5y+z-u=a, \\ 7y+5z+u-x=b, \\ 7z+5u+x-y=c, \\ 7u+5x+y-z=d; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y+z+t=4, \\ 2x+3y-2z-t=2, \\ 2x-3y+2z+t=2, \\ 3x+4y-2z-t=4; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5x-3y+4z-2t=4, \\ 10x+3y-4z+2t=11, \\ 7x-5y+8z-10t=0, \\ 4x+5y-8z+10t=11. \end{cases}$

157. 1) $\begin{cases} ax+by=c, \\ ax-by=d; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x-m}{2}+\frac{y-n}{3}=m, \\ \frac{x-n}{3}+\frac{y-m}{2}=n. \end{cases}$

158.

1) $\begin{cases} \frac{x}{a-b}-\frac{y}{a+b}=\frac{4ab}{a^2-b^2}, \\ \frac{x}{a-b}+\frac{y}{a+b}=\frac{4a^2+b^2}{a^2-b^2}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{d-x}{y-c}=\frac{c+d-x}{y-c+d}, \\ \frac{x-c}{d}=\frac{y+d}{c}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{y+b}{x+c}=\frac{a+c}{a+b}, \\ c(c-a+x)=b(b-a+y); \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{mx+ny}{5}=k, \\ \frac{1}{4}x-0{,}25y=l. \end{cases}$

159. 1) $\begin{cases} 2y(a-2)+a(a-2)(x+y)=2(a-1), \\ 1:\frac{2a}{x}+1:\frac{2a-4}{y}=1:\frac{a^3-4a}{a+1}; \end{cases}$

2) $\begin{cases} axy=x+y, \\ bxy=y-x; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} ay+bx=cxy, \\ y+x=xy; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2a(x-ay)-(x+ay)=(x+ay)(x-ay), \\ (x+ay)(x-ay)-3(x+ay)=10a(x-ay). \end{cases}$

160.

1) $\begin{cases} (x+y):(a+b)=(x-y):(a-b), \\ ax+by=a-c \quad \text{при} \quad a \neq \pm b; \end{cases}$

2) $\begin{cases} ab^2(y+b^2)-(a+b)(x-a^2)(y+b^2)=a^2b(a^2-x), \\ 1:\frac{x-a^2}{b^2}+1:\frac{y+b^2}{a^2}=2. \end{cases}$

161. Определить все значения a и b, при которых система уравнений

$$\begin{cases} (1+a)x+(a+b)y=b-a; \\ (5+a)x+2(a+b)y=b-1 \end{cases}$$

имеет бесчисленное множество решений и при которых она не совместна.

§ 13. Неравенства и системы неравенств первой степени с одним неизвестным

162. Сравнить следующие числа и записать связь (зависимость) между ними с помощью знака неравенства:
1) 23 и 25; 2) -23 и -25; 3) $-4{,}8$ и -17.

163. Переменная величина x изменяется от 3 до 8. Запишите с помощью знаков неравенства, что x изменяется:
1) в закрытом интервале от 3 до 8;
2) в открытом интервале от 3 до 8;
3) в полуоткрытых интервалах от 3 до 8.

164. Перечислить и записать с помощью букв a, b, c и d свойства числовых неравенств.

165. Пусть $a>b$. Следует ли отсюда, что $a^n>b^n$? Приведите примеры.

166. Если $a>b$ и $c=d$, то всегда ли $ac>bd$ и $\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$? Приведите примеры.

167. Если $a > b$ и $c > d$, то всегда ли $ac > bd$ и и $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$? Приведите примеры.

168. Какие знаки имеют числа a и b, если:

1) $ab > 0$; 2) $ab < 0$?

169. При перемножении следующих неравенств выяснить, любые ли два неравенства одинакового смысла можно почленно умножать:

1) $\begin{cases} 10 > 5, \\ 12 > 8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -4 > -8, \\ -6 > -12; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} -15 > -30. \\ -10 > -20; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 17 > 14, \\ 3 > 2; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 6 > -20, \\ -2 > -7; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} -9 < 5, \\ 11 < 14. \end{cases}$

170. Всегда ли из $a > b$ вытекает, что $a^n > b^n$? Ответ пояснить примерами.

171. Обязательно ли из $a^n < b^n$ следует, что $a < b$? Ответ пояснить примерами.

172. При каком условии можно делить почленно два неравенства противоположного смысла? Ответ пояснить примерами.

173. Пусть $a > 0$, $b > 0$ и $a^n > b^n$ (n — натуральное число); тогда $a > b$. Пользуясь этим правилом, сравните числа:

1) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ и $\sqrt{10}$; 2) $\sqrt{6} + \sqrt{3}$ и $\sqrt{5} + \sqrt{2}$;

3) $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4}$ и $\sqrt[3]{30}$; 4) $\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{8}$ и $\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{12}$.

Используя формулы

$$\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}; \quad \frac{a+b+c}{3} \geqslant \sqrt[3]{abc};$$

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} \geqslant \sqrt[n]{a_1 a_2 \ldots a_n}; \quad a + \frac{1}{a} \geqslant 2,$$

доказать справедливость следующих неравенств (174—177):

174. 1) $\frac{a}{3} + \frac{3}{a} \geqslant 2$ $(a > 0)$;

2) $\frac{a+2}{a} + \frac{a+2}{2} \geqslant 4$ $(a > 0)$;

3) $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geqslant \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ $(a > 0$ и $b > 0)$;

4) $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geqslant 2(a + b + c)$;

5) $\frac{a^2}{b}+\frac{b^2}{a}>a+b$ $(a>0,\ b>0,\ a\neq b)$;

6) $n^3+1<n^2+n$ $(n<-1)$;

7) $\frac{a+bn}{n+1}\geqslant\sqrt[n+1]{ab^n}$ $(a>0,\ b>0)$;

8) $\frac{2ab}{a+b}\leqslant\sqrt{ab}$ $(a>0,\ b>0)$.

175. 1) $\frac{a+bn^4}{n^2}\geqslant 2\sqrt{ab}$ $(a>0,\ b>0)$;

2) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2\geqslant 12{,}5$ $(a+b=1,\ a>0,\ b>0)$;

3) $\frac{a+2}{2}\geqslant\sqrt{2a}$ $(a>0)$.

176. 1) $\frac{1}{\sqrt[3]{abc}}\geqslant\frac{3}{a+b+c}$ $(a>0,\ b>0,\ c>0)$;

2) $\left(\frac{n+1}{2}\right)^n\geqslant 1\cdot 2\cdot 3\ldots n$ $(n\geqslant 1)$.

177. 1) $\sqrt[m]{3\cdot 6\cdot 9\cdot 12\ldots 3m}\leqslant\frac{3+6+9+12+\ldots+3m}{m}$;

2) $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\geqslant 3$ $(a>0,\ b>0,\ c>0)$.

178. Решить неравенства аналитически:

1) $\frac{2x+2}{7}-\frac{4x-3}{2}<\frac{2+13x}{14}-1$;

2) $25\left(x-\frac{1}{5}\right)\left(x+\frac{1}{5}\right)+3x-1>(5x-2)^2+\frac{43x-2}{2}$;

3) $9(x+1)^2-\frac{8x-2}{3}>(3x+2)(3x-2)+\frac{23x-3\frac{1}{3}}{2}$.

Решить неравенства аналитически и графически (179—181):

179. 1) $|x|>3$; 2) $|x|<3$; 3) $|x-1|\geqslant 2$.

180. 1) $|3x-1|>2$; 2) $|1+4x|<5$; 3) $|2x-4|\geqslant 6$.

181. 1) $|x+1|\leqslant 2$; 2) $|x+5|>3$; 3) $|x-5|<3$.

182. В каких интервалах изменяется x, если;

1) $5<10x<20$; 2) $-8\leqslant 16x\leqslant 32$;

3) $-14\leqslant -7x\leqslant 42$; 4) $-45<-9x<-9$.

188. В каких пределах заключена сумма $x+y$, если:

1) $3<x<5$ и $2<y<7$;
2) $4{,}2<x<8$ и $2<y<5$;
3) $8\leqslant 4x\leqslant 16$ и $9<3y<27$;
4) $20<5x<25$ и $7\leqslant 14y\leqslant 42$.

Решить системы неравенств (184—186):

184.

1) $\begin{cases} 6x-8<3(4x-3)+16, \\ \dfrac{4(x+1)}{5}<\dfrac{3}{5}x+1; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x>\dfrac{2}{3}-\dfrac{2x-13}{33}, \\ \dfrac{x}{36}+\dfrac{1}{9}(x-7)<\dfrac{x}{3}-2\dfrac{2}{9}; \end{cases}$

3) $\dfrac{(x-6)(3x+15)}{4+x}>0;$

4) $\begin{cases} 5(x-1)+5{,}5>2x+2{,}5(x+1), \\ 51x-85<34(x-1). \end{cases}$

185.

1) $\begin{cases} \dfrac{3x+5}{2}-\dfrac{2x-1}{3}>\dfrac{x-6}{6}+5, \\ \dfrac{x-3}{5}<\dfrac{5x-1}{2}-\dfrac{6x+1}{3}; \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{5-x}{4}-\dfrac{x-1}{3}>\dfrac{x+1}{4}-1, \\ \dfrac{4}{5}x-1-\dfrac{2x-1}{3}>\dfrac{15x+7}{15}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{2m+2}{7}-\dfrac{4m-3}{2}<\dfrac{2+13m}{14}-1, \\ 3\dfrac{1}{3}-\dfrac{5-4m}{6}>\dfrac{m-2}{2}-\dfrac{3m+1}{3}; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 4x+\dfrac{2x-3}{2}<\dfrac{7x-5}{2}, \\ \dfrac{7x-2}{3}-2x>5-\dfrac{x-2}{4}; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 5x-\dfrac{2x+3}{3}<x-21, \\ \dfrac{x}{2}-1>1{,}5x-\dfrac{47+x}{15}. \end{cases}$

186.

1) $\begin{cases} \dfrac{6-x}{2}-4<\dfrac{2+3x}{5}-1, \\ \dfrac{2}{3}x+2(2x-1)<3x+1; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - \frac{2x-3}{5} < 2 + \frac{2x-3}{3}, \\ 5x - \frac{7x-1}{2} + \frac{2x-5}{5} > \frac{7}{10}. \end{cases}$

187. Определить, при каком целом значении k система уравнений

$$\begin{cases} x - \frac{ky}{3} = \frac{1}{3}, \\ x + 2y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

имеет отрицательные решения ($x < 0$ и $y < 0$).

188. Определить, при каком целом значении a система уравнений

$$\begin{cases} x - \frac{8}{5}y = \frac{1}{5}, \\ ax + \frac{2}{5}y = \frac{1}{5} \end{cases}$$

имеет положительные решения ($x > 0$, $y > 0$); найти эти решения. При найденном значении a решить систему уравнений графически.

189. Определить, при каких значениях a система уравнений

$$\begin{cases} 3x + 8ay = -78, \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

имеет отрицательные решения ($x < 0$, $y < 0$).

Из множества всех найденных значений a выбрать только целые числа.

§ 14. Степень с рациональным показателем

190. Возвести в степень:

1) $(-1)^2$; 2) $(-2)^2$; 3) $(-1)^3$;
4) $(-1)^{2n-3}$; 5) $(-2)^{2n}$; 6) $(-1)^{2n+1}$;
7) $(-1)^{2n-1}$; 8) $(-1)^{2n+3}$; 9) $(-1)^{4n-2}$;
10) $(-1)^{4n-3}$; 11) $(-1)^{2n+2}$; 12) $-(-1)^{2n}$;
13) $-(-1)^{2n\pm1}$; 14) $-(-3)^2$; 15) $-(+3)^2$;
16) $-(-3)^3$.

Вычислить (191—193):

191. 1) $(2^2)^3$; 2) $(-2)^3$; 3) $-(-2^2)^3$;
4) $(4^2-3^2)^3$; 5) $(3^2-4^2)^3$; 6) $(4^2-5^2)^2$.

192. 1) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left(-\frac{1}{2}\right)^4-(-2)^3-(-1)^{2m-1}$;

2) $(-0{,}2)^2-(-0{,}02)^3-(-5)^2-(-1)^{2n+1}$.

193. 1) $x^2+x^3-x^4-x$ при $x=-1$;
2) $3x-2x^2+4x^3-x^4$ при $x=-3$;
3) a^2bc^3 при $a=-1$, $b=-2$, $c=-2$;
4) $a(b^2c)^3$ при $a=-2$, $b=-1$, $c=3$.

Возвести в степень (194 — 195):

194. 1) $(2a)^2$; 2) $(-3a)^2$; 3) $-(2a)^2$; 4) $(-2{,}4)^2$;
5) $(-2ab)^3$; 6) $(2\cdot 3\cdot 4)^3$; 7) $-(abc)^2$;
8) $[-(-a)\cdot(-b)]^3$; 9) $-[(-a)\cdot(-b)\cdot(-c)]^3$;
10) $\left(-\frac{a^3}{b^2}\right)^2$; 11) $\left(-\frac{a^2}{b^4}\right)^3$; 12) $\left(-\frac{a^2bc}{mn^3}\right)^4$.

195. 1) $\left(\frac{5abc}{pq}\right)^2$; 2) $-\left[\frac{-4(-2a^3)\cdot b^4}{(-3c)^3}\right]^2$;

3) $-\left[\frac{-4(-2a)\cdot b}{-3c}\right]^3$; 4) $\left[\left(\frac{a^2bc^2}{pq}\right)^8:\frac{a^2b^3c^4}{p^3c^6}\right]^3$;

5) $\left[-\frac{5a^n(b+c)^k}{3b^m(p+q)^n}\right]^{2m+1}$; 6) $(a+b+c)^2$;

7) $(a+b+c+d)^2$; 8) $(a-b-c-d)^2$.

196. Извлечь квадратные корни из чисел:

1) 841;	2) 784;	3) 1225;
4) 1849;	5) 7921;	6) 5329;
7) 4624;	8) 2401;	9) 3136;
10) 7225;	11) 57 600;	12) 32 400;
13) 14 400;	14) 28 900;	15) 54 756;
16) 725 904;	17) 488 601;	18) 501 264;
19) 700 569;	20) 632 025;	21) 613 089;
22) 22 562 500;	23) 5 616 900;	24) 3 587 236;
25) 2 105 401;	26) 3 426 201;	27) 2 934 369.

197. Извлечь квадратные корни из дробей:

1) $\frac{16}{25}$; 2) $\frac{36}{49}$; 3) $\frac{25}{49}$; 4) $\frac{16}{81}$;

5) $\frac{225}{64}$; 6) $\frac{625}{529}$; 7) $\frac{169}{196}$; 8) $\frac{289}{676}$;

9) 0,25; 10) 0,49; 11) 0,81; 12) 2,25;
13) 6,25; 14) 1,69; 15) 2,89; 16) 0,0529.

Вычислить (198—200):

198. 1) $\sqrt[3]{3}$; 2) $\sqrt[3]{27}$; 3) $\sqrt[3]{-8}$; 4) $\sqrt[3]{-27}$;
5) $\sqrt[3]{64}$.

199. 1) $\sqrt[4]{16}$; 2) $\sqrt[4]{625}$; 3) $\sqrt[5]{-32}$; 4) $\sqrt[6]{64}$;
5) $\sqrt[7]{-128}$.

200. 1) $\sqrt[8]{256}$; 2) $\sqrt[8]{\frac{6561}{25\,536}}$; 3) $\sqrt{2395\frac{494}{1225}}$;
4) $\sqrt{4497\frac{553}{784}}$; 5) $\sqrt{0{,}6103515625}$;
6) $\sqrt{0{,}1220703125}$; 7) $\sqrt{0{,}244140625}$.

201. Из выражений

1) $\sqrt{-4}$; 2) $\sqrt{-16}$; 3) $\sqrt{-25}$; 4) $\sqrt[3]{-8}$;
5) $\sqrt[3]{-27}$; 6) $\sqrt[4]{-64}$; 7) $\sqrt{-49}$; 8) $\sqrt[3]{-125}$;
9) $\sqrt[5]{-32}$; 10) $\sqrt[n]{a^n}$

составить множество, которое имеет смысл, и множество, которое смысла не имеет.

202. Найти области определения радикалов:

1) $\sqrt{x-4}$; 2) $\sqrt{3x-6}$; 3) $\sqrt[4]{5x-4}$;
4) $\sqrt[6]{7x+42}$; 5) $\sqrt[3]{8x+5}$; 6) $\sqrt[5]{3-2x}$;
7) $\sqrt[3]{-x+4}$; 8) $\sqrt[3]{-3x-5}$.

В следующих выражениях (203—208) найти арифметические значения корней, используя формулу

$$\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases} x, & \text{если } x>0,\\ -x, & \text{если } x<0,\\ 0, & \text{если } x=0.\end{cases}$$

203. 1) $\sqrt{a^2}$; 2) $\sqrt{(-1)^2}$; 3) $\sqrt{(-15)^2}$;
4) $\sqrt{(-3)^2}$; 5) $\sqrt{(2-x)^2}$.

204. 1) $\sqrt{(5-x)^2}$; 2) $\sqrt{(x-7)^2}$;
3) $\sqrt{(x^2+x+1)^2}$; 4) $\sqrt{x^2+2x+1}$.

205. 1) $\sqrt{625}$; 2) $\sqrt{576}$; 3) $\sqrt{729}$; 4) $\sqrt[3]{27}$;
5) $\sqrt[4]{16}$.

206. 1) $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$; 2) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$;
3) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$.

207. 1) $\sqrt[4]{(2-\sqrt{5})^4}$; 2) $\sqrt[3]{(2-\sqrt{5})^3}$;
3) $\sqrt[6]{(3-\sqrt{10})^6}$.

208.
1) $\sqrt{(7-x)^2}$ при $x \leqslant 7$; 2) $\sqrt{(7-x)^2}$ при $x \geqslant 7$;
3) $\sqrt[4]{(12-x)^4}$ при $x \leqslant 12$; 4) $\sqrt[4]{(12-x)^4}$ при $x \geqslant 12$.

209. Преобразовать корни так, чтобы подкоренные выражения были положительными:

1) $\sqrt[2n-1]{-a}$ при $a > 0$; 2) $\sqrt[3]{-10}$;
3) $\sqrt[3]{-15}$; 4) $\sqrt[5]{-3}$;
5) $\sqrt[7]{-4}$; 6) $\sqrt[3]{x-3}$ при $x < 3$;
7) $\sqrt[3]{7-3x}$ при $x > 2{,}9$; 8) $\sqrt[3]{10-4x}$ при $x \geqslant 3$.

Используя основное свойство арифметического корня, сократить показатели корня и подкоренного выражения (210—212):

210. 1) $\sqrt[4]{2^8}$; 2) $\sqrt[4]{2^6}$; 3) $\sqrt[4]{4}$; 4) $\sqrt[4]{25}$.

211. 1) $\sqrt[4]{a^2}$; 2) $\sqrt[6]{a^3}$; 3) $\sqrt[15]{a^{10}}$; 4) $\sqrt[12]{a^6}$.

212. 1) $\sqrt[14]{a^2b^4c^2}$; 2) $\sqrt[6]{(a+b)^3c^3}$; 3) $\sqrt[10]{(a-b)^5c^5}$.

Привести арифметические корни к общему показателю (213—215):

213. 1) $\sqrt{2}$ и $\sqrt[4]{3}$; 2) $\sqrt[3]{5}$ и $\sqrt[6]{3}$; 3) $\sqrt[4]{7}$ и $\sqrt[12]{12}$.

214. 1) $\sqrt{a}$ и $\sqrt[3]{b}$; 2) $\sqrt{ab}$ и $\sqrt[3]{mn}$; 3) $\sqrt[4]{a^2b^3}$ и $\sqrt{ab^4}$.

215. 1) $\sqrt[n]{a+b}$ и $\sqrt[m]{a+b}$; 2) $\sqrt[2n]{a(b-c)}$ и $\sqrt[3m]{a(b-c)}$;
3) $\sqrt[n+1]{(2a-1)a}$ и $\sqrt[n-1]{ab^2}$; 4) $\sqrt[k]{a^2-2ab+b^2}$ и $\sqrt[m]{a^2+2ab+b^2}$.

Извлечь корни (216—219):

216. 1) $\sqrt[4]{16a^8}$; 2) $\sqrt[4]{81a^{12}b^4}$; 3) $\sqrt[3]{27a^9b^3}$.

217. 1) $\sqrt{\frac{4\cdot 9\cdot 16\cdot 25}{49\cdot 64\cdot 81\cdot 100}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{125\cdot 8\cdot 64}{216\cdot 512}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{8a^6b^3c^6}{m^3n^6}}$; 4) $\sqrt{\frac{25\cdot 49\cdot 121}{4a^4b^2c^8}}$.

218. 1) $\sqrt[5]{\frac{32a^{10}b^5c^{15}}{(a+b)^5(a-b)^{10}}}$; 2) $\sqrt{\frac{98(a+b)^4}{(a-b)^2}}$;

3) $\sqrt[6]{\frac{64a^{12}b^{18}c^7}{(a+b)^6}}$; 4) $\sqrt{\frac{128a^3b^5c^6}{169(a+b)^4}}$.

219. 1) $\sqrt[3]{\frac{81a^5b^4c^3}{(a-b)^6}}$; 2) $\frac{a^2b^3x}{a-b}\sqrt{\frac{(a-b)^{2(n+1)+1}}{(a\cdot b)^{2n+1}x^{2n+2}}}$;

3) $\frac{abx^2}{b+c}\sqrt[n]{\frac{x^{2n+1}(b+c)^{n+2}}{a^nb^n(a-b)^n}}$.

Привести подкоренные выражения к целому виду путем внесения рационального множителя под радикал (220—222):

220. 1) $2\sqrt{\frac{3}{4}}$; 2) $3\sqrt{\frac{5}{9}}$; 3) $4\sqrt{\frac{7}{16}}$; 4) $5\sqrt[3]{\frac{12}{125}}$.

221. 1) $ab^2\sqrt{\frac{c}{a}}$; 2) $b\sqrt[3]{\frac{c^2}{b^2}}$; 3) $m^3\sqrt[4]{\frac{m+n}{m}}$.

222. 1) $(a-b)\sqrt[5]{\frac{a+b}{(a-b)^3}}$; 2) $\frac{m-n}{b^2}\sqrt[4]{\frac{c^3}{m-n}}$;

3) $\frac{(a-b)^2}{b}\sqrt[5]{\frac{b^6c^7d^{10}}{(a-b)^3}}$;

4) $\frac{a+b}{a-b}\sqrt[3]{\frac{(a-b)^1(c+d)}{a^2+2ab+b^2}}$.

Привести подкоренные выражения к целому виду (223—227):

223. 1) $\sqrt{\frac{1}{2}}$; 2) $\sqrt{\frac{1}{3}}$; 3) $\sqrt{\frac{1}{4}}$; 4) $\sqrt{\frac{1}{5}}$;

5) $\sqrt{\frac{1}{6}}$; 6) $\sqrt{\frac{1}{7}}$; 7) $\sqrt{\frac{1}{8}}$; 8) $\sqrt{\frac{1}{10}}$.

224. 1) $\sqrt{\frac{2}{3}}$; 2) $\sqrt{\frac{2}{5}}$; 3) $\sqrt{\frac{3}{7}}$;

4) $\sqrt{\frac{5}{8}}$; 5) $\sqrt{\frac{7}{12}}$; 6) $\sqrt{\frac{9}{17}}$.

225. 1) $\sqrt{2\frac{3}{4}}$; 2) $\sqrt{5\frac{1}{2}}$; 3) $\sqrt{4\frac{1}{3}}$;

4) $\sqrt{8\frac{2}{3}}$; 5) $\sqrt{6\frac{5}{6}}$; 6) $\sqrt{1\frac{5}{12}}$.

226. 1) $\sqrt{\frac{x}{y}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$; 3) $\sqrt[4]{\frac{x}{y}}$;

4) $\sqrt[5]{\frac{x}{y}}$; 5) $\sqrt[3]{\frac{x+y}{(x-y)^2}}$; 6) $\sqrt[3]{\frac{a(a-b)}{a+b}}$.

227. 1) $x^2\sqrt[3]{\frac{m+n}{x^2}}$; 2) $a^3\sqrt[4]{\frac{a}{b^3}+\frac{c}{b^4}}$;

3) $a^4b\sqrt[5]{\frac{a^2}{b^4}-\frac{c^2}{b^3}}$.

228. Извлечь $\sqrt{0{,}6}$ с точностью до 0,001 и с той же точностью вычислить выражение $\frac{1}{5}\sqrt{15}$. Сравнить результаты.

229. Пользуясь тем, что $\sqrt{0{,}8}=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2}{5}\sqrt{5}$, извлечь $\sqrt{0{,}8}$ с точностью до 0,001 и вычислить выражение $\frac{2}{5}\sqrt{5}$. Выяснить, какой результат точнее и на сколько.

230. $\sqrt{0{,}95}=\frac{1}{10}\sqrt{95}$ — сделать аналогично задаче 229.

231. Используя равенства

$$\sqrt{8\frac{3}{5}}=\sqrt{\frac{43}{5}}=\frac{\sqrt{43}}{\sqrt{5}},\quad \sqrt{8\frac{3}{5}}=\sqrt{8{,}6},$$

$$\sqrt{8\frac{3}{5}}=\frac{1}{5}\sqrt{215},$$

вычислить $\sqrt{8\frac{3}{5}}$ каждым способом отдельно, с точностью до 0,0001, и результаты сравнить. Какой из этих трех способов дает более точный результат?

Привести корни к простейшему виду (232—233):

232. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{8}$, $\frac{1}{5}\sqrt{50}$, $\frac{1}{7}\sqrt{27}$, $\frac{2}{3}\sqrt[3]{-16}$, $\frac{3}{5}\sqrt[5]{-64}$;

2) $\frac{xy}{4}\sqrt{\frac{24}{xy}}$; 3) $\frac{(a+b)^2}{c-d}\sqrt[3]{\frac{3(c^3-3c^2d+3cd^2-d^3)}{ab(a+b)^3}}$;

4) $\frac{5a^2}{a-b}\sqrt{(144a^2-288ab+144b^2)(a-b)\cdot c}$.

233.

1) $\frac{1+a}{2-b}\sqrt[3]{\frac{8-12b+6b^2-b^3}{c+3ac+3a^2c+a^3c}\cdot\frac{(a^3b-4a^2b^2+4ab^3)(a-2b)}{a^2}}$;

2) $\frac{3a-1}{2-b}\sqrt[12]{\frac{(2a+1)^{14}(a^2+2ab+b^2)^2}{(3a-1)^{24}(a^2-b^2)^2}}$;

3) $\frac{a}{b}\sqrt{a^{n+2}b^{n+3}c^{n+1}}$; 4) $\frac{a+b}{m}\sqrt[n]{m^{n+1}b^{n+2}c^{n+3}}$;

5) $\frac{(a-b)^3}{(a+b)^4}\sqrt[n]{\frac{(a+b)^{3n+2}(b+c)^{6n+1}(a+c)^{3n+1}}{(a-b)^{2n}b^{4n}c^{5n}(a-c)^{n-1}}}$.

Доказать подобие корней (234—235):

234. 1) $\sqrt{32}$ и $\sqrt{64}$; 2) $\sqrt{64}$, $\sqrt{188}$, $-\sqrt{2}$ и $\sqrt{256}$;
3) $\sqrt{16a}$, $\sqrt{25a}$ и $\sqrt{49a}$; 4) $\sqrt{(a+b)^3}$ и $\sqrt{(a+b)^7}$.

235. 1) $5\sqrt[3]{(a+b)^4}$, $4\sqrt[3]{-(a+b)^7}$ и $\sqrt[3]{-(a+b)^4}$;
2) $\sqrt[3]{\frac{a+b}{(a-b)^2}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{b}-\frac{a^2}{b^3}}$, $\sqrt[3]{a^2-b^2}$ и $ab\sqrt[3]{b^2-a^2}$;
3) $\sqrt[5]{\frac{x+y}{(x-y)^4}}$, $-10x\sqrt[5]{\frac{32(x+y)}{(x-y)^9}}$ и $\frac{x+y}{2}\sqrt[5]{\frac{x-y}{(x+y)^4}}$;
4) $\sqrt[n]{\frac{1}{a^{n-2}}}$, $\sqrt[n]{a^2b^{2n}}$ и $\sqrt[n]{a^2(a+b)^{3n}}$.

§ 15. Сложение и вычитание корней

Выполнить действия (236—239):

236. 1) $\sqrt{54}+4\sqrt{6}-3\sqrt{216}+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}-3\sqrt{98}$;

2) $\sqrt{125}+3\sqrt{45}+\frac{3}{4}\sqrt{\frac{1}{5}}-0{,}7\sqrt{5}-0{,}2\sqrt{0{,}2}$;

3) $(0{,}6\sqrt{200}-5\sqrt{0{,}02})+\left(4{,}5\sqrt{\frac{1}{2}}+5\frac{1}{2}\sqrt{800}\right)$;

4) $\left(\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}+\frac{2}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}\right)-\left(\frac{1}{2}\sqrt{27}-\frac{2}{3}\sqrt{20}\right)$.

237. 1) $(8\sqrt{a^3}+2a\sqrt{a}-3a\sqrt{25a})-(-4\sqrt{a^3}-3a\sqrt{100a})$;

2) $\sqrt[3]{a^4}+3\sqrt[3]{a^5}-(2a\sqrt[3]{a^4}-4a\sqrt[3]{a^2})$;

3) $[\sqrt[4]{(a+b)^9}-(a+b)^2\sqrt[4]{a+b}]+$
$+(\sqrt[6]{(a+b)^7}-5\sqrt[6]{a+b})$.

238.

1) $\sqrt{\frac{2(a-b)}{3}}+2\sqrt{6(a-b)}-\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}(a-b)}-1\right)$;

2) $\sqrt[3]{\frac{1}{\frac{a^2}{1-a^2}}}-\sqrt[3]{\frac{a}{(a^2-1)^2}}+\sqrt[3]{a^4-a^6}-\sqrt[3]{\frac{(a-1)a}{(1+a)^2}}$;

3) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(a-b)(a^2-b^2)}{2a^3}}-\sqrt{\frac{2a}{(a+b)(a-b)^2}}-$

$-\sqrt{2a^3b+2a^4}+\sqrt{\frac{2a(a+b)}{(a^2-b^2)^2}}$.

239. 1) $\frac{a(a+b)}{a-b}\sqrt{\frac{(a-b)^3}{a+b}}-\frac{3b(a+b)}{a-b}\sqrt{\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}}-$

$-\frac{3(a+b)}{4}\sqrt{\frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)^2}}+12a\sqrt{\frac{a^2-b^2}{16}}$;

2) $a\sqrt{b\left(\frac{a}{b}-1\right)}-\sqrt{4b^2(a-b)}-\sqrt{-(a^2b-b^3)}+$

$+2b\sqrt{a-b}+\sqrt{\frac{a^2}{a-b}}-\sqrt{\frac{4a^2}{a-b}}$.

§ 16. Умножение и деление корней

Выполнить действия и упростить (240—252):

240. 1) $3\sqrt{5}\cdot 4\sqrt{45}$; 2) $-2\sqrt{7}\cdot 3\sqrt{14}$; 3) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}$;

4) $5\sqrt[3]{3}\cdot 0{,}2\sqrt[3]{18}\cdot 3\sqrt[3]{4}$; 5) $\frac{3}{5}\sqrt[4]{125}\cdot\sqrt[4]{5}\cdot\frac{15}{17}\sqrt[4]{3}$.

241.

1) $\sqrt[3]{(a+b)^2}\cdot(a+b)\sqrt[3]{a+b}$;

2) $\frac{a-b}{a+b}\sqrt[4]{\frac{(a+b)^3}{(a-b)^2}}\cdot\frac{ab}{a-b}\cdot\sqrt[4]{\frac{a^2-2ab+b^2}{a+b}}\cdot\frac{5}{ab}\sqrt[4]{\frac{1}{a-b}}$;

3) $\frac{a^2+2ab+b^2}{ab^2}\sqrt[3]{\frac{ab}{a+b}}\cdot\frac{c-d}{c+d}\sqrt[3]{\frac{a^2b^2(c^3+3c^2d+3cd^2+d^3)}{a^2+2ab+b^2}}$;

4) $\left(\frac{2-a\sqrt{a}}{2a-\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right)\cdot\left(\frac{2+a\sqrt{a}}{2a+\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right)$.

242. 1) $(7\sqrt{3}-8\sqrt{12}+5\sqrt{48})\cdot 0{,}5\sqrt{3}$;

2) $(14\sqrt{5}+4\sqrt{20}-6\sqrt{45}+0{,}2\sqrt{125})\cdot 10\sqrt{5}$;

3) $\left(\frac{a}{b}\sqrt{c-d}+\frac{b}{a}\sqrt{\frac{a^2}{c-d}}-\sqrt{(c-d)^3}\right)ab\sqrt{c-d}$;

4) $\left(\frac{\sqrt{b+c}-\sqrt{b-c}}{\sqrt{b+c}+\sqrt{b-c}}-\frac{\sqrt{b+c}+\sqrt{b-c}}{\sqrt{b+c}-\sqrt{b-c}}\right)\frac{c\sqrt{b^2-c^2}}{4}$.

243. 1) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})\cdot(\sqrt{a}-\sqrt{b})$;

2) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})\cdot(a-\sqrt{ab}+b)$;

3) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})\cdot(a+\sqrt{ab}+b)$;

4) $(a\sqrt{a}+b\sqrt{b})(a\sqrt{a}-b\sqrt{b})$.

244. 1) $3\sqrt{12}:2\sqrt{3}$; 2) $38\sqrt{48}:19\sqrt{3}$;

3) $0{,}16\sqrt{81}:0{,}01\sqrt{3}$; 4) $\frac{2}{3}\sqrt{29}:\frac{3}{4}\sqrt{58}$.

245. 1) $a^3\sqrt{a^7}:a^2b\sqrt{a^3}$;

2) $(a+b)^2\sqrt[3]{(a-b)^5}:\frac{1}{a+b}\sqrt[3]{(a-b)^2}$;

3) $(a^5b^6\sqrt[3]{a^4-2a^3b+a^2b^2}-$

$-a^4b^5\sqrt[3]{a^2(a-b)}):a^3b^4\sqrt[3]{a^2(a-b)}$.

246. 1) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{8}$; 2) $\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{12}$; 3) $\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{27}$.

247. 1) $2\sqrt[3]{a}\cdot3\sqrt{b}$; 2) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{a^2b(a+b)}\cdot\frac{3}{4}\sqrt[4]{(a+b)^2}$.

248.

1) $(\sqrt{2}+\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{8})\cdot\sqrt{2}$; 2) $(4\sqrt{10}+5\sqrt[3]{4}-\sqrt[4]{25})\cdot\sqrt[4]{2}$;

3) $(\sqrt{8}-20\sqrt[3]{4}+\sqrt[6]{2})\cdot\sqrt[6]{16}$; 4) $(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2})\cdot(\sqrt{2}-\sqrt[3]{3})$.

249. 1) $\sqrt[4]{8}:\sqrt{2}$; 2) $\sqrt[8]{12}:\sqrt[4]{3}$; 3) $\sqrt[12]{36}:\sqrt[6]{2}$;

4) $12ab\sqrt[9]{a^6b^3}:\frac{4a}{3b}\sqrt[6]{a^2b^5}$; 5) $25a^3b\sqrt[12]{a^9b^8}:\frac{5}{8}a^2b\sqrt[3]{a^3b}$.

250. 1) $(m^3\sqrt[3]{a^2b^2}+m^4\sqrt{ab}-m^5\sqrt[6]{a^4b^4}):m^2\sqrt{ab}$;

2) $\left(\sqrt{\frac{4a^3}{3b^3}}+\frac{3a}{b}-\sqrt[3]{125ab}\right):\sqrt{\frac{9a^3b}{4b^2}}$;

3) $\left(\frac{1}{b^2}\sqrt{a^3b}+4\sqrt[3]{a^{11}b^7}+\sqrt[8]{a^4b^3}\right):\frac{1}{2b}\sqrt{9a^3b}$;

4) $(\sqrt[4]{27a^9b^3}+\sqrt{8a^3b^3}):(\sqrt[4]{3a^3b}+\sqrt{2ab})$.

251. 1) $(\sqrt[5]{27a^9b^3}+\sqrt[8]{8a^3b^3}):(\sqrt[5]{9a^6b^2}-$

$-\sqrt[40]{209952a^{29}b^{13}}+\sqrt[4]{2ab})$;

2) $(a\sqrt{2}-\sqrt[4]{12a^3b}-\sqrt{6ab}):(\sqrt{a}-\sqrt[4]{3ab}-\sqrt{3b})$.

252. 1) $(m-\sqrt[4]{m^3n}+\sqrt{mn}-\sqrt[4]{mn^3}):(\sqrt{m}+\sqrt{n})$;

2) $(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}):(\sqrt[3]{x}-\sqrt[6]{x}+1)$.

§ 17. Уничтожение иррациональности в знаменателе и числителе дроби

Уничтожить иррациональность в числителе дроби (253—254):

253. 1) $\frac{\sqrt{2}}{5}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; 3) $\frac{\sqrt{5}}{7}$; 4) $\frac{\sqrt{a}}{b}$; 5) $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{b}$.

254. 1) $\frac{a-\sqrt{ab}+b}{5b}$; 2) $\frac{\sqrt[4]{a+b}-1}{b}$; 3) $\frac{\sqrt[4]{a-b}-1}{a}$.

Уничтожить иррациональность в знаменателе дроби (255—260):

255. 1) $\frac{5}{\sqrt[3]{9}}$; 2) $\frac{9}{5\sqrt[4]{3}}$; 3) $\frac{10}{3\sqrt[5]{100}}$; 4) $\frac{4a}{b\sqrt[5]{a^1}}$.

256. 1) $\frac{a-b}{b\sqrt{a-b}}$; 2) $\frac{b+a}{a\sqrt{a+b}}$;

3) $\frac{a-b}{\sqrt[3]{(a+b)^2}}$; 4) $\frac{7a+1}{a\sqrt[6]{(a+b)^5}}$.

257. 1) $\frac{a}{\sqrt[n]{(a+b)^{n-1}}}$; 2) $\frac{b}{\sqrt{(a-b)^{n-3}}}$; 3) $\frac{a^2-9}{\sqrt[3]{a^2-9}}$.

258. 1) $\frac{4}{3-\sqrt{3}}$; 2) $\frac{5}{3+\sqrt{3}}$; 3) $\frac{6}{5-\sqrt{2}}$.

259. 1) $\frac{43}{5\sqrt{3}-4\sqrt{2}}$; 2) $\frac{\sqrt{m}+1}{3\sqrt{m}+2\sqrt{n}}$; 3) $\frac{m-n}{2\sqrt{m}-3\sqrt{n}}$.

260. 1) $\frac{\sqrt{m+n}+\sqrt{m-n}}{\sqrt{m+n}-\sqrt{m-n}}$; 2) $\frac{a+b-\sqrt{a^2-b^2}}{a+b+\sqrt{a^2-b^2}}$;

3) $\frac{\sqrt{m^2+5}}{\sqrt{m^2+5}-\sqrt{m^2-5}}$; 4) $\frac{2n}{\sqrt{m+n}+\sqrt{m-n}}$.

Выполнить указанные действия (261—269):

261. 1) $\left(\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\sqrt{xy}\right):(x-y)+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$;

2) $\left(\sqrt{m}+\frac{mn^2+t}{\sqrt{mn^2+t}}\right):(n\sqrt{m}+n\sqrt{mn^2+t})$.

262.

1) $\left(\dfrac{u+\sqrt{u^2-v^2}}{u-\sqrt{u^2-v^2}}-\dfrac{u-\sqrt{u^2-v^2}}{u+\sqrt{u^2-v^2}}\right):\dfrac{u\sqrt{u^2-v^2}}{\frac{1}{4}v^2}, \quad u>v;$

2) $\left(\dfrac{\sqrt{y+1}}{\sqrt{y+1}-\sqrt{y}}-\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{y+1}+\sqrt{y}}\right):(2y+1)+\sqrt{\dfrac{1}{y^2}-1}-1.$

263. 1) $\dfrac{a+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}:\left(\dfrac{a+b}{\sqrt{a\cdot b}}-\dfrac{b}{\sqrt{ab}-a}-\dfrac{b}{\sqrt{ab}+b}\right);$

2) $\left(\dfrac{y-\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\sqrt{x}\right):\left(\dfrac{y}{\sqrt{xy}-x}+\dfrac{x}{\sqrt{xy}+y}-\dfrac{x+y}{\sqrt{xy}}\right).$

264. 1) $\left(\dfrac{\sqrt{x^3}-2}{\sqrt{x}-2x}+\sqrt{x}\right)\left(\dfrac{\sqrt{x^3}+2}{\sqrt{x}+2x}-\sqrt{x}\right):\dfrac{1+\frac{1}{4}x^2}{x-\frac{1}{4}};$

2) $\left(\sqrt{m(1-m)}+\dfrac{\sqrt{m^3}}{\sqrt{1-m}}\right):\left(\dfrac{1}{1+\sqrt{m}}+\dfrac{\sqrt{m}}{1-m}\right),$ $0<m<1.$

265.

1) $\left(\dfrac{ab^3}{\sqrt{(a+b)^5}}-\dfrac{2ab^2}{\sqrt{(a+b)^3}}+\dfrac{a}{\sqrt{a+b}}\right):\left(\dfrac{a^2}{\sqrt{(a+b)^5}}-\dfrac{a^2b}{\sqrt{(a+b)^7}}\right);$

2) $\left(\dfrac{\sqrt{x}}{2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2\cdot\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+x}\right), \quad x>0.$

266. 1) $\left(\dfrac{\sqrt[3]{a+b}}{\sqrt[3]{a-b}}+\dfrac{\sqrt[3]{a-b}}{\sqrt[3]{a+b}}-2\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{a-b}}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{a+b}}\right),$ $a>b;$

2) $\left(\dfrac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}+\dfrac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2}-a+b}\right):\sqrt{\dfrac{a^2}{b^2}-1},$ $a>b.$

267.

1) $\left(\sqrt{\dfrac{1}{1-a^2}}-\sqrt{1-a^2}\right):\left(\dfrac{1}{4+4\sqrt{a}}+\dfrac{1}{4-4\sqrt{a}}-\dfrac{1}{2+2a}\right),$ $0<a<1;$

2) $\dfrac{\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}}{\sqrt[4]{x}-2\sqrt{x}+1}:\dfrac{\sqrt[4]{x}+1}{\sqrt[4]{x}-1}+1, \quad x\geqslant 0, \quad x\neq 1.$

268. 1) $\sqrt{u}\cdot\sqrt{\sqrt{u+v}-\sqrt{u}}\cdot\sqrt{\sqrt{u}+\sqrt{u+v}}$, $u>0$ и $v>0$;

2) $\left(\frac{1}{t+\sqrt{2}}-\frac{t^2+4}{t^3+2\sqrt{2}}\right)\cdot\left(\frac{t-\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{t}\right)$, $t\neq 0$.

269. 1) $\dfrac{1-\dfrac{1+ab}{1+\sqrt[3]{ab}}}{\sqrt{ab}\left(1-\sqrt[3]{ab}\right)-\dfrac{(1-ab)\left(\sqrt[3]{ab}-1\right)}{1+\sqrt{ab}}}$;

2) $\left(\dfrac{\sqrt[4]{a^3}-\sqrt[4]{a}}{1-\sqrt{a}}+\dfrac{1+\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a}}\right)^2:\left(1+\dfrac{2}{\sqrt{a}}+\dfrac{1}{a}\right)$.

§ 18. Степени с нулевым, отрицательными и дробными показателями

Вычислить устно (270—272):

270. 1) a^0; 2) $(a\pm 1)^0$; 3) 2^{-1}; 4) 3^{-2}; 5) 10^{-2}.

271. 1) $-(-2)^{-1}$; 2) $-(+2)^{-1}$; 3) $-(-2)^{-2}$; 4) $-(+2)^{-2}$.

272. 1) x^{-1} при $x=-5$; 2) $-x^{-3}$ при $x=-3$;

3) $-x^{-4}$ при $x=-2$; 4) x^{-6} при $x=-\frac{1}{2}$.

273. Вычислить

1) $\left[(0{,}2)^{-13}\cdot 125^{-3}\cdot(0{,}2)^4\right]^{-2}$;

2) $15\cdot 10^{-4}\cdot(2+5^{-3})^0\cdot 23\cdot 10^{-2}$;

3) $\dfrac{\frac{1}{4}+3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{(0{,}5)^{-1}+5}+\dfrac{2^{-3}+(0{,}75)^{-4}\cdot(-0{,}5)^2}{(0{,}2)^0-12\cdot 3^{-3}}$;

4) $\dfrac{5^{-5}\cdot(0{,}1)^{-4}+\left(-\frac{1}{7}\right)^0-5^{-1}}{(-2)^{-3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}}+4^0\cdot 25$.

274. Упростить выражения:

1) $(a^{-1}-b^{-1})\cdot(a^{-2}+b^{-2})\cdot\left(\dfrac{a+b}{ab}\right)^{-1}\left(\dfrac{a^{-1}}{a^{-1}-b^{-1}}-\dfrac{b^{-1}}{a^{-1}+b^{-1}}\right)$;

2) $(a+b)^{-1}\cdot\dfrac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}}:\left(\dfrac{ab}{a^2+b^2}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{2ab}{a-b}\right)^{-1}$;

3) $\left[\left(\frac{1}{a}\right)^{-1}+\left(\frac{a-b}{ab}\right)^{-1}\right]\cdot\left[\left(\frac{a+b}{ab}\right)^{-1}-a\right]:\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$.

275. Вычислить:

1) $(4^{-2})^{-\frac{3}{4}}+(81\cdot 10^4)^{\frac{1}{4}}-\left(7\frac{19}{32}\right)^{0,2}+(4{,}5)^0$;

2) $\left(\frac{1}{1000}\right)^{-\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\cdot(2^6)^{\frac{2}{3}}-(2^3)^{-1\frac{1}{3}}+(3^2)^0\cdot 5$;

3) $(15^9)^n+(81\cdot 10^{-4})^{0,25}-\left(3^{-0,8}\cdot 5^{0,5}\cdot 81^{\frac{1}{5}}\right)^{-2}+\left(\frac{5}{4}\right)^{-2}$;

4) $(5^1\cdot 10^{-4})^{0,25}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}-(5^3+3^{-2})^0+\left(5^{-0,8}\cdot 5^{0,5}\cdot 25^{\frac{2}{5}}\right)^2$.

Упростить выражения (276—289):

276. 1) $\dfrac{(a+b)^{\frac{1}{2}}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}+(a-b)^{\frac{1}{2}}}$;

2) $\left(\dfrac{\sqrt{a}+b^{\frac{1}{2}}}{2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1}\cdot a-\left(\dfrac{a^{\frac{1}{2}}+\sqrt{b}}{2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1}b$;

3) $\sqrt{a}-\dfrac{a-\frac{1}{a^2}}{\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}}+\dfrac{a+\frac{1}{a^2}}{\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}}+2a^{-\frac{2}{3}}$.

277. 1) $\dfrac{\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}}{\sqrt[3]{[a(a-b)]^2}}\cdot\dfrac{a^{\frac{2}{3}}(a\sqrt{a}-b\sqrt{b})}{(a-b)^{\frac{1}{3}}}$;

2) $\left[a^2(a^2+b)^{-\frac{1}{2}}+\sqrt{a^2+b}\right]\cdot 2^{-1}:\dfrac{a+\sqrt{a^2+b}}{a(a^2+b)^{-\frac{1}{2}}+1}$.

278. 1) $\dfrac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a+a^{\frac{1}{2}}+1}\left(a^{\frac{3}{2}}-1\right)+1$;

2) $2a+\sqrt{a^2-1}\left(\dfrac{a^2}{a^2-1}+1\right)-1:\dfrac{a+(a^2-1)^{\frac{1}{2}}}{1+a(a^2-1)^{-\frac{1}{2}}}$.

279. 1) $\dfrac{c+\sqrt{c^2-4}+2}{c-\sqrt{c^2-4}+2}+\dfrac{c-\sqrt{c^2-4}+2}{c+2+\sqrt{c^2-4}}-2c;$

2) $\dfrac{\left[(x+y)^{-\frac{1}{2}}+(x-y)^{-\frac{1}{2}}\right]^{-1}}{\left[(x+y)^{-\frac{1}{2}}-(x-y)^{-\frac{1}{2}}\right]^{-1}}+\dfrac{x-\sqrt{x^2-y^2}}{y}.$

280. 1) $\dfrac{1}{\left[\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)^{-1}+\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)^{-1}\right]^2}-\dfrac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{4\sqrt{a}};$

2) $\dfrac{\left[(x+y)^{-\frac{1}{2}}-(x-y)^{-\frac{1}{2}}\right]^{-1}}{\left[\sqrt[-2]{x+y}+\sqrt{(x-y)^{-1}}\right]^{-1}}+\dfrac{\sqrt{x+y}}{y\sqrt{(x-y)^{-1}}}.$

281.

1) $1+\left[\left(x^{\frac{2}{3}}-y^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{3}}\right]^2-(1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{y^2})\cdot\sqrt[3]{y^{-2}}+y^{-\frac{2}{3}};$

2) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt[3]{\sqrt{a^2b}}+\sqrt{b}}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}\right)^3-4\sqrt{b}.$

282. $\left[\dfrac{\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)^2+\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)^2}{a+\sqrt{ab}}\right]^3 a^3+6.$

283.

$$\left[(x-y)\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}+x-y\right]\cdot\left[(x-y)\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}-x+y\right].$$

284. $\left[a^{-\frac{2}{3}}\cdot\left(\dfrac{a}{b^2}\right)^{-0,5}\cdot\left(b^{\frac{1}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{2}}\right)\right]^6.$

285. $\left[-a^{-\frac{1}{3}}\cdot b^{-\frac{1}{12}}\cdot a^{\frac{4}{3}}\cdot\left(\dfrac{1}{b}\right)^{-\frac{1}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{4}}\cdot\left(b^{-1}\right)^{-\frac{1}{12}}\right]^4.$

286. $\left\{\dfrac{\left[\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^3+(m^{0,25})^3\right]\cdot\left[(x^{0,25})^3-(m^3)^{0,25}\right]}{(x\cdot m)^{0,5}-m}-\right.$

$\left.-(mx)^{\frac{1}{2}}:m^{0,5}\right\}\cdot\dfrac{2\cdot(4,9)^{0,5}\cdot10^{\frac{1}{2}}}{x+m}-\left(\dfrac{1}{14}\right)^{-1}m^{-0,5}.$

287.

$$\frac{1}{a-3}\cdot(3^{-2})^{-0,5}-\left[\frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{(a-1)^{\frac{3}{5}}}\right]^{-1}\cdot\left[\frac{\left(a^{\frac{1}{2}}+1\right)(a-3)}{\left(\frac{1}{a}\right)^{-1}(a-1)^{\frac{2}{5}}}\right]^{-1}.$$

288. $\left[\frac{2a^{-0,5}}{3}-2\left(a^{0,5}+b^{0,5}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{a^{0,5}b^{-0,5}+1}{3a^{0,5}b^{-0,5}}-\right.\right.$

$\left.\left.-a^{0,5}-b^{0,5}\right)\right]\cdot\frac{\left(a^{0,5}-b^{0,5}\right)^{-1}}{2a^{-0,5}}-b^{0,5}\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}.$

289. $\frac{\left(1-2a^2\right)^{\frac{1}{2}}-1}{a}\cdot\frac{a^3-2a^5}{\left(1-2a^2\right)^{\frac{1}{2}}-1+2a^2}\cdot 3\left(1-2a^2\right)^{-0,5}\times$

$\times a^{-1,6}+\left(\frac{1-a^{0,4}}{1-a^{1,2}}\right)^{-1}$

290. При $a>0$, $b>0$ и $a^2-b>0$, показать, что

1) $\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$;

2) $\sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$.

Упростить выражения (291 — 292):

291. $\sqrt{x+\sqrt[3]{40\sqrt{2}+56}\cdot\sqrt{3-2\sqrt{2}}\cdot\sqrt{x-1}}+$

$+\sqrt{x-\sqrt[3]{40\sqrt{2}+56}\cdot\sqrt{3-2\sqrt{2}}\cdot\sqrt{x-1}}$.

Указание. Использовать формулу:

$$\sqrt{x+\sqrt{x^2-4x+4}}=\sqrt{x+|x-2|}.$$

292. $\left(\frac{a-2b}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{4b^2}}+\frac{\sqrt[3]{2a^2b}+\sqrt[3]{4ab^2}}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{4b^2}+\sqrt[3]{16ab}}\right):$

$:\frac{a\sqrt[3]{a}+b\sqrt[3]{2b}+b\sqrt[3]{a}+a\sqrt[3]{2b}}{a+b}$.

293. Доказать, что $ax^2+bx+c=0$, если

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

294. Вычислить $5x^2+3x+4$ при $x=\frac{3}{4}(2+\sqrt{2})$.

295. Показать, что $\frac{2b\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}=a-b$ при

$x=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{b}{a}}$, где $a>b>0$.

Проверить следующие равенства (296 — 301):

296. $(8+2\sqrt{15})\left(10^{\frac{1}{2}}-\sqrt{6}\right)\cdot(4-\sqrt{15})^{\frac{1}{2}}=4.$

297. $2\sqrt{3-\sqrt{5}}\cdot(6+2\sqrt{5})(\sqrt{10}-\sqrt{2})=32.$

298. $\dfrac{5^2\cdot 2^{\frac{1}{4}}+2\cdot 5^{\frac{1}{2}}}{5\cdot 10^{\frac{1}{2}}+5\sqrt[4]{8}}-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{5}+\dfrac{5}{\sqrt{2}}+2\right)^{\frac{1}{2}}=-1.$

299. $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{4}\right)^{-2}-\left(\dfrac{5-\sqrt{6}}{6-5\sqrt{6}}\right)^{-2}=2(61+24\sqrt{5})^{\frac{1}{2}}.$

300. $\dfrac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}+\dfrac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}=\sqrt{7}+\sqrt{6}.$

301. $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}+\dfrac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}=\sqrt{7}+\sqrt{5}.$

ГЛАВА 2

ВЕКТОРЫ

§ 19. Понятие вектора. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение векторов

302. Распределите величины: длина отрезка, угол, площадь, объем, время, сила, скорость, ускорение, напряженность электрического поля, температура, масса, плотность, работа, теплоемкость, отвлеченное число — по графам следующей таблицы.

№№ п/п	Могут быть только скалярами	Могут быть	
		скалярами	векторами
1			
2			
3			

303. Как расположить вектор $\boldsymbol{a}$, чтобы его проекция на ось Ox была равна: 1) 0; 2) a; 3) $\frac{1}{2}a$; 4) $-\frac{1}{2}a$?

304. Как изменится проекция вектора на ось, если длину вектора увеличить вдвое, втрое?

305. Даны векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$. Как следует направить эти векторы, чтобы их сумма $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ была: 1) наибольшей, 2) наименьшей?

306. Векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ образуют треугольник ABC. С помощью этих векторов выразить вектор медианы $\overline{AD}$.

307. Доказать, что для любых двух векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ справедливы неравенства

$$a-b\leqslant|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant a+b.$$

308. На рис. 1 изображено пять векторов одинаковой длины. Какие из них равны между собой, если

$$\overrightarrow{OB}\parallel\overrightarrow{O_1A},\quad \overrightarrow{OB}\nparallel\overrightarrow{O_1D},\quad \overrightarrow{OC}\nparallel\overrightarrow{O_1N},$$
$$\overrightarrow{OC}\parallel\overrightarrow{O_1D},\quad \overrightarrow{OB}\nparallel\overrightarrow{OC},\quad \overrightarrow{O_1A}\nparallel\overrightarrow{O_1D}.$$

309. Построить следующие векторы на отдельных чертежах в одном и том же масштабе, считая точку

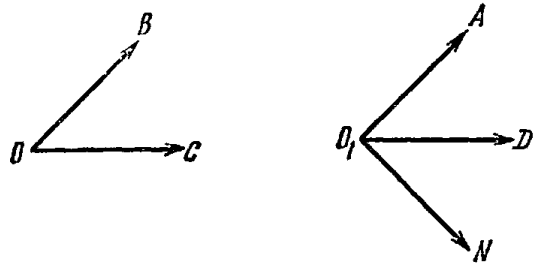

Рис. 1.

$A(x_1;\ y_1)$ началом вектора, а точку $B(x_2;\ y_2)$ концом, и определить их длину по формуле $AB=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$:

1) $A(3;\ 0)$, $B(8;\ 0)$; 2) $A(2{,}5;\ 0)$, $B(1;\ 1)$;
3) $A(-4;\ 0)$, $B(-8;\ 0)$; 4) $A(2;\ 3)$, $B(1;\ 2)$;
5) $A(4;\ 5)$, $B(7;\ 8)$; 6) $A(-3;\ 2)$, $B(4;\ 3)$.

310. Построить следующие векторы на одном чертеже и определить периметр образовавшейся фигуры:

1) $A(3;\ 3)$, $B(6;\ 6)$; 2) $A_1(6;\ 6)$, $B_1(11;\ 3)$;
3) $A_2(3;\ 3)$, $B_2(11;\ 3)$.

311. В задаче 310 выразить формулой зависимость между векторами $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{A_1B_1}$ и $\overrightarrow{A_2B_2}$ (по правилу сложения векторов).

312. Считая векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{A_1B_1}$ составляющими силами: $|\overrightarrow{AB}|=F_1$ и $|\overrightarrow{A_1B_1}|=F_2$, где $A(4;\ 2)$; $B[10;\ (\sqrt{39}+2)]$

и $A_1(4;\ 2)$; $B_1(17;\ 2)$, определить их равнодействующую силу R.

313. Даны векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{A_1B_1}$, где 1) $A(3;\ 2)$, $B(5;\ 2\sqrt{3})$ и $A_1(3;\ 2)$, $B_1\left(8;\ \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{6}\right)$. Найти построением третий вектор, равный разности данных двух векторов, и записать формулой (по правилу сложения векторов) зависимость между найденным вектором и двумя данными, а затем вычислить значения всех трех векторов.

314. Вектор, началом которого является точка $A(x_1;\ y_1)$, а концом точка $B(x_2;\ y_2)$, образует с осью x угол φ, где $\operatorname{tg}\varphi=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$. Найти угол φ в следующих случаях:

1) $A(5;\ 3)$, $B(6;\ 4)$; 2) $A(8;\ 6)$, $B(9;\ 7)$;

3) $A(4;\ -3)$, $B(5;\ -4)$; 4) $A(-3;\ 3)$, $B(-2;\ 2)$.

315. Дать геометрическую иллюстрацию (рис. 2) коммутативного закона сложения векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$.

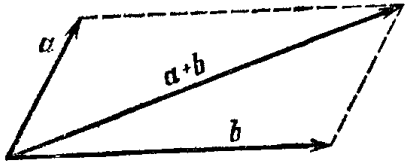

Рис. 2.

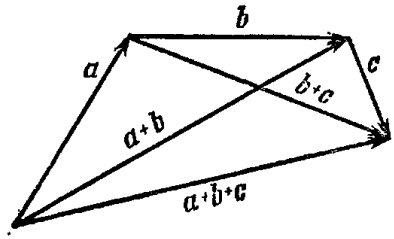

Рис. 3.

316. С помощью рис. 3 дать геометрическую иллюстрацию ассоциативного закона сложения трех векторов.

317. Построить в одной и той же системе координат векторы, соединяющие пары точек:

1) $A(-2;\ 5)$, $B(5;\ 7)$; 2) $A_1(5;\ 7)$, $B_1(10;\ 8)$;

3) $A_2(10;\ 8)$, $B_2(7;\ 6)$; 4) $A_3(7;\ 6)$, $B_3(3;\ 1)$;

5) $A_4(3;\ 1)$, $B_4(-2;\ 5)$.

(а) Как называется образовавшийся многоугольник?

(б) Чему равна сумма всех этих векторов?

(в) Какой вектор называется нулевым?

318. Три вектора расположены в одной плоскости так, что при $|\boldsymbol{a}|=18$ и $|\boldsymbol{b}|=16$ имеем $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=26$. Определить $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ и изобразить чертеж, где указать векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

319. Три вектора $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ расположены в одной плоскости так, что при $|\boldsymbol{a}|=29$ и $|\boldsymbol{b}|=25$ имеем $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=6$. Найти $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ и построить чертеж.

320. Четыре вектора: $|\overrightarrow{AB}|=|\boldsymbol{c}|=11$; $|\overrightarrow{BC}|=|\boldsymbol{b}|=13$; $|\overrightarrow{CD}|=|\boldsymbol{d}|=15$; $|\overrightarrow{AD}|=|\boldsymbol{a}|=25$ расположены в одной плоскости и образуют трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC. Построить чертеж и найти $|\boldsymbol{c}+\boldsymbol{b}|$ и $|\boldsymbol{b}+\boldsymbol{d}|$.

321. Два вектора $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ взаимно перпендикулярны, $|\boldsymbol{a}|=8$, $|\boldsymbol{b}|=6$. Найти $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ и $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$.

322. Покажите на чертеже, что $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$.

323. Дать геометрическую иллюстрацию:

1) $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$; 2) $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|>|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$;
3) $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|<|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$; 4) $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$;
5) $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$; 6) $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=0$.

324. На тело действуют две силы, $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$, под прямым углом друг к другу ($\boldsymbol{F}_1\perp\boldsymbol{F}_2$); $|\boldsymbol{F}_1|=40$ Н, $|\boldsymbol{F}_1-\boldsymbol{F}_2|=50$ Н. Определить $|\boldsymbol{F}_2|$.

325. Какой угол образуют между собой две силы, $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$, если $|\boldsymbol{F}_1|=|\boldsymbol{F}_2|=\sqrt{|\boldsymbol{F}_1-\boldsymbol{F}_2|\cdot|\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2|}$?

326. Две силы, $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$, такие, что $|\boldsymbol{F}_1|=15$ Н и $|\boldsymbol{F}_2|=20$ Н, действуют на тело, образуя между собой угол в 30°. Определить $|\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2|$, $|\boldsymbol{F}_1-\boldsymbol{F}_2|$ и углы, которые образует равнодействующая $\boldsymbol{F}$ с $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$.

327. При сложении сил $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$, где $|\boldsymbol{F}_1|=33$Н, $|\boldsymbol{F}_2|=39$ Н, получилось, что $|\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2|=60$ Н. Определить угол между силами (векторы расположены в одной плоскости).

§ 20. Умножение вектора на скаляр. Проекция вектора на ось. Координаты вектора на плоскости

328. Дан вектор $\overrightarrow{AB}$, где $A(0;\ 0)$, $B(3;\ 4)$. Найти и построить на отдельных чертежах, но в одном масштабе произведение вектора $\overrightarrow{AB}$ на число k, равное 2; -2; $\frac{1}{5}$.

329. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(3;\ 4)$, $B(-3;\ -4)$.

330. Покажите на примерах, что для любых векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ и произвольных чисел l и k справедливы следующие равенства:

1) $k\cdot(l\boldsymbol{a})=(kl)\cdot\boldsymbol{a}$;
2) $(k+l)\boldsymbol{a}=k\boldsymbol{a}+l\boldsymbol{a}$;

3) $k(a+b)=ka+kb$;

4) $0\cdot a=0$, $k\cdot 0=0$, $1\cdot a=a$, $(-1)\cdot a=-a$, $(-k)\cdot a=-(k\cdot a)$.

331. Даны векторы a и b, угол между ними 120°. Построить вектор $c=4a-3b$ и определить его длину, если $a=3$, $b=4$.

332. i и j — единичные векторы сторон AB и AD прямоугольника $ABCD$. Выразить через i и j векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, если $AB=9$, $AD=12$.

333. В треугольнике ABC точка O есть точка пересечения трех медиан. Показать, что $OA+OB+OC=0$.

334. В трапеции $ABCD$ дано $\angle A=60°$ и $\angle D=30°$; $AB=3\sqrt{3}$, $BC=7$, $CD=9$; точки M и N — середины сторон BC и CD. Выразить векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AN}$ через единичные векторы i и j направлений AD и AB.

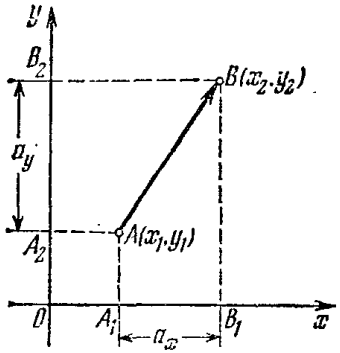

Рис. 4.

335. На плоскости расположен вектор $\overrightarrow{AB}=a$ (рис. 4). Выразить этот вектор через его проекции на оси координат a_x и a_y.

336. Вектор $\overrightarrow{AB}=a$ образует с осью Ox угол φ. Найти проекции этого вектора на оси координат.

337. Вектор $\overrightarrow{AB}$, где $A(-4;\ 3)$, $B(0;\ 6)$, спроектировать на оси прямоугольной системы координат и найти длину проекций и вектора.

338. Вектор $\overrightarrow{AB}$, где $A(1;\ -2)$, $B(-2;\ -1)$, спроектировать на оси прямоугольной системы координат и найти длину проекций и вектора.

339. Ломаную векторную линию $\overrightarrow{ABC}$ спроектировать на оси координат прямоугольной системы и найти длину проекций, если $A(0;\ 0)$, $B(4;\ 3)$ и $C(8;\ 4)$.

340. Вычислить проекцию вектора a на оси координат Ox и Oy; φ — угол между осью Ox и направлением вектора:

1) $|a|=10$, $\varphi=60°$; 2) $|a|=12$, $\varphi=30°$;

3) $|\boldsymbol{a}|=7$, $\varphi=45°$; 4) $|\boldsymbol{a}|=18$, $\varphi=180°$;
5) $|\boldsymbol{a}|=6$, $\varphi=90°$; 6) $|\boldsymbol{a}|=4{,}8$, $\varphi=120°$.

341. (а) Вычислить длину вектора $\boldsymbol{a}$, если его проекции на оси Ox и Oy соответственно равны a_x и a_y, а угол между вектором и осью Ox равен φ:

1) $a_x=4$, $\varphi=30°$; 2) $a_y=5$, $\varphi=30°$;
3) $a_x=8{,}2$, $\varphi=45°$; 4) $a_y=12$, $\varphi=90°$;
5) $a_x=-12$, $\varphi=180°$; 6) $a_y=+7$, $\varphi=60°$;
7) $a_x=-4$, $\varphi=180°$.

(б) 1) Вычислить координаты конца вектора и его длину, если координаты начала (2; 1) и $a_x=3$, $a_y=7$.

2) Вычислить координаты начала вектора и его длину, если координаты конца (7; 8) и $a_x=-4$, $a_y=5$.

3) Вычислить длины векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ и углы, которые они образуют с положительными направлениями осей Ox и Oy, если $a_x=12$, $a_y=16$ и $b_x=13$, $b_y=20$.

§ 21. Зависимость между проекцией суммы векторов на ось и проекциями слагаемых на эту ось. Скалярное произведение двух векторов

342. (а) Даны векторы $\boldsymbol{a}\{a_x;\ a_y\}$, $\boldsymbol{b}\{b_x;\ b_y\}$ (в фигурных скобках указаны проекции векторов на оси координат). Доказать, что:

1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ имеет координаты $\{a_x+b_x;\ a_y+b_y\}$;
2) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ имеет координаты $\{a_x-b_x;\ a_y-b_y\}$;
3) $k\boldsymbol{a}$ имеет координаты $\{ka_x;\ ka_y\}$;
4) $\frac{\boldsymbol{a}}{k}$ имеет координаты $\left\{\frac{a_x}{k};\ \frac{a_y}{k}\right\}$.

(б) Даны векторы $\boldsymbol{a}\{5;\ 4\}$ и $\boldsymbol{b}\{-4;\ 3\}$. Найти проекции на координатные оси следующих векторов:

1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$; 2) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$; 3) $\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}{3}$; 4) $\frac{\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}}{3}$;
5) $5\boldsymbol{a}$; 6) $4\boldsymbol{b}$; 7) $-3\boldsymbol{a}$; 8) $-4\boldsymbol{b}$;
9) $\frac{1}{6}\boldsymbol{a}$; 10) $-\frac{1}{4}\boldsymbol{a}$; 11) $4\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}$.

343. Если $\boldsymbol{a}\{a_x;\ a_y\}$, то $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$, $|\boldsymbol{a}|$ — длина вектора $\boldsymbol{a}$. Пользуясь этой формулой, найти длины следующих векторов:

1) $\boldsymbol{a}\{7;\ 3\}$; 2) $\boldsymbol{b}\{\sqrt{12};\ \sqrt{37}\}$;

3) $\boldsymbol{b}\{\sqrt{17};\ \sqrt{47}\}$; 4) $\boldsymbol{b}\{-6;\ -2\}$.

344. Пусть векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ заданы своими проекциями ями на оси координат $\boldsymbol{a}\{3;\ 2\}$ и $\boldsymbol{b}\{4;\ 5\}$. Определить длины следующих векторов:

1) $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$; 2) $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$; 3) $|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$;

4) $|\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}|$; 5) $\left|\frac{1}{2}\boldsymbol{a}\right|$; 6) $\left|\frac{1}{3}\boldsymbol{b}\right|$.

345. Вектор $\boldsymbol{a}$ через свои проекции на оси координат нат может быть выражен в виде $\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}$, где $\boldsymbol{i}$ и $\boldsymbol{j}$ — единичные векторы координатных осей (или орты координатных осей). Выразить через $\boldsymbol{i}$ и $\boldsymbol{j}$ вектор $\overrightarrow{AB}$, если даны координаты концов вектора:

1) $A(5;\ 2)$, $B(3;\ 1)$; 2) $A(-5;\ -2)$, $B(-3;\ -1)$;

3) $A(3;\ 3)$, $B(2;\ 2)$; 4) $A(-3;\ -3)$, $B(-2;\ -2)$;

5) $A(4;\ 0)$, $B(3;\ 0)$; 6) $A(0;\ 0)$, $B(6;\ -5)$.

346. Дан вектор $\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}$. Найти орт вектора $\boldsymbol{a}$ а a в каждом из следующих случаев:

1) $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$; 2) $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$;

3) $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}$; 4) $\boldsymbol{a}=-2\boldsymbol{i}-3\boldsymbol{j}$; 5) $\boldsymbol{a}=5\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$.

Указание. Вектор, который при выбранном масштабе имеет длину, равную единице, называется единичным вектором или ортом. Если дан какой-нибудь вектор $\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}$, то единичный вектор $\boldsymbol{a}^0$ того же направления получим, разделив вектор $\boldsymbol{a}$ на его модуль $|\boldsymbol{a}|$:

$$\boldsymbol{a}^0=\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}}{\sqrt{a_x^2+a_y^2}}=\frac{a_x}{\sqrt{a_x^2+a_y^2}}\boldsymbol{i}+\frac{a_y}{\sqrt{a_x^2+a_y^2}}\boldsymbol{j}.$$

Например, если $\boldsymbol{a}=4\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$, то орт этого вектора равен

$$\boldsymbol{a}^0=\frac{4}{\sqrt{4^2+3^2}}\boldsymbol{i}+\frac{3}{\sqrt{4^2+3^2}}\boldsymbol{j}=\frac{4}{5}\boldsymbol{i}+\frac{3}{5}\boldsymbol{j}=0{,}8\boldsymbol{i}+0{,}6\boldsymbol{j}.$$

347. Найти проекции векторов:

1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$; 2) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$; 3) $-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$; 4) $-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$;

5) $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$; 6) $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$; 7) $-4\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}$; 8) $5\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}$;

9) $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{3}{4}\boldsymbol{j}$; 10) $5\boldsymbol{i}-\frac{3}{4}\boldsymbol{b}$,

если $\boldsymbol{a}=2\frac{1}{2}\boldsymbol{i}+3\boldsymbol{j}$ и $\boldsymbol{b}=\frac{3}{4}\boldsymbol{i}-4\frac{1}{2}\boldsymbol{j}$.

Указание. Если $\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j}$, а $\boldsymbol{b} = b_x\boldsymbol{i} + b_y\boldsymbol{j}$, то

1) пр $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) = \{(a_x + b_x);\ (a_y + b_y)\}$;

2) пр $(m\boldsymbol{a} + n\boldsymbol{b}) = \{(ma_x + nb_x);\ (ma_y + nb_y)\}$,

где a_x, b_x, a_y, b_y — проекции векторов на оси координат, а m и n — числа.

348. Единичный вектор $\boldsymbol{a}$ составляет с осью l угол $\varphi = 60°$. Найти проекцию вектора $\boldsymbol{a}$ на l.

349. Единичный вектор $\boldsymbol{a}$ составляет с осью Ox угол $\varphi = 30°$; найти проекции вектора $\boldsymbol{a}$ на оси координат.

350. Единичные векторы $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ составляют с осью l соответственно углы 60°, 120°, 180°. Найти проекцию на ось l векторов:

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c},\quad 3\boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c},\quad \boldsymbol{a} + 2\boldsymbol{b} + 3\boldsymbol{c},\quad 2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b} - 4\boldsymbol{c}.$$

351. Найти проекцию суммы векторов $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ и $\boldsymbol{d}$ на ось l, если $a = 5$, $b = 6$, $c = 8$, $d = 12$, а углы, составляемые этими векторами с осью l, соответственно равны 0°, 120°, 180°, 360°. Сделать чертеж и объяснить геометрический смысл полученного ответа.

352. Вычислить угол между векторами $\boldsymbol{a} = \{1;\ -2\}$ и $\boldsymbol{b} = \{-3;\ 1\}$.

353. Что называется скалярным квадратом вектора и чему он равен, если вектор равен $\boldsymbol{a}$?

354. Объясните на примере и чертеже условие перпендикулярности двух векторов.

355. Доказать, что $\boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{j} = 2$, если $\boldsymbol{i}$ и $\boldsymbol{j}$ — единичные векторы.

356. Если $\boldsymbol{a} = \{a_x;\ a_y\}$ и $\boldsymbol{b} = \{b_x;\ b_y\}$, то скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a_xb_x + a_yb_y$. Зная это свойство, найти произведения векторов:

1) $\boldsymbol{a} = 5\boldsymbol{i} + 8\boldsymbol{j}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}$;

2) $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{i} - 3\boldsymbol{j}$ и $\boldsymbol{b} = 4\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}$;

3) $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}$ и $\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}$;

4) $\boldsymbol{a} = -2\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}$ и $\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{i} - 2\boldsymbol{j}$.

357. Вычислить, какую работу производит сила $\boldsymbol{F}\{F_x;\ F_y\}$, где F_x и F_y — проекции силы $\boldsymbol{F}$ на оси координат, когда ее точка приложения, движущаяся прямолинейно, перемещается из положения $A(x_1;\ y_1)$ в положение $B(x_2;\ y_2)$, если известно, что:

1) $\boldsymbol{F}\{7;\ 8\}$, $A(5;\ 9)$ и $B(3;\ 5)$;

2) $\boldsymbol{F}\{4;\ 2\}$, $A(-7;\ -3)$ и $B(-2;\ 4)$;
3) $\boldsymbol{F}\{5;\ -3\}$, $A(1;\ 1)$ и $B(7;\ 8)$;
4) $\boldsymbol{F}\{-6;\ 4\}$, $A(-2;\ -2)$ и $B(-3;\ -3)$.

358. Две силы $\boldsymbol{F}\{F_x;\ F_y\}$ и $\boldsymbol{f}\{f_x;\ f_y\}$ приложены к одной точке. Вычислить работу, которую производит равнодействующая этих сил, когда ее точка приложения, движущаяся прямолинейно, перемещается из положения $A(x_1;\ y_1)$ в положение $B(x_2;\ y_2)$. Решить аналогичные задачи:

1) $F\{2;\ 4\}$, $f\{3;\ 4\}$, $A(3;\ 3)$ и $B(2;\ 2)$;
2) $F\{-2;\ -4\}$, $f\{-3;\ -4\}$, $A(-3;\ -3)$ и $B(-2;\ -2)$;
3) $F\{3;\ -4\}$, $f\{5;\ -8\}$, $A(5;\ 0)$ и $B(0;\ 3)$;
4) $F\{-2;\ 5\}$, $f\{6;\ 4\}$, $A(-4;\ 3)$ и $B(2;\ -3)$.

359. Угол между двумя векторами вычисляется по формуле:

$$\cos\varphi = \frac{a_x b_x + a_y b_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}\cdot\sqrt{b_x^2 + b_y^2}},$$

где векторы $\boldsymbol{a}\{a_x;\ a_y\}$ и $\boldsymbol{b}\{b_x;\ b_y\}$ заданы своими проекциями на оси координат. Определить угол между векторами $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ для следующих случаев:

1) $\boldsymbol{a}\{3;\ 4\}$ и $\boldsymbol{b}\{1;\ 2\}$; 2) $\boldsymbol{a}\{1;\ 2\}$ и $\boldsymbol{b}\{-3;\ -2\}$;
3) $\boldsymbol{a}\{7;\ 9\}$ и $\boldsymbol{b}\{4;\ 3\}$; 4) $\boldsymbol{a}\{-3;\ 4\}$ и $\boldsymbol{b}\{-3;\ -3\}$;
5) $\boldsymbol{a}\{0;\ 4\}$ и $\boldsymbol{b}\{0;\ 4\}$; 6) $\boldsymbol{a}\{-1;\ -4\}$ и $\boldsymbol{b}\{4;\ -4\}$.

360. Определить внутренние углы четырехугольника $ABCD$, если $A(-2;\ 1)$, $B(-1;\ 4{,}5)$, $C(1;\ 5{,}5)$, $D(3;\ 3)$.

361. Определить внутренние углы треугольника ABC, если $A(3;\ 4)$, $B(5;\ 6)$, $C(4;\ 1)$.

362. Если векторы $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ заданы своими проекциями на оси координат $\boldsymbol{a}\{a_x;\ a_y\}$ и $\boldsymbol{b}\{b_x;\ b_y\}$, то условие перпендикулярности векторов имеет вид $a_x b_x + a_y b_y = 0$, а условие параллельности

$$\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y}.$$

(а) Проиллюстрируйте эти условия на чертежах.

(б) Используя условие перпендикулярности векторов, доказать, что диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

§ 22. Комплексные числа

363. Показать, что квадратное уравнение $x^2+1=0$ не имеет решений в множестве действительных чисел.

364. Построить векторы, соответствующие следующим числам:

1) $3,\ -2,\ \sqrt{2},\ -4,\ 5,\ i,\ -i$;

2) $-1+i,\ 2-3i,\ -4+3i,\ -3-4i$.

365. Произвести указанные действия:

1) $i\sqrt{49}+7i\sqrt{64}-6\sqrt{12}+4\sqrt{48}$;

2) $ai\sqrt{a}+i\sqrt{a^3}-\sqrt{4a^3}+5a\sqrt{a}\ \ (a>0)$.

366. Написать комплексные числа, сопряженные данным:

$$1+i,\quad 2-i,\quad 8+5i,\quad \sqrt{2}+3i,\quad \frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot i.$$

367. 1) Найти a и b, если $a+bi=4+5i$.

2) Найти a и b, если $a+bi=0$.

3) Составить два комплексных числа, равных друг другу.

368. 1) Найти модуль каждого из следующих чисел:

$$1+3i,\quad -2+i,\quad 4-2i,\quad 0+i,\quad 2+3i.$$

2) Изобразить в одной и той же системе координат и в одном и том же масштабе следующие комплексные числа:

$$3-2i,\quad -3-3i,\quad 5+0\cdot i,\quad 0+2i.$$

3) Проверить равенства:

а) $(2+3i)(2-3i)=13$;

б) $(4+i\sqrt{5})(4-i\sqrt{5})=21$;

в) $(\sqrt{7}+i\sqrt{3})\cdot(\sqrt{7}-i\sqrt{3})=10$.

369. 1) По формуле $i^n=i^{4k+r}$ упростить следующие выражения:

(а) $i^5,\ i^7,\ (-i)^{29},\ (-i)^8,\ i^3,\ i^4,\ i^{10},\ (-i)^{15},\ i^{25},\ (-i)^{50},\ i^{80},\ i^{-5},\ i^{-15},\ (-i)^{-19},\ i^{2n+15}$;

(б) $i^{-28}+i^{43};\ i^{125}-(-i)^{27}+i^{64}-(-i)^{10};\ i^{16}-i^{46}+i^{-19}+i^9;\ (-i)^{17}-(-i)^{-14}+(-i)^{85};\ (-i)^{17}+i^{93}-(-i)^{14};\ i^{-22}+(-i)^{26}+(-i)^{18};\ i^{2n+3}+i^{4n-3}$.

2) Дать геометрическое представление комплексного ого числа $z=(2+3i)^3$ и найти его модуль.

3) Дать геометрическое представление комплексного числа $z=(3-2i)^2$ и найти его модуль.

4) Упростить следующее выражение и найти его модуль:

$$z=(1+i)^3+(2-i)^2+(5+3i)^2-(3-2i)^3.$$

370. Выполнить указанные действия и результаты изобразить геометрически:

1) $z_1=(3+2i)+(-3-4i)+(1+i)$;

2) $z_2=(-5+3i)+(4+3i)+(10+5i)$;

3) $z_3=(4+5i)+(2+3i)-(7-4i)$.

371. Напишите два таких комплексных числа, сумма которых была бы равна чисто мнимому числу.

372. Изобразите геометрически комплексное число $z=x+yi$, если $|z|=1$.

373. Показать на примерах, что для комплексных чисел справедливы переместительный и сочетательный законы сложения.

374. Построить векторы в прямоугольной системе координат, соответствующие следующим комплексным числам:

1) $z=4+5i$; 2) $z=-1+3i$; 3) $z=4-3i$.

375. Какое число надо прибавить к $2-i\sqrt{5}$, чтобы их сумма была равна 0?

376. Какое число надо вычесть из числа $14+3i$, чтобы их разность была равна 9?

377. Напишите два таких комплексных числа z_1 и z_2, чтобы их сумма была: (а) чисто мнимым числом; (б) действительным числом.

Найти действительные числа x и y из уравнений (378—381):

378. 1) $2+3i=4x+9yi$;

2) $-3-5i=2(x-1)+3(y-2)i$;

3) $7-15i=7(3x-4)-5(y+7)i$;

4) $18+25i=5(5x-2)+100(y-10)i$.

379. 1) $4+8ix+10iy=6i+3x+5y$;

2) $4x+5y-9+7(3x-y)i=10x+14yi$;

3) $3+4ix+5iy=12i+5x-2y$;

4) $(4+3i)x+(4-3i)y=15-4i$.

380. 1) $(2+i)x-(1-i)y=1+3i$;

2) $x+2i+2+4y+xi=5x+3i-3y+yi-4$;

3) $(1+i)x+(2+i)y=1+3i$;

4) $0{,}2x+0{,}5y-2{,}4ix=3{,}1iy+4{,}2-2i$.

381. 1) $(a+2i)x+(b+5i)y=a+3bi$;

2) $2ax-3(b-4i)y=2a-4bi$;

3) $3bx+by+axi+byi=2a-7bi$;

4) $5x+4bi+4iy+6y=(a+b)x-(a-b)i$.

§ 23. Сложение и вычитание комплексных чисел

Выполнить действия (382—384):

382. 1) $(0{,}3+0{,}2i)+(0{,}8+0{,}5i)-(0{,}2-0{,}3i)$;

2) $\left(2\frac{3}{4}-1\frac{1}{2}i\right)+\left(1\frac{3}{4}+3\frac{1}{2}i\right)-\left(3-2\frac{1}{2}i\right)$;

3) $\left(4\frac{5}{6}-2\frac{3}{4}i\right)-\left(7\frac{1}{6}+4\frac{3}{4}i\right)-2i$.

383. 1) $(a+bi)+(5a+8bi)+(-4a-7bi)$;

2) $(-8a+4bi)+(-7a-5bi)-(3a+7bi)$;

3) $(5a-8ci)-[(3a+5ci)-(2a+3ci)]$.

384. 1) $[(x+yi)+(3x-2yi)]-[(-x-yi)-(5x-4yi)]$;

2) $[(4x-5yi)-(7x+6yi)]+[(2x+8yi)+7yi]$.

§ 24. Умножение, деление и возведение в степень комплексных чисел

385. Показать на чертеже, что:

1) умножению числа 2 на 3 соответствует растяжение вектора, изображающего множимое 2, в три раза без изменения его направления;

2) умножению числа 2 на (—3) соответствует растяжение вектора, изображающего множимое 2, в три раза и поворот вектора на 180°;

3) умножению числа 2 на $3i$ соответствует растяжение вектора, изображающего множимое 2, в три раза и поворот вектора на 90°.

386. Выполнить умножение (устно):

1) $5i\cdot(-2i)$; 2) $3i\cdot 2i\sqrt{2}$; 3) $7i\cdot(-4i)$;

4) $0{,}3\cdot 10i$; 5) $-ai\cdot 6i$; 6) $ai\cdot bi$;

7) $(5+3i)\cdot 2i$; 8) $(-3-4i)\cdot 2i$; 9) $(-7-8i)\cdot(-3i)$.

387. Выполнить действия:

1) $(1-2i)\cdot(5-i)$; 2) $(\sqrt{2}-i)(\sqrt{3}+i\sqrt{2})$;

3) $(0{,}5+0{,}2i)\cdot(2+3i)$; 4) $(6+i)\cdot(6-7i)$.

388. Проверить равенства:

1) $(2+3i)\cdot(2-3i)=13$; 2) $(4+i\sqrt{5})(4-i\sqrt{5})=21$;

3) $(\sqrt{7}+i\sqrt{3})\cdot(\sqrt{7}-i\sqrt{3})=10$;

4) $(-0{,}5+2i)(-0{,}5-2i)=4{,}25$.

Выполнить действия (389—392):

389. 1) $(2-i\sqrt{5})(1+i\sqrt{5})$; 2) $(5-3i)(5+3i)$;

3) $(3-i\sqrt{3})(2+i\sqrt{3})$; 4) $(1-i\sqrt{2})\cdot(1+i\sqrt{2})$.

390. 1) $(2-i)(1-3i)$; 2) $(\sqrt{2}-i)\cdot(3+i\sqrt{2})$;

3) $(-3+4i)\cdot(-3i)$; 4) $(1+i\sqrt{3})\cdot(2\sqrt{3}+2i)$.

391. 1) $\dfrac{5-i\sqrt{2}}{1+i\sqrt{2}}$; 2) $\dfrac{2+3i}{1-2i}$; 3) $\dfrac{12-5i}{3+2i}$;

4) $\dfrac{3-i}{5i}$; 5) $\dfrac{3i}{1-i}$; 6) $\dfrac{-5i}{4-2i}$.

392. 1) $\dfrac{\sqrt{6}-i}{\sqrt{6}-2i}$; 2) $\dfrac{-\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{-1+i\sqrt{3}}$; 3) $\dfrac{5-i\sqrt{2}}{1+i\sqrt{2}}$;

4) $\dfrac{2i-1}{i+1}$; 5) $\dfrac{4i\sqrt{3}-5}{2\sqrt{3}-3i}$; 6) $\dfrac{1+i}{1-i}\cdot(2+i)$.

393. Найти модули суммы, разности, произведения и частного следующих двух чисел:

$$z_1=2-3i;\quad z_2=4+5i.$$

Выполнить действия и найти модули результатов (394—395):

394. 1) $\dfrac{3+2i}{3-2i}$; 2) $\dfrac{(4\sqrt{11}-4i)\cdot 2i}{3\sqrt{5}+i\sqrt{3}}$.

395. 1) $(4\sqrt{3}-3i)^2+3$; 2) $(2-3\sqrt{2}\,i)^3-2i$;

3) $(1-2i)^3-(1-2i)^3$; 4) $(3+4i)^2-(4-5i)^2$.

Выполнить действия (396—398):

396. 1) $(3-i\sqrt{2})^2$; 2) $\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^2$;

3) $(1+i\sqrt{5})^2$; 4) $\left(\dfrac{1-i\sqrt{3}}{4}\right)^2$.

397. 1) $(3i\sqrt{5}+2i)^2$; 2) $(2-3i\sqrt{2})^2$;
3) $(2i\sqrt{5}-3i)^2$; 4) $(3+2i\sqrt{3})^2$.

398. 1) $\left(\frac{-1+2i\sqrt{2}}{2}\right)^2$; 2) $(2-i\sqrt{3})^3$;
3) $(a-bi)^3$; 4) $(a+bi)^2$.

399. По формуле

$$\sqrt{a\pm bi}=\pm\left(\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}+a}{2}}\pm i\sqrt{\frac{\sqrt{a^2+b^2}-a}{2}}\right)$$

извлечь следующие корни:

1) $\sqrt{3+4i}$; 2) $\sqrt{5-12i}$; 3) $\sqrt{2-3i\sqrt{5}}$;
4) $\sqrt{20-4i\sqrt{\pi}}$; 5) $\sqrt{7-3i\sqrt{5}}$; 6) $\sqrt{-5-12i}$.

400. Упростить и изобразить геометрически следующие комплексные числа z_1, z_2, z_3:

1) $z_1=(2+3i)^2$; 2) $z_2=(3-2i)^2$;
3) $z_3=(1+i)^3+(2-i)^2+(5+3i)^2-(3-2i)^3$.

401. Разложить следующие выражения на множители:
1) a^2+1; 2) $3+a^2$; 3) $9+a^2$; 4) x^2+y^2 (a, x, y — действительные числа).

402. Изобразить геометрически, а затем записать в тригонометрической форме следующие комплексные числа:

1) $z=\frac{4}{1+i\sqrt{8}}$; 2) $z=2-5i$;
3) $z=\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^2$.

Произвести указанные действия над числами и изобразить результаты геометрически (403—404):

403. 1) $z_1=\frac{(1+i)^3}{\cos 180^\circ+i\sin 180^\circ}$;

2) $z_2=\frac{4i\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{2+i}$;

3) $z_3=\sqrt{2}\,(\cos 225^\circ+i\sin 225^\circ)$;

4) $z_4=\frac{2\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)}{i^{24}-i^2}$.

404.

1) $z_1 = \sqrt{2}\,(\cos 120° + i \sin 120°) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(\cos 60° + i \sin 60°)$;

2) $z_2 = 2\,(\cos 40° + i \sin 40°) : \sqrt{3}\,(\cos 10° + i \sin 10°)$;

3) $z_3 = (1 - i)^2 : \sqrt{2}\left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4}\right)$.

405. Показать, что

1) $z_1^3 = 1$; 2) $z_2^3 = 1$; 3) $z_1^2 = z_2$; 4) $z_2^2 = z_1$,

если

$$z_1 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} \quad \text{и} \quad z_2 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}.$$

406. Как расположены на плоскости комплексные числа $z = 3 + bi$, где b — любое действительное число?

Записать в алгебраической форме следующие комплексные числа (407—409):

407. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 225° + i \sin 225°)$;

2) $\cos 300° + i \sin 300°$;

3) $2\,(\cos 60° + i \sin 60°)$;

4) $\cos 240° + i \sin 240°$.

408. 1) $\sqrt{2}\left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4}\right)$;

2) $2\left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}\right)$;

3) $\cos 2\pi + i \sin 2\pi$;

4) $\sqrt{2}\left[\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]$.

409. 1) $\frac{2i\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)}{i^{48} + i^{33}}$; 2) $\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}$;

3) $\cos \pi + i \sin \pi$; 4) $\sqrt{2}\left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}\right)$.

Выполнить действия (410—412):

410. 1) $0{,}4\,(\cos 82° + i \sin 82°) \cdot 0{,}25\,(\cos 8° + i \sin 8°)$;

2) $\frac{1}{2}(\cos 30° + i \sin 30°) \cdot 2\,(\cos 45° + i \sin 45°)$;

3) $0{,}03\,(\cos 25° + i \sin 25°) \cdot 5\,(\cos 20° + i \sin 20°)$;

4) $6\,(\cos 45° + i \sin 45°) \cdot \frac{1}{2}(\cos 15° + i \sin 15°)$.

411. 1) $2(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) : 0{,}8(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$;

2) $(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ) : \frac{1}{2}(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$;

3) $0{,}6(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) : \frac{1}{3}(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$;

4) $4{,}2\left(\cos \frac{4}{3}\pi + i \sin \frac{4}{3}\pi\right) : 7\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)$.

412. 1) $0{,}18(\cos \pi + i \sin \pi) \cdot 0{,}6\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$;

2) $0{,}8\left(\cos \frac{4}{3}\pi + i \sin \frac{4}{3}\pi\right) : 4(\cos \pi + i \sin \pi)$;

3) $\frac{2}{7}\left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \frac{6}{7}\left(\cos \frac{1}{3}\pi + i \sin \frac{1}{3}\pi\right)$;

4) $\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right) : 0{,}3\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$.

Пользуясь формулой Муавра, вычислить следующие выражения (413—415):

413. 1) $\left[2\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)\right]^9$; 2) $(\cos 72^\circ + i \sin 72^\circ)^{10}$;

3) $(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)^{10}$; 4) $\frac{1}{2}\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)^3$.

414. 1) $[3(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)]^5$; 2) $\left[4\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)\right]^4$;

3) $\left[\frac{1}{3}(\cos 18^\circ + i \sin 18^\circ)\right]^5$; 4) $\left[2\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)\right]^6$.

415.

1) $\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)^{-3}$; 2) $(\cos 30^\circ - i \sin 30^\circ)^{-5}$;

3) $\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)^{-1}$; 4) $(\cos 15^\circ - i \sin 15^\circ)^{-10}$.

Вычислить все значения корней (416—417):

416. 1) $z = \sqrt[3]{64(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)}$;

2) $z = \sqrt[6]{\cos 72^\circ - i \sin 72^\circ}$;

3) $z = \sqrt[3]{\cos 22^\circ 30' + i \sin 22^\circ 30'}$;

4) $z = \sqrt[5]{\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}}$.

417. 1) $z = \sqrt[4]{-1}$; 2) $z = \sqrt[6]{i}$;

3) $z = \sqrt[3]{8}$; 4) $z = \sqrt[7]{1}$.

418. Подкоренные выражения преобразовать в тригонометрическую форму, затем найти все значения корней и изобразить их точками на плоскости:

1) $z=\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i}$; 2) $z=\sqrt[7]{\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)}$.

419. Указать на плоскости множества точек, изображающих комплексные числа, модули r и аргументы φ которых удовлетворяют условиям:

1) $r=1$, $\varphi=\frac{\pi}{4}$; 4) $r<3$; 7) $0<\varphi<\frac{\pi}{6}$;

2) $r=2$; 5) $2<r<3$; 8) $0<\varphi<\pi$;

3) $r\leqslant 3$; 6) $\varphi=\frac{\pi}{3}$; 9) $1<r<2$, $0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}$.

420. Докажите, что для любых сопряженных комплексных чисел z_1 и z_2 выполняются соотношения:

1) $|z_1\cdot z_2+1|^2=(|z_1|^2+1)(|z_2|^2+1)$;

2) $|z_1\cdot z_2-1|^2=(|z_1|^2-1)(|z_2|^2-1)$.

421. Доказать справедливость равенства

$$|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2|z_1|^2+2|z_2|^2,$$

где z_1 и z_2 — два любых комплексных числа.

Сравните с теоремой из геометрии о сумме квадратов диагоналей параллелограмма.

422. Один из корней уравнения

$$x^4-4x^3+7x^2-16x+12=0$$

равен $2i$. Найти остальные корни уравнения.

423. Составить уравнение наименьшей степени с действительными коэффициентами, корнями которого служат 1 и $1-i$.

ГЛАВА 3

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ, ПРИВОДИМЫЕ К КВАДРАТНЫМ. КВАДРАТНЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ

§ 25. Функция $y = ax^2$ и ее график

424. Вычислить значения y, если

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y = \frac{1}{4}x^2$											
$y = x^2$											
$y = 4x^2$											
$y = -x^2$											

425. Построить графики функций задачи 424 на одном чертеже в одном и том же масштабе и отметить на графиках:

1) область определения и область изменения каждой из данных функций;

2) точки наименьшего и наибольшего значения каждой функции;

3) как влияет коэффициент при x^2 на форму графика;

4) как влияет *знак* коэффициента при x^2 на направление ветвей параболы;

5) как изменяется величина y при изменении x от $-\infty$ до $+\infty$ для каждой из данных функций;

6) пропорциональные зависимости между x и y;

7) общую точку графиков всех четырех данных функций;

8) какие из данных функций являются четными.

426. Парабола $y = ax^2$ проходит через точку (2;8). Найти коэффициент a и построить параболу.

427. Парабола $y = ax^2$ проходит через точку (—3; —12). Найти коэффициент a и построить параболу.

428. Велосипедист движется с ускорением a=0,2 см/с^2. Изобразить график движения велосипедиста, если путь вычисляется по формуле $S = \frac{ax^2}{2}$ и от начала его движения прошло две минуты.

§ 26. Функция $y = ax^2 + c$ и ее график

429. 1) Вычислить значения y и заполнить следующую таблицу:

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$y = \frac{1}{2}x^2$											
$y = \frac{1}{2}x^2 + 1$											
$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$											
$y = \frac{1}{2}x^2 + 3$											

2) Построить графики всех данных функций на одном чертеже и в одном и том же масштабе.

3) Проследите на графиках за областью определения и областью изменения каждой из данных функций.

4) Отметить на графиках функций те значения x, при которых указанные выше функции имеют наименьшее значение, и найти эти наименьшие значения.

5) Существует ли такое значение x, при котором какая-либо из данных функций: (а) обращается в нуль, (б) имеет отрицательное значение?

6) Парабола $y = ax^2 + 4$ проходит через точку (2; 3). Найти коэффициент a и построить график функции.

7) Является ли функция $y = ax^2 + c$ четной?

430. 1) Вычислить значения y, если:

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y=-\frac{1}{2}x^2$											
$y=-\frac{1}{2}x^2+1$											
$y=-\frac{1}{2}x^2+2$											
$y=-\frac{1}{2}x^2+3$											

2) Построить графики на одном чертеже и в одном и том же масштабе.

3) Проиллюстрировать на графиках область определения и изменения каждой из данных функций.

4) Отметить на графиках то значение x, при котором каждая из данных функций имеет наибольшее или наименьшее значение.

5) Найти по графику каждой функции те значения x, которые обращают ее в нуль.

6) Записать интервалы оси Ox для каждой из данных функций, в которых функция положительна и в которых отрицательна.

7) Парабола $y=ax^2+8$ проходит через точку $(2; -4)$. Найти коэффициент a и построить параболу.

431. Построить графики данных функций на отдельных чертежах:

1) $y=\frac{1}{4}x^2-3$; 2) $y=-\frac{1}{4}x^2-3$;

3) $y=\frac{1}{4}x^2+3$; 4) $y=-\frac{1}{4}x^2+3$.

Каждую функцию интерпретировать по пп. 3)—6) предыдущей задачи.

432. Построить графики данных функций на отдельных чертежах:

1) $y=-2x^2+4$; 2) $y=0{,}5x^2-2$;

3) $y=|-x^2+3|$; 4) $y=|3x^2-2|$.

§ 27. Функция $y = ax^2 + bx + c$ и ее график

433. С крыши дома высотой 15 м брошен вертикально вверх мяч с начальной скоростью $v_0 = 10$ м/с.

1) Найти зависимость между высотой подъема h и временем полета мяча t ($g = 9{,}8$ м/с^2).

2) Составить таблицу изменения высоты полета мяча в зависимости от изменения времени от начала его движения до падения на землю.

3) Построить график изменения высоты полета мяча, откладывая по горизонтальной оси значения t, а по вертикальной оси значения h.

4) Найти по графику и вычислением:

(а) Через сколько секунд мяч достигнет наибольшей высоты?

(б) На сколько метров от земли поднялся мяч в наивысшей точке подъема?

(в) Через сколько секунд от начала движения мяч упадет на землю?

Указание. Учитывая высоту дома 15 м и считая h_1 расстоянием от крыши дома до конечной точки подъема мяча, составляем уравнение зависимости между высотой подъема h и временем полета мяча t:

$$h = 15 + h_1, \quad \text{где} \quad h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 10t - 4{,}9t^2,$$

отсюда $h = 15 + 10t - 4{,}9t^2$, а затем выполняются остальные пункты задачи.

434. Периметр прямоугольника 8 см. Выразить площадь прямоугольника как функцию его стороны и построить график.

435. Построить графики функций:

1) $y = |x^2 - 4x + 3|$; 2) $y = |x^2 - 2|x| - 8|$;

3) $|y| = x^2 - 6x + 5$; 4) $y = |-x^2 + 3x - 2|$.

436. Построить графики данных функций в общем виде:

1) $y = ax^2$: (а) при $a > 0$, (б) при $a < 0$;

2) $y = ax^2 + c$: (а) при $a > 0$, $c > 0$,
(б) при $a > 0$, $c < 0$,
(в) при $a < 0$ и $c < 0$;

3) $y = a(x + m)^2$: (а) при $a > 0$ и $m > 0$,
(б) при $a < 0$ и $m < 0$;

4) $y=a(x+m)^2+n$: (а) при $a>0$, $m>0$ и $n>0$,
(б) при $a>0$, $m<0$ и $n<0$.

437. Найти экстремальные значения данных функций и указать, при каких значениях аргумента они достигаются:

1) $y=2x^2+4x+7$; 2) $y=\frac{1}{2}x^2-4x+5$;

3) $y=-3x^2+6x+1$; 4) $y=|8x^2-8x-6|$;

5) $y=\frac{1}{4}x^2-2x+1$; 6) $y=0{,}4x^2+3x-4$;

7) $y=|6x^2-x-1|$; 8) $y=|4x^2-4x+3|$.

438. Даны функции:

(а) $f(x)=x+\frac{k}{x}$ $(k>0)$; (б) $\varphi(x)=\frac{x}{1+x^2}$;

(в) $F(x)=\frac{x}{x^2-1}$.

1) Найти область определения и область изменения каждой из этих функций.

2) Определить их точки разрыва.

3) Построить график каждой функции на отдельном чертеже.

439. Даны функции:

1) $y=x^3-3x$; 2) $y=-x^3+x^2$;

3) $y=x^4-4x^2$; 4) $y=x^3-3x^2+2$;

5) $y=\frac{1}{4}(x^4-10x^2+9)$; 6) $y=-2(x^4-2x^2+1)$.

(а) Построить графики этих функций.

(б) Какие из этих функций четные?

§ 23. Неполные квадратные уравнения

Решить уравнения (440—442):

440. 1) $x^2=25$; 2) $x^2=49$; 3) $x^2=36$.

441. 1) $5x^2-125=0$; 2) $4x^2-64=0$;

3) $0{,}8x^2-0{,}2=0$.

442. 1) $0{,}04x^2-0{,}64=0$; 2) $3\frac{3}{4}x^2-303{,}75=0$;

3) $2x^2-0{,}8=0$; 4) $10x^2-100=0$;

5) $x^2-0{,}16=0$; 6) $4x^2-0{,}81=0$.

443. Решить уравнения с буквенными коэффициентами и в каждом уравнении указать, при каких

значениях букв данное уравнение имеет действительные решения:

1) $a^2x^2 = b^2$; 2) $4a^2x^2 - 8c^2 = 0$;

3) $\frac{1}{2}a^2x^2 - 2b = 0$; 4) $4x^2 - \frac{1}{a^2} = 0$;

5) $0{,}8x^2 - \frac{0{,}2}{a^2} = 0$; 6) $(a-b)^2x^2 = 1$;

7) $0{,}05a^2x^2 - 1{,}25b^2 = 0$; 8) $\frac{x}{0{,}3a} = \frac{2{,}7a}{x}$.

444. Решить уравнения в области комплексных чисел:

1) $x^2 + 1 = 0$; 2) $25x^2 + 625 = 0$;

3) $0{,}1x^2 + 2{,}5 = 0$; 4) $0{,}04x^2 + 0{,}01 = 0$;

5) $\frac{5x^2+14}{3} + \frac{3x^2+1}{2} = 4$; 6) $\frac{3x^2+4}{2} = x^2$;

7) $7x^2 + \frac{x^2+21}{4} = -4x^2 - 6$.

Решить уравнения (445—448):

445. 1) $x(x-3) = 4x - 6x^2$; 2) $3x^2 + 4x = 2(x^2 - 3x)$;

3) $(x-2)^2 - 4(x+1)^2 = 5x + x^2$;

4) $5x^2 - 8x = -(3x+2)x$.

446. 1) $\frac{2x+3}{4x} = \frac{5}{x}$; 2) $\frac{4{,}5x^2-2{,}8}{5x} = \frac{3{,}4}{2x}$;

3) $\frac{3{,}4x+2{,}7}{x-3{,}4} = \frac{x-2{,}7}{x+3{,}4}$; 4) $\frac{7{,}2x+8{,}3}{7{,}2} = \frac{59{,}76}{51{,}84-x}$.

447. 1) $ax^2 + bx = 0$; 2) $ax^2 + (a-b)x = ax$;

3) $\frac{ax+b}{x-a} = \frac{x-b}{x+a}$; 4) $\frac{ax+b}{a} = \frac{ab}{a^2-x}$;

5) $\frac{ax-b}{x+a} = \frac{x+b}{x-a}$; 6) $\frac{ax-b}{a} + \frac{ab}{a^2+x} = 0$.

448.

1) $\frac{2ax}{x+a} - 2x = \frac{x^2}{x-a}$; 2) $\frac{a(3x+2a)}{x^2-a^2} - \frac{x-a}{x+a} = \frac{x+a}{x-a}$;

3) $\frac{(a+b)x}{a-b} = \frac{ax-x^2}{a+b}$; 4) $\frac{1}{cx+nx} = \frac{a-x}{2ax^2}$;

5) $\frac{(a-x)^2+(x-b)^2}{(a-x)^2-(x-b)^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$, $a \neq b$, $a+b \neq 0$.

§ 29. Полные квадратные уравнения

Решить уравнения:

449. 1) $x^2-4x+4=0$; 2) $x^2-10x-24=0$;
3) $x^2-4x+3=0$; 4) $x^2-2x-3=0$;
5) $x^2-2x-8=0$; 6) $x^2+5x+6=0$;
7) $x^2-3x-10=0$; 8) $x^2+12x=-35$;
9) $x^2+8x-9=0$; 10) $x^2-14x-15=0$.

450. 1) $x^2-6x+8=0$; 2) $x^2-4x-96=0$;
3) $x^2+x=30$; 4) $x^2-x=12$;
5) $x^2-11x=-30$; 6) $x^2-60=11x$;
7) $x^2-\frac{5}{4}x+\frac{3}{8}=0$; 8) $x^2-5\frac{1}{2}x+7\frac{1}{2}=0$.

451. 1) $x^2-1\frac{1}{4}x+\frac{3}{8}=0$; 2) $x^2-5\frac{1}{2}x+7\frac{1}{2}=0$;
3) $x^2-0{,}5x+0{,}06=0$; 4) $x^2+0{,}9x-6{,}3=0$;
5) $\frac{x^2-1}{3}-3x=\frac{(x-3)^2}{4}-\frac{(x+3)^2}{8}$;
6) $\frac{(x-6)^2}{3}-\frac{(x+4)^2}{2}-1=6-x-\frac{(x+6)(x+2)}{4}$.

452. Не решая уравнения $x^2-5x+6=0$, вычислить:
(а) x_1+x_2, $x_1\cdot x_2$; (б) $x_1^2x_2+x_1x_2^2$;
(в) $(x_1+x_2)^3-(x_1^3+x_2^3)$; (г) $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}$;
(д) $\frac{1}{x_1^3}+\frac{1}{x_2^3}$; (е) $\frac{1}{x_1+x_2}+\frac{1}{x_1^2+x_2^2}$; (ж) $x_1^5+x_2^5$.

2) В уравнении $(k-2)x^2+(k-5)x-5=0$ определить k так, чтобы: (а) $x_1=2$; (б) $x_1+x_2=3$; (в) $x_1\cdot x_2=-3$.

Решить данные уравнения (453—456) по формулам:

(а) $x=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}$; (б) $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$;

(в) $x=\frac{-k\pm\sqrt{k^2-ac}}{a}$,

применяя каждую формулу там, где она упрощает нахождение корней уравнения.

453. 1) $\frac{x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{3x^2-10x}{15}$; 2) $\frac{x^2-7x}{3}-\frac{11x}{10}=1-\frac{x-4}{3}$;

3) $1-\frac{2x^2-3x}{2}=\frac{(3x-1)^2}{5}-\frac{(x+3)^2}{5}$;

4) $\frac{2+x^2-x}{x}=\frac{1}{9}(5x-1)-\frac{1}{5}(3x-1)$.

454.

1) $1:\frac{x-1}{2x-5}=1:\frac{3x+5}{5x-3}$; 2) $1:\frac{4x-3}{5+2x}=1:\frac{7-x}{3x+3}$;

3) $\frac{6}{x^2-1}+\frac{3}{x+1}=\frac{2}{x-1}+1$;

4) $\frac{x}{x-10}-\frac{8}{x-6}=\frac{4x}{x^2-16x+60}$;

5) $\frac{x+2}{x-2}+\frac{4(x+1)}{4-x^2}=\frac{x(x-4)}{4-x^2}+\frac{x-2}{x+2}$.

455. 1) $\frac{8}{x-4}-1=\frac{8-x}{x+2}-\frac{5}{3-x}$;

2) $\frac{3-2x}{5-x}-1=\frac{x+3}{x+1}-\frac{3}{3-x}$;

3) $\frac{5x-1}{2x-4}-\frac{x+1}{4x}=\frac{x-5}{x-2}-\frac{8-x}{3x^2-6x}$;

4) $\frac{9x^2+x+2}{6x^2-6}-\frac{20+x}{2x-2}=\frac{2(5-2x)}{3(x+1)}-\frac{5-3x}{x+1}$.

456. 1) $\frac{5}{x+1}+\frac{13}{x^3+1}=\frac{17x+10}{5(x^2-x+1)}$;

2) $\frac{x^2-x+16}{x^2+x+1}+\frac{36+x}{x^3-1}=-\frac{x+6}{1-x}$.

Решить данные уравнения графически (первым способом) (457—459):

457. 1) $x^2-1=0$; 2) $x^2-4=0$; 3) $x^2-9=0$.

458. 1) $x^2-2x=0$; 2) $x^2+2x=0$; 3) $x^2-4x=0$.

459. 1) $\frac{1}{2}x^2-\frac{5x+6}{2}=0$; 2) $x^2+x-6=0$;

3) $x^2-3x-10=0$; 4) $\frac{1}{4}x^2+\frac{x-12}{4}=0$.

460. Решить данные уравнения графически (вторым способом):

1) $\frac{1}{5}x^2-\frac{1}{5}x-6=0$; 2) $x^2-0{,}5x-7{,}5=0$;

3) $2x^2+\frac{1}{2}x-1{,}5=0$; 4) $\frac{3}{4}x^2-1{,}25x-0{,}5=0$.

Решить уравнения (461—465):

461. 1) $x^2 - 3ax + 2a^2 - ab - b^2 = 0$;

2) $x^2 - \frac{a}{b}(1 + 2b)x + \frac{2a^2}{b} = 0$;

3) $4x^2 - 4a^2x + a^4 - b^4 = 0$;

4) $x^2 - 6bx - (4a^2 - 9b^2) = 0$.

462. 1) $\frac{x+b}{x-a} - \frac{x^2 + a^2 - b^2 - ax}{x^2 - ax - bx + ab} = \frac{x+a}{b-x}$;

2) $cd^2 - cx(c - x) = d(x^2 - d^2)$, $c \neq d$;

3) $\frac{x}{x+3a} + \frac{2a^2}{(x+a)(x+3a)} = \frac{4ax}{x^2 + 4ax + 3a^2}$;

4) $\frac{1}{1 + \frac{x}{a}} - 2 = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - \frac{1}{1 + \frac{x}{b}}$.

463. 1) $\frac{(c+d)x^2 - 4cx}{c+d} + \frac{4c^2 - 1}{(c+d)^2} = 0$, $c \neq -d$;

2) $\frac{d^2z^2}{(c+d)(c^2 - d^2)} + \frac{z^2 + k}{c+d} = \frac{ck}{c^2 - d^2} + \frac{cz^2}{(c+d)^2}$;

3) $(m+n)t^2 - \frac{md}{m+n} = dt - mt$.

464. 1) $a(x+b)^{-1} + (x-b)(2x+a)^{-1} = 0$;

2) $\frac{z-1}{c^2 - cdz - cd + d^2z} + \frac{1}{c-d} = \frac{z^{-1}}{c - dz}$, $d \neq 1$;

3) $\frac{3c}{t^{-2}(c^4 + c^2t^2 + t^4)} + (c-t)(ct - t^2 - c^2)^{-1} =$

$= (c+t)(c^2 + ct + t^2)^{-1}$.

465. 1) $\frac{a^2x^2 - 2a^2x}{x^2 - a^2} + \frac{2ax}{a+x} - \frac{a+x}{a-x} = \frac{2a(3x-a)}{x^2 - a^2}$;

2) $(1 + bx)(a - x) + x^2 = a^2$.

466. 1) Найти значение k, при котором один из корней второго уравнения был бы вдвое больше одного из корней первого уравнения:

(а) $x^2 - 5x + k = 0$; (б) $x^2 - 7x + 2k = 0$.

2) При каких значениях коэффициентов, или при ри каком соотношении между ними в уравнении $ax^2 + bx + c = 0$:

(а) сумма корней его равна их произведению;

(б) корни обратны друг другу;

(в) корни равны по абсолютной величине, но разных знаков;

(г) один корень равен нулю;
(д) оба корня равны нулю;
(е) один корень вдвое больше другого?

Составить квадратные уравнения по их данным корням (467—472):

467. 1) -2 и 2; 2) $\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{2}$; 3) 0 и 2; 4) $3{,}2$ и 0.

468. 1) 0 и 3; 2) $2\frac{1}{2}$ и $3\frac{1}{2}$; 3) 0 и -6.

469. 1) -4 и $5\frac{1}{2}$; 2) $1\frac{2}{3}$ и $2\frac{3}{4}$; 3) $0{,}2$ и $0{,}5$.

470. 1) $-a$ и a; 2) $-\frac{1}{a}$ и $\frac{1}{a}$; 3) $-\frac{2}{3}b$ и $\frac{2}{3}b$.

471. 1) 0 и a; 2) 0 и $-2a$; 3) 0 и $\frac{a}{b}$.

472. 1) a и b; 2) $-a$ и b; 3) a и $2b$.

§ 30. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители

473. Разложить на множители многочлены:

1) $15x^2-2x-1$; 2) $8x^2-2x-3$;

3) $4x^2-3ax+\frac{1}{4}(2a^2-ab-b^2)$;

4) $8x^2-\frac{2a}{b}(1-2b)x-\frac{a^2}{b}$;

5) $x^2-a^2x+\frac{1}{4}(a^4-b^4)$; 6) $4x^2-12bx-4a^2+9b^2$.

474. Сократить дроби:

1) $\frac{15x^2-8bx+b^2}{12x^2-bx-b^2}$; 2) $\frac{12a^2-a-1}{3a^2+5a-2}$;

3) $\frac{a^2+6a-91}{a^2+8a-105}$; 4) $\frac{8x^2+32x-360}{6x^2-72x-210}$;

5) $\frac{2x^2-18xy+28y^2}{4x^2-4xy-8y^2}$; 6) $\frac{6x^2-3xy-9y^2}{12x^2-30xy+18y^2}$.

Разложить на множители выражения (475—476):

475. 1) $x^2-\frac{a^2+b^2}{ab}x+1$; 2) $x^2+\frac{a^2+b^2}{ab}x+1$;

3) $x^2-(1+a)x+a$; 4) $4x^2-2(1+a)x+a$.

476. 1) $2ax^2-(2+a)x+1$; 2) $ax^2-(2-3a)x-6$;

3) $abx^2-(b-2a)x-2$; 4) $abx^2-(a+b^2)x+b$.

§ 31. Исследование квадратного трехчлена

Определить, при каких значениях x следующие трехчлены будут иметь положительные и при каких отрицательные значения (477—483):

477.

1) $y = 2x^2 - 16x + 24$; 2) $y = 0{,}5x^2 - x - 7{,}5$;
3) $y = -1{,}5x^2 + 4x + 1{,}5$; 4) $y = -x^2 + 9x - 14$.

478. 1) $y = x^2 - 4x + 3$; 2) $y = x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{3}{8}$;
3) $y = x^2 + 0{,}5x - 7{,}5$; 4) $y = 6x^2 - 7x - 3$.

479. 1) $y = -x^2 + 2x - 1$; 2) $y = x^2 - 2x + 1$; :+1;
3) $y = -x^2 - 6x - 9$; 4) $y = x^2 + 6x + 9$.

480. 1) $y = -16x^2 - 8x - 1$; 2) $y = 9x^2 - 12x + 4$;
3) $y = 4x^2 - 12x + 9$;
4) $y = -3x^2 + 4x + (3 - 2x)^2 + 7$.

481. 1) $y = x^2 - 6x + 13$; 2) $y = -x^2 + 6x - 13$;
3) $y = x^2 - 4x + 13$; 4) $y = -x^2 - 4x - 13$.

482. 1) $y = 3x^2 + 2x + 1$; 2) $y = -2x^2 + 4x - 7$;
3) $y = 9x^2 - 6x + 37$; 4) $y = -9x^2 + 6x - 37$.

483.

1) $y = -0{,}5x^2 + 1{,}5x + 5$; 2) $y = -5x^2 + 20x - 20$;
3) $y = 3x^2 + 2x + 2$; 4) $y = 3x^2 + 4x - 7$;
5) $y = -x^2 + 3x - 4$; 6) $y = 3x^2 + 5x - 50$.

§ 32. Квадратные неравенства

Решить неравенства аналитически (484—487):

484. 1) $x^2 > 1$; 2) $x^2 < 1$; 3) $x^2 - 4 > 0$;
4) $x^2 - 4 < 0$; 5) $3(x^2 - 16) > 0$; 6) $x^2 - a^2 < 0$.

485. 1) $x^2 - 15x > 3(108 - 5x)$;

2) $\frac{2x^2 - 3}{2} - \frac{x^2 + 3}{4} > 3$;

3) $ax^2 - \frac{1}{a} > 0$, $a > 0$;

4) $x^2 - 4a^2 - 12ab - 9b^2 < 0$, $a > 0$, $b > 0$, $a > b$.

486. 1) $x(x - 2) > 0$; 2) $5x(x + 3) < 0$;
3) $4x(2 - x) < 0$; 4) $3x^2 + x > 0$.

487. 1) $7x^2 - 3x < 0$; 2) $15x^2 > 4x$;

3) $(x + a)(x - b) + (x + b)(x - a) > 2a^2 - 2b^2$, $b > 0$, $a > 0$, $a > b$;

4) $(a + x)(2x + a) + (x - a)(a - 2x) > (a + 2x)^2 - a^2$, $a > 0$.

Решить неравенства методом интервалов (488—489):

488. 1) $\frac{(x-3)(x+4)}{x-2} > 0$; 2) $\frac{(x-5)(x+5)}{x-4} < 0$;

3) $3x^2 - 5x - 2 < 0$; 4) $5x^2 - 7x + 2 > 0$;

5) $(6x^2 - 2x - 20)(x + 3) > 0$;

6) $\frac{(a-x)(x-b)}{ax-b} < 0$, $a > 0$, $b > 0$, $a > b$.

489. 1) $\frac{x^2+4x+3}{x^2+2x+8} > 0$; 2) $3 - \frac{2x-17}{x-5} > \frac{x-5}{x+2}$;

3) $\frac{(8-x)(x-5)}{x^2-5x+6} > 0$;

4) $(3x - 1)(4 - x)(2x - 3)^2 > 0$;

5) $\frac{x^2+2x-3}{x^2-2x+8} > 0$; 6) $\frac{(x-3)(x-5)(8-x)^3}{(x-2)(5x-7)^2} < 0$;

7) $\frac{(2x-5)(4x-7)^{2n}}{(4-3x)(8-x)^{2n\pm1}} > 0$.

490. Решить неравенства графически:

1) $x^2 - 5x + 6 > 0$; 2) $x^2 - 2x + 1 \geqslant 0$;

3) $x^2 - 2x - 3 > 0$; 4) $x^2 + 2x + 3 \geqslant 0$;

5) $6x - 15 < x^2 + 2x$; 6) $x^2 - 12x + 30 > 0$.

491. Решить неравенства аналитически:

1) $abx^2 - b^2x + a^2x - ab > 0$, $a > 0$, $b > 0$, $a > b$;

2) $12x^2 - \frac{7}{5}ax - \frac{a^2}{10} < 0$, $a > 0$;

3) $6a^2x^2 - \frac{41abx}{4} + 3b^2 > 0$, $a > 0$, $b > 0$, $a > b$.

Найти области определения следующих функций (492—493):

492. 1) $y = \frac{3x+1}{3x-6}$; 2) $y = \frac{3x-1}{x^2+x+1}$;

3) $y = \sqrt{x-1}$; 4) $y = 2\sqrt{x-1} - \frac{5}{\sqrt{4-x}}$.

493. 1) $y=\sqrt{x^2+2x+4}$; 2) $y=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$;
3) $y=\sqrt{x^2-4x-12}$; 4) $y=\sqrt{(1-x)(1+5x)}$;
5) $y=\sqrt{\frac{2x-4}{x+1}}$; 6) $y=\sqrt{-\frac{x-4}{2-x}}$.

§ 33. Исследование корней квадратного уравнения по его дискриминанту

494. При каких целых положительных значениях k уравнение $3x^2-12x+3k=0$ имеет два действительных различных корня?

495. При каких целых отрицательных значениях k уравнение $3x^2-8x+k+6=0$ имеет два действительных различных корня?

496. При каком значении m каждое из данных уравнений имеет двукратный корень:

1) $(2+m)x^2+6mx+4m+1=0$;
2) $x^2+2(m-4)x+m^2-4m+3=0$;
3) $(m-2)x^2+(m-5)x-5=0$.

497. При каких действительных значениях a корни уравнения $3x^2-5ax+12=0$ будут мнимыми?

498. Найти коэффициент b в каждом из следующих уравнений, если:

1) $4x^2+bx+4=0$ имеет равные корни (действительные);
2) $9x^2-3bx+1=0$ имеет разные действительные корни;
3) $16x^2-bx+9=0$ не имеет действительных корней.

499. 1) В уравнении $x^2-ax+20=0$ определить такие целые значения a, при которых его корни будут лежать в бесконечном интервале $x>3$.

2) В уравнении $ax^2-3x-20=0$ определить те целые значения a, при которых его корни находятся по разные стороны отрезка $[-2;\ 3]$.

3) В уравнении $2x^2-3x-a=0$ определить те целые значения a, при которых оба его корня находятся внутри отрезка $[3;\ 5]$.

500. Даны уравнения:

1) $x^2+2(a-4)x+a^2+6a=0$;
2) $(a+3)x^2+3(a-6)x-(8a-5)=0$;
3) $(2-a)x^2+3(2+a)x-6a=0$;
4) $4x^2+(7a-1)x-3a(1+5a)=0$.

Определить для каждого из них действительные значения a, при которых корни:

(а) действительные равные ($x_1 = x_2$);

(б) действительные различные ($x_1 \neq x_2$);

(в) мнимые различные.

При каких значениях k решение следующих неравенств не зависит от x (501—503):

501. 1) $kx^2 + 12x - 5 < 0$;

2) $(3 + k)x^2 - 5x - 4 < 0$;

3) $x^2 + (k + 2)x + (8k + 1) > 0$;

4) $x^2 + (2k + 2)x + 9\left(k - \frac{5}{9}\right) > 0$.

502. 1) $4\left(1 - \frac{k}{4}\right)x^2 - 3\left(x - 1\frac{1}{3}\right) + k > 0$;

2) $k\left(k - \frac{5}{k} + 4\right)x^2 - (2k + 2)x + 3 > 0$.

503. 1) $(1 + k)x^2 + 2(k - 1)x - 2(k - 1) < 0$;

2) $(k - 2)x^2 - 4\left(\frac{3}{2} - k\right)x - 6\left(1 - \frac{5}{6}k\right) > 0$;

3) $k\left(k - \frac{4}{k} + 6\right)x^2 + 2(1 - k)x + 2 < 0$.

504. При каких значениях a следующие выражения представляют полные квадраты:

1) $a\left(4 - \frac{3}{a}\right)x^2 - 3a\left(1 + \frac{1}{a}\right)x + 2a\left(1 + \frac{1}{a}\right)$;

2) $a\left(6 - \frac{5}{a}\right)x^2 + 5a\left(\frac{1}{a} - 1\right)x - 2(3 - a)$;

3) $(a - 1)x^2 + 2ax + a\left(3 - \frac{2}{a}\right)$;

4) $3a\left(1 + \frac{6}{a}\right)x^2 - 9\left(\frac{a}{3} + 1\right)x + 2\left(a - 1\frac{1}{2}\right)$.

§ 34. Задачи на составление квадратных уравнений

505. Знаменатель дроби на 4 больше ее числителя; если сложить эту дробь с обратной ей дробью, то сумма будет равна $2\frac{16}{21}$. Найти эту дробь.

506. Числитель дроби на 6 меньше ее знаменателя: ия: если сложить эту дробь с обратной ей дробью, то в сумме получится $4\frac{1}{4}$. Найти эту дробь.

507. Сумма квадратов двух последовательных целых чисел на 51 больше удвоенного меньшего из этих чисел. Найти эти числа.

508. На какое число надо разделить 180, чтобы частное было на 5 больше делителя, а остаток на 7 меньше делителя?

509. В двузначном числе цифра десятков на 2 больше цифры единиц; если это число умножить на сумму его цифр, то получится 124. Найти это число.

510. Сумма цифр двузначного числа равна 7. Произведение этого числа на число, полученное из него путем перестановки цифр, равно 976. Найти это число.

511. В прямоугольнике одна сторона на 8 см больше другой, а его площадь равна 9 $см^2$. Найти периметр этого прямоугольника.

512. В треугольнике основание на 4 см меньше высоты, а площадь равна 96 $см^2$. Найти основание и высоту этого треугольника.

513. От листа жести, имеющего форму квадрата, отрезали полосу шириной в 30 мм, после чего площадь оставшейся части листа стала равна 1000 $мм^2$. Определить первоначальные размеры листа жести.

514. Двое рабочих, выполняя определенное задание вместе, могли бы закончить его в $2^2/_5$ дня. Если сначала будет работать только один из них, а когда он выполнит $^3/_4$ всей работы, его сменит второй рабочий, то все задание будет закончено в 9 дней. За сколько дней каждый рабочий в отдельности может выполнить все задание?

515. Двое рабочих, из которых второй начинает работу на 3 часа позже первого, могут выполнить работу за $8^4/_7$ часа. За сколько часов каждый из них отдельно мог бы выполнить эту работу, если известно, что второй рабочий может выполнить эту работу на 2 часа быстрее, чем первый?

516. После встречи двух пароходов один из них пошел на юг, а другой на запад. Через 2 часа после встречи расстояние между ними было 60 км. Найти скорость каждого парохода, если скорость одного была на 6 км/ч больше скорости другого.

517. Расстояние между двумя станциями 96 км. Один поезд проходит это расстояние на 40 минут быстрее другого. Скорость первого поезда больше скорости второго на 12 км/ч. Найти скорости обоих поездов.

518. Из двух населенных пунктов, A и B, вышли одновременно два пешехода навстречу друг другу. При встрече оказалось, что первый прошел на a км больше, чем второй. Если они будут продолжать путь с прежней скоростью, то первый придет в B через m часов, а второй придет в A через n часов после встречи. Найти скорость каждого пешехода.

519. Моторная лодка проплыла вниз по реке a км, а затем вверх по реке b км ($a > b$). Вся поездка продолжалась t часов, причем остановок не было. Скорость лодки в стоячей воде равна v км/ч. Определить скорость течения реки.

§ 35. Иррациональные уравнения

Решить уравнения (520—530):

520. 1) $\sqrt{5-x}-\sqrt{x-10}=3$;

2) $\sqrt{3-x}+\sqrt{x-7}-\sqrt{1-x}=9$;

3) $x+\sqrt{x-1}=2x$;

4) $x+\sqrt{x^2+(x+7)^2}=18$;

5) $\sqrt{2x-15}-\sqrt{x+16}=-1$;

6) $\sqrt{x+17}+\sqrt{x-7}=5$.

521. 1) $\sqrt{x-10}-\sqrt{4x-23}=\sqrt{x-3}$;

2) $\sqrt{100+\sqrt{5x+1}}=8$;

3) $\sqrt{x-16}-\frac{24}{\sqrt{x-16}}+\sqrt{x}=0$;

4) $\sqrt{x-3}+\sqrt{x+5}=2\sqrt{x}$.

522. 1) $\sqrt{9+\sqrt{x}}-\sqrt{9-\sqrt{x}}=\sqrt{2}$;

2) $x+\sqrt{x+1}=11$;

3) $\sqrt{x}+\sqrt{x-24}=6$;

4) $\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}=4+\frac{\sqrt{x}-1}{2}$.

523. 1) $\sqrt{2x-1+\sqrt{x+2}}=4$;

2) $\sqrt{3-x}+\frac{6}{\sqrt{3-x}}=\sqrt{9-5x}$;

3) $\sqrt{10-5x}+\sqrt{4x-9}=6$;

4) $\sqrt{22-13x}-\sqrt{2x-8}=7$.

524. 1) $\sqrt{2x+5}+\sqrt{x-1}=8$;

2) $\sqrt{5(x+4)}-\sqrt{x+8}-2=0$;

3) $x^2+x+3+\sqrt{x^2+x+5}=28$;

4) $\sqrt[3]{(8-x)^2}-\sqrt[3]{(8-x)(27+x)}+\sqrt[3]{(27+x)^2}=7$.

525*. 1) $\sqrt[3]{(x+1)^2}+4\sqrt[3]{(x-1)^2}=5\sqrt[3]{x^2-1}$;

2) $\sqrt[3]{x^2}-3\sqrt[3]{x}+2=0$.

526*. 1) $\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x-\sqrt{x}}=\frac{3}{2}\sqrt{x}$;

2) $\frac{1}{\sqrt{x+3}}+\frac{2}{\sqrt{x^2-9}}=\frac{1}{\sqrt{x-3}}$.

527*. 1) $\frac{2}{\sqrt{x+1}}-\frac{\sqrt{10x+2}}{\sqrt{x^2-1}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x-1}}=0$;

2) $\sqrt{x+a\sqrt{5}}-\sqrt{\frac{a\sqrt{5}}{2}+x}=\sqrt{\frac{a\sqrt{5}}{2}-x}$.

528*. 1) $2\sqrt{x}-7\sqrt[4]{x}+3=0$;

2) $\sqrt[n]{\frac{a-x}{b+x}}+\sqrt[n]{\frac{b+x}{a-x}}=2$;

3) $\frac{1}{\sqrt{3x+10}}+\frac{6}{\sqrt{3x^2+16x+20}}=\frac{1}{\sqrt{x+2}}$.

529*. 1) $x\left(\sqrt{\frac{4x+6a}{x-a}}-2\right)=3a$;

2) $\sqrt[4]{1+x}+\frac{\sqrt[4]{1+x}}{x}=\sqrt[4]{243x}$;

3) $\sqrt[3]{10-x}-\sqrt[3]{3-x}=1$;

4) $\sqrt[3]{8+x}+\sqrt[3]{8-x}=4$.

530*. 1) $\sqrt{x-\frac{1}{x}}-\sqrt{1-\frac{1}{x}}=\frac{x-1}{x}$;

2) $\sqrt[3]{4x^2+10x+4}+\sqrt[3]{2x^2-5x-3}=\sqrt[3]{2x+1}$.

531. Решить следующие иррациональные уравнения ия с помощью производных пропорций:

1) $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}=\frac{2\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-3}$;

2) $\frac{a\sqrt{x-b}+b}{a-b\sqrt{x-b}}=\frac{a+b}{a-b}$;

3) $\frac{a\sqrt{x+b}+c}{a\sqrt{x+b}+c-2a}=\frac{c\sqrt{x+b}+a}{c\sqrt{x+b}-a}$;

4) $\frac{a+b\sqrt{x-c}}{a\sqrt{x-c}+b}=\frac{2ab}{a^2+b^2}$;

5) $\frac{a\sqrt{x}-b^2}{a\sqrt{x}+b^2}=\frac{b\sqrt{x}-a^2+2ab-b^2}{b\sqrt{x}-a^2}$.

§ 36. Биквадратные уравнения

Решить уравнения (532—534):

532. 1) $x^4-5x^2+4=0$; 2) $x^4-13x^2+36=0$;
3) $x^4-25x^2+144=0$; 4) $x^4-41x^2+400=0$;
5) $4x^4-5x^2+1=0$; 6) $9x^4-10x^2+1=0$.

533.

1) $36x^4-25x^2+4=0$; 2) $2x^4-19x^2+9=0$;
3) $2x^4-100x^2+98=0$; 4) $3x^4-51x^2+48=0$;
5) $100x^4-13x^2+0{,}36=0$; 6) $3x^4-75x^2+432=0$.

534. 1) $x^4-(a^2+b^2)x^2+a^2b^2=0$;
2) $16x^4-4(a^2+b^2)x^2+a^2b^2=0$;
3) $a^2b^2x^4-a^4x^2=b^4x^2-a^2b^2$;
4) $8x^4-8a^2x^2=4x^2-4a^2$;
5) $2x^4+50m^2=2m^2x^2+50x^2$;
6) $36x^2-9m^2x^2-4m^2x^2+m^4=0$;
7) $36a^2b^2x^4-4b^4x^2-9a^4x^2+a^2b^2=0$.

535. Решить уравнения:

1) $(x^2+5x+8)^2-6(x^2+5x+8)+8=0$;
2) $(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-6})^2-3(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-6})+2=0$;
3) $(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x-2})^2-8(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x-2})+7=0$;
4) $10\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-45\left(x+\frac{1}{x}\right)+50=0$.

Решить уравнения (536—538), раскладывая их левые части на множители:

536.

1) $x^3-6x^2+11x-6=0$; 2) $x^3-7x^2+16x-12=0$;
3) $x^3-2x^2-9x+4=0$; 4) $x^3-3x+2=0$;
5) $x^3+3x^2-4=0$; 6) $x^3+x^2-2=0$.

537. 1) $x^4+x^3+x+1=0$; 2) $x^4+x^3-x-1=0$;
3) $x^4+x^2+1=0$; 4) $x^4+5x^3+15x+75=0$;
5) $x^4+x^3+6x^2+5x+5=0$;
6) $x^3+8x^2+17x+10=0$.

538. 1) $x^5+x^4+x^3+x^2+x+1=0$;
2) $x^5-x^4-3x^3-2x=0$;
3) $x^5+2x^4+2x^3+2x^2+x=0$;
4) $x^5-3x^4+x^3+3x^2-2x=0$;
5) $x^5-5x^4+2x^3+20x^2-24x=0$;
6) $5x^5-6x^4+6x^2-5x=0$.

Составить уравнения по заданным их корням x_1, x_2, x_3, x_4 (539—540):

539. 1) $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=3$;
2) $x_1=-1$, $x_2=2$, $x_3=3$;
3) $x_1=1$, $x_2=-2$, $x_3=3$;
4) $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=-3$;
5) $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=3$, $x_4=4$;
6) $x_1=1$, $x_2=-2$, $x_3=3$, $x_4=4$.

540. 1) $x_1=3$, $x_2=i\sqrt{2}$, $x_3=-i\sqrt{2}$;
2) $x_1=3$, $x_2=i$, $x_3=-i$;
3) $x_1=2$, $x_2=3$, $x_3=i\sqrt{5}$, $x_4=-i\sqrt{5}$;
4) $x_1=2$, $x_2=i$, $x_3=-i$;
5) $x_1=1+i$, $x_2=1-i$, $x_3=1-3i$, $x_4=1+3i$.

§ 37. Двучленные и трехчленные уравнения

Решить двучленные уравнения (541—546):

541. 1) $x^4 - 4 = 0$; 2) $x^3 + 1 = 0$;
3) $x^2 + 4 = 0$; 4) $x^3 - 1 = 0$.

542. 1) $x^2 - 16 = 0$; 2) $x^2 + 16 = 0$;
3) $x^3 + 8 = 0$; 4) $x^3 - 8 = 0$.

543. 1) $x^4 - 16 = 0$; 2) $x^4 + 16 = 0$;
3) $8x^3 + 1 = 0$; 4) $8x^3 - 1 = 0$.

544. 1) $x^6 - 1 = 0$; 2) $x^6 + 1 = 0$;
3) $x^6 - 64 = 0$; 4) $x^6 - 729 = 0$.

545. 1) $x^6 + 64 = 0$; 2) $16x^4 - 9 = 0$;
3) $81x^4 - 25 = 0$; 4) $64x^6 - 1 = 0$.

546. 1) $4x^4 = 49$; 2) $25x^4 = 49$;
3) $27x^6 = 64$; 4) $32x^5 = 1$.

Решить трехчленные уравнения (547—552):

547. 1) $(x-1)^2 - 5(x-1) + 6 = 0$;
2) $(2x-5)^2 - 5(2x-5) + 6 = 0$;
3) $(4x-1)^2 - 4(4x-1) + 4 = 0$.

548. 1) $(5x-2)^2 - 3(5x-2) + 1 = 0$;
2) $(0{,}2x+1)^2 - 4(0{,}2x+1) + 3 = 0$;
3) $(0{,}3x-2)^2 - 8(0{,}3x-2) + 3 = 0$.

549. 1) $(x-2)^4 - 5(x-2)^2 + 4 = 0$;
2) $(x-3)^4 - 10(x-3)^2 + 9 = 0$;
3) $4(x-5)^4 - 5(x-5)^2 + 1 = 0$.

550. 1) $2(5x-6)^4 - 19(5x-6)^2 + 9 = 0$;
2) $3(2x+7)^4 - 7(2x+7)^2 + 2 = 0$;
3) $3(3x+4)^4 - 28(3x+4)^2 + 9 = 0$.

551. 1) $8x^6 - 9x^3 + 1 = 0$;
2) $x^6 - 2x^3 + 1 = 0$;
3) $(x+3)^6 - 9(x+3)^3 + 8 = 0$.

552. 1) $8(3x+7)^6 - 217(3x+7)^3 + 27 = 0$;
2) $16x^8 - 257x^4 + 16 = 0$;
3) $2\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} - 3 = 0$.

§ 38. Возвратные уравнения

553. Используя подстановку $x+\frac{1}{x}=t$ и формулы

$$x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2,$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=t^3-3t,$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}=t^4-4t^2+2,$$

решить следующие уравнения:

1) $12x^4-16x^3-11x^2-16x+12=0$;
2) $x^8+4x^6-10x^4+4x^2+1=0$;
3) $10x^6+x^5-47x^4-47x^3+x^2+10x=0$;
4) $10x^6+19x^5-19x^4-20x^3-19x^2+19x+10=0$;
5) $9x^6-18x^5-73x^4+164x^3-73x^2-18x+9=0$.

§ 39. Системы уравнений второй степени с двумя и более неизвестными

Решить системы уравнений способом подстановки (554—559):

554. 1) $\begin{cases} 3x^2-4y^2=-1, \\ x+y=2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x^2+3y^2=5, \\ 2x+y=3; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2-3y^2+5xy+2x+3y-22=0, \\ x-y=1; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2+2y^2-3xy+4x-3y-5=0, \\ x+y=3. \end{cases}$

555. 1) $\begin{cases} 2x^2+y^2+3xy-4x+3y-14=0, \\ 2x+y=4; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2+y^2-4x+4y-17=0, \\ 3x-y=13; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2+2y^2+8x+8y-20=0, \\ 6x^2-10y=-4; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2+y^2-2x+2y-15=0, \\ xy=6. \end{cases}$

556. 1) $\begin{cases} xy + x^2 = 5, \\ y + 3x = 6{,}5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 1{,}71, \\ 7x - 8y = 5{,}7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 6{,}24, \\ 5x + 3y = 7; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 5xy - 2x^2 + 7x - 8y = 10, \\ 4x - 5y = 7. \end{cases}$

557.

1) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}, \\ x + y = 18; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{12}, \\ y - x = 6; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{y+2} = \frac{9}{20}, \\ x + y + 4 = 9; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{3}{x-y} + \frac{3}{y+3} = -\frac{5}{1{,}33}, \\ x + y = 5. \end{cases}$

558. 1) $\begin{cases} \frac{4}{x-1} - \frac{5}{y+1} = 1, \\ \frac{3}{x+3} = \frac{2}{y}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{3}{x+5} + \frac{2}{y-3} = 2, \\ \frac{4}{x-2} = \frac{1}{y-6}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{1+x+x^2}{1+y+y^2} = 3, \\ x + y = 6; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x^2+y+1}{y^2+x+1} = \frac{3}{2}, \\ x - y = 1. \end{cases}$

559. 1) $\begin{cases} \frac{x+y}{y} = a, \\ 1 + \frac{xy}{a+1} = a^2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{a-b} - \frac{a+b}{y} = 0, \\ x = y; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x - y = a(a+1), \\ x = y^2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x+y}{a} = 2, \\ x^2 + y^2 - 2a^2 = 2. \end{cases}$

Решить системы уравнений, используя теорему Виета (560—563):

560. 1) $\begin{cases} x + y = 8, \\ xy = 15; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 12, \\ xy = 32; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = 6, \\ xy = 8; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + y = 7{,}2, \\ xy = 0{,}14. \end{cases}$

561. 1) $\begin{cases} x + y = a, \\ xy = b; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = a, \\ xy = -2a^2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = 2a, \\ xy = -3a^2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + y = a + 2b, \\ xy = ab + b^2. \end{cases}$

562. 1) $\begin{cases} x-y=16, \\ xy=-48; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=3, \\ xy=-2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-y=6, \\ xy=16; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x-y=a, \\ xy=b. \end{cases}$

563. 1) $\begin{cases} \frac{1}{y}+\frac{1}{x}=\frac{34}{15}, \\ x+y=34; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{4}{x}+\frac{4}{y}=\frac{26}{5}, \\ x+y=26; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{1}{y}-\frac{1}{x}=0{,}5, \\ x-y=0{,}1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{5}{y}-\frac{1}{\frac{1}{5}x}=0{,}5, \\ x-y=5. \end{cases}$

Решить системы уравнений (564—566), используя формулы $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$:

564. 1) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ xy=12; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=34, \\ xy=15; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=29, \\ xy=10; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=58, \\ xy=21. \end{cases}$

565. 1) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2+b^2, \\ xy=ab; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=4a^2+b^2, \\ xy=2ab; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=9a^2+4b^2, \\ xy=6ab; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=m^2+4n^2, \\ xy=2mn. \end{cases}$

566. 1) $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{34}{15}, \\ x^2+y^2=34; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=2\frac{1}{2}, \\ x^2+y^2=20; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{5}{2}, \\ x^2+y^2=80; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=3\frac{1}{3}, \\ x^2+y^2=90. \end{cases}$

Решить системы уравнений (567—570), используя подстановку $y = tx$:

567.

1) $\begin{cases} x^2+3y^2=31, \\ 4xy+5y^2=69; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3y^2-2xy=4, \\ y^2-3xy-2x^2=-16; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2-3xy+y^2=36, \\ 3x^2+4xy-y^2=94; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x^2-4xy+2y^2=1, \\ 5x^2+8xy+3y^2=16; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 5x^2+8xy-9y^2=27, \\ 3x^2-4xy+4y^2=8; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 7x^2-3xy+2y^2=53, \\ 2x^2+5xy-12y^2=0. \end{cases}$

568.

1) $\begin{cases} x^2 - 2xy - y^2 = 2, \\ xy + y^2 = 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4y^2 + x^2 + xy = 6, \\ 8y^2 + 3x^2 = 14; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5y^2 + 5x^2 - 6xy = 29, \\ 7x^2 + 7y^2 - 8xy = 43; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5xy - 4y^2 + 3x^2 = 38, \\ 5x^2 - 9xy - 3y^2 = 15. \end{cases}$

569.

1) $\begin{cases} x^2 + xy = 36, \\ xy + y^2 = 45; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - xy = m, \\ y^2 - xy = n; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 - 2xy = 1{,}25, \\ y^2 + 4xy + 1 = 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3(x^2 - 2y^2) = -17xy, \\ x^2 = 10 - 4y^2. \end{cases}$

570.

1) $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 25, \\ 2x^2 - 2xy - y^2 = 11; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y^2 - xy = -12, \\ x^2 - xy = 28; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x^2 + 5xy + 4y^2 = 12, \\ 2x^2 - 4xy - 3y^2 = -5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 4x^2 - 3xy - y^2 = 0, \\ 3x^2 + 2y^2 = 20. \end{cases}$

Решить симметрические системы уравнений (571—573), используя формулы следующей таблицы:

$S_k = x^k + y^k, \quad x + y = u, \quad xy = v$
$S_1 = x + y = u$ $S_2 = x^2 + y^2 = u^2 - 2v$ $S_3 = x^3 + y^3 = u^3 - 3uv$ $S_4 = x^4 + y^4 = u^4 - 4u^2v + 2v^2$ $S_5 = x^5 + y^5 = u^5 - 5u^3v + 5uv^2$

571.

1) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 28, \\ x + xy + y = 14; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = \frac{5}{2}xy, \\ x^3 + y^3 = 8\frac{1}{8}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^4 + y^4 = 97, \\ x + y = 5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^4 + x^2y^2 + y^4 = 133, \\ x^2 - xy + y^2 = 7. \end{cases}$

572.

1) $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 26, \\ x + y = 0{,}75xy; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 19, \\ x - xy + y = 7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2+xy=21, \\ x+y+xy=9; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2+2x+2y=30, \\ x^2+y^2+xy=27. \end{cases}$

573. 1) $\begin{cases} \frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}=6, \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{3}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}=18\frac{2}{3}, \\ x+y=8. \end{cases}$

Решить системы уравнений (574—581):

574. 1) $\begin{cases} x^2y+xy^2=6, \\ xy+x+y=5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2y^3+x^3y^2=12, \\ x^2y^3-x^3y^2=4. \end{cases}$

575. 1) $\begin{cases} x^2+xy+y^2=91, \\ x+\sqrt{xy}+y=13; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=-2(3x+y), \\ x+y=-8. \end{cases}$

576. 1) $\begin{cases} \sqrt{(x+y)^2}=3, \\ \sqrt{(x-y)^2}=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}=\frac{4}{3}, \\ xy=9. \end{cases}$

577. 1) $\begin{cases} 3x=\frac{1}{2y}, \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=18xy+2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2y+xy^2=240, \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{12}. \end{cases}$

578. 1) $\begin{cases} x^2y+xy^2=12, \\ xy+x+y=7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^3+y^3=35, \\ xy(x+y)=30. \end{cases}$

579. 1) $\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2)=447, \\ xy(x-y)=210; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+2y^2=6; \\ x^4+4y^4=20. \end{cases}$

580. 1) $\begin{cases} x^4+y^4+x^2+y^2=110, \\ xy=-6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^4-y^4=15, \\ x^3y-xy^3=6. \end{cases}$

581. 1) $\begin{cases} x-y-z=3, \\ xy+xz+yz=11, \\ x^2+y^2+z^2=27; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y-z=xyz, \\ x-y+z=xyz, \\ -x+y+z=xyz. \end{cases}$

§ 40. Задачи на составление систем уравнений второй степени

582. Произведение двух целых чисел равно 30, а их сумма равна 11. Найти эти числа.

583. Отношение двух целых чисел равно 3, а их разность равна 8. Найти эти числа.

584. Разность квадратов двух чисел равна 16, а сумма их квадратов равна 34. Найти эти числа.

585. Если к первому числу прибавить удвоенное второе число, то получится 10, а если к удвоенному первому числу прибавить второе, то получится 11. Найти эти числа.

586. Площадь прямоугольного треугольника равна 6 $см^2$, а его гипотенуза равна 5 см. Найти катеты.

587. Найти диагонали параллелограмма, если они относятся как 2 : 3, а его стороны равны 11 см и 23 см.

588. Определить стороны параллелограмма, если они относятся как 2 : 3, а его диагонали равны 17 см и 19 см.

589. Определить стороны параллелограмма, если их разность равна 4 см, а диагонали равны 12 см и 14 см.

590. В параллелограмме бóльшая сторона равна меньшей диагонали, а разность сторон равна 3 см и разность диагоналей равна 2 см. Определить стороны и диагонали.

591. Основание треугольника 13 см; угол при вершине 60°; сумма боковых сторон равна 22 см. Определить боковые стороны.

592. Два тракториста должны были вспахать определенный участок колхозного поля. Проработав 4 часа, второй тракторист прекратил работу (по техническим причинам) и, чтобы вспахать данный участок, первому трактористу пришлось 2 часа работать одному. За какое время каждый из них отдельно мог бы вспахать этот участок поля, если первый мог бы вспахать его на 3 часа быстрее, чем второй?

593. Первая труба, действуя отдельно, наполняет бассейн на 3 часа быстрее, чем одна вторая. Чтобы наполнить бассейн, открыли сразу обе трубы, но через 10 часов первую трубу закрыли, и после этого одна вторая труба закончила наполнение бассейна через 5 часов 45 минут. Во сколько времени можно наполнить этот бассейн каждой трубой отдельно?

594. Два токаря изготовили по несколько разных деталей. Первый за свою работу получил 48 руб., а второй, сделавший на шесть деталей меньше, 27 руб. Если бы первый токарь изготовил столько деталей, сколько второй, а второй столько, сколько первый, то они получили бы за свою работу поровну. Сколько деталей изготовил каждый токарь?

595. Несколько токарей и несколько слесарей выполняли определенное задание по изготовлению деталей. Токарей было одним больше, чем слесарей. Каждая бригада получила по 150 руб. Если бы каждый слесарь получал столько, сколько токарь, а каждый токарь столько, сколько слесарь, то бригада токарей получила бы на 67,5 руб. больше, чем бригада слесарей. Определить количество токарей и слесарей, выполнявших задание.

596. Чтобы изготовить некоторое число деталей, два токаря работали вместе в течение 5 часов и сверх того один первый токарь работал 50 минут. Сколько времени требуется каждому токарю отдельно, чтобы изготовить все детали данного заказа, если один первый токарь может изготовить все детали этого заказа на 2 часа скорее, чем второй?

597. По изготовлению деталей заказа в течение 6 часов работала одна бригада токарей, после чего к ней присоединилась другая, и тогда обе бригады закончили заказ за 4 часа совместной работы. За сколько часов могла бы выполнить заказ деталей каждая бригада отдельно, если одной первой бригаде на это требуется времени на 3 часа больше, чем одной второй?

598. С двух аэродромов, расстояние между которыми 2400 км, вылетели навстречу друг другу два самолета. Скорость одного из них, вылетевшего на 40 минут раньше другого, меньше скорости другого на 60 км в час. Встреча самолетов произошла на середине пути между аэродромами. Определить скорость каждого самолета.

599. Катер должен проплыть 25 км за определенное время. Однако через 3 часа пути он был остановлен на промежуточном причале на 20 минут, и, чтобы прийти вовремя в место назначения, он увеличил скорость на 2 км в час. Определить первоначальную скорость катера.

600. Две группы учащихся техникума купили некоторое количество театральных билетов. Первая группа израсходовала на билеты 30 руб., а вторая, купившая на 10 билетов меньше первой и по цене на 10 коп. за билет дешевле первой, уплатила за билеты 18 руб. Сколько билетов купила каждая группа?

601. В театральной кассе продано на 15 руб. билетов в партер и на 10,8 руб. на балкон. В партер

продано на 5 билетов больше, чем на балкон, по цене на 6 копеек за билет дороже, чем на балкон. По какой цене проданы билеты в партер и на балкон?

602. Моторная лодка прошла вверх по течению реки d км и вернулась обратно, затратив на весь путь t часов.

Определить скорость движения лодки в стоячей воде, если скорость течения реки $v\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

603. Куплено некоторое количество товара первого и второго сорта, причем товара второго сорта на a кг больше, чем первого сорта. За товар первого сорта заплачено b руб., а за товар второго сорта — c руб. Один килограмм товара второго сорта стоит на d руб. дешевле одного килограмма первого сорта. Сколько куплено товара каждого сорта?

604. Определить стороны прямоугольника, если его площадь равна a см^2, а острый угол между диагоналями равен 60°.

605. Два велосипедиста выехали из пунктов A и B навстречу друг другу. Приехав в конечные пункты, каждый из них сейчас же возвращается обратно. Первый раз велосипедисты встретились в 40 км от B, а второй раз через 8 часов после начала поездки — в 20 км от A. Найти расстояние от A до B и скорость каждого велосипедиста.

606. Число a есть среднее арифметическое некоторых трех чисел, b — среднее арифметическое их квадратов. Выразить через a и b среднее арифметическое их попарных произведений.

ГЛАВА 4

ПРОГРЕССИИ

§ 41. Числовые последовательности

607. Написать формулу общего члена последовательности:

1) 1, 2, 3, 4, 5, ...;

2) 2, 5, 8, 11, ...;

3) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots$;

4) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \ldots$;

5) $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \ldots$;

6) $\frac{1}{1\cdot 2}, \frac{1}{2\cdot 3}, \frac{1}{3\cdot 4}, \ldots$

608. Выпишите последовательность $\{a_n\}$, если:

(а) $a_n = 0{,}5n + 2$, где $1 \leqslant n \leqslant 6$;
(б) $a_n = -n^2 + 1$, где $1 \leqslant n \leqslant 3$;
(в) $a_n = (-1)^n \cdot 2$, где $1 \leqslant n \leqslant 10$;
(г) $a_n = 4$, где $1 \leqslant n \leqslant 5$.

609. Выпишите последовательность $\{a_n\}$, если

(а) $a_n = n^2 + 2n$, где $1 \leqslant n \leqslant 4$;
(б) $a_n = n^2 - 4n + 3$, где $1 \leqslant n \leqslant 5$.

610. Является ли бесконечная последовательность $\{a_n\}$ монотонной, если:

(а) $a_n = 3n + 1$, (б) $a_n = -2n + 3$,
(в) $a_n = \frac{n+1}{n}$, (г) $a_n = (n-3)^2$?

611. Выписать первые шесть членов последовательности, общий член которой a_n имеет следующий вид:

1) $a_n = 2^n$; 2) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$; 3) $a_n = n$;

4) $a_n = \left(\frac{1}{n}\right)^n$; 5) $a_n = -\left(-\frac{1}{n}\right)^n$; 6) $a_n = \frac{1}{n}$;

7) $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$; 8) $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$;

9) $a_n = \frac{n(n+2)}{(n+1)(n+3)}$.

612. Вычислить суммы внутренних углов треугольника, четырехугольника, пятиугольника. Какую последовательность представляют эти суммы?

613. Общий член числовой последовательности выражается формулой $a_n = 2n^3 + 3$. Узнать, являются ли членами этой последовательности числа 5, 19, 57, 131, 178, 217, 305, и если являются, то какой порядковый номер в этой последовательности они имеют?

614. Доказать методом математической индукции формулу

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \ldots + n(n+1) = \frac{1}{3} n(n+1)(n+2).$$

615. Общий член последовательности выражается формулой $a_n = 2n^2 - 3$. Узнать, являются ли членами этой последовательности числа 47, 180, 197, 345, 447, 609, и если являются, то какой порядковый номер они имеют?

616. Как называется числовая последовательность, общий член которой выражается формулой $a_n = 3n + 1$? Выпишите первые 9 членов этой последовательности.

617. Написать формулу общего члена последовательности:

1) 1, 4, 7, 10, 13, 16, ...;

2) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

§ 42. Предел последовательности

618. По формуле $\alpha_n = \frac{360^\circ}{n}$, где n — число сторон правильного многоугольника, вычисляется величина его центрального угла.

1) Какие элементы данной формулы являются постоянными, а какие переменными величинами? Дайте определение постоянной и переменной величин.

2) Укажите область изменения α_n при неограниченном увеличении числа сторон n (правильного многоугольника).

3) Является ли в данном примере α_n бесконечно малой величиной при неограниченном увеличении числа сторон правильного многоугольника?

619. Поясните на примерах следующей таблицы поведение переменных x, $2-x$, $\frac{8}{2-x}$:

x	1	1,9	1,99	1,999	1,9999	1,99999	1,999999	...
$2-x$	1	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	...
$\frac{8}{2-x}$	8	80	800	8 000	80 000	800 000	8 000 000	...

Укажите пределы этих переменных величин при $x \to 2$ и дайте определение:

1) бесконечно малой;

2) бесконечно большой;

3) предела переменной величины.

620. Полагая $n = 1, 2, 3, \ldots$, составить таблицу соответствующих значений переменных:

$$\alpha_1 = 2^n, \quad \alpha_2 = -2^n, \quad \alpha_3 = (-2)^n,$$
$$\alpha_4 = 2^{-n}, \quad \alpha_5 = -2^{-n}, \quad \alpha_6 = (-2)^{-n}$$

и определить характер их изменения при $n \to \infty$.

621. Доказать, что

$$\lim_{x \to \infty} \frac{5x-2}{7x} = \frac{5}{7}.$$

Указание. Составим разность $\frac{5x-2}{7x} - \frac{5}{7} = \frac{2}{7x}$. При $x \to \infty$ эта разность является бесконечно малой как величина обратная бесконечно большой величине.

622. Доказать, что $\lim\limits_{x \to 2} (7x+2) = 16$.

Указание. Положим $x = 2 + \alpha$ и составим разность $(7x+2) - 16 = [7(2+\alpha)+2] - 16 = 7\alpha$. При $x \to 2$ переменная $\alpha \to 0$ и разность между функцией $7x+2$ и числом 16, т. е. 7α, будет бесконечно малой.

623. Найти пределы функции $y=\frac{4}{5-x}$:

1) при $x\to 5-0$ и 2) при $x\to 5+0$. Пояснить решение таблицами, как в задаче 619.

624. Пользуясь взаимной связью между бесконечно малой и бесконечно большой величинами, а также определением бесконечно малой величины и теоремами о пределе, найдите пределы следующих выражений:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n-1}{n}$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+5}{n}$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{7n+8}{4n+5}$; 4) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{16n-1}{8n+2}$.

625. Пусть $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=2$, а $\lim\limits_{n\to\infty}y_n=0{,}3$. Найти пределы следующих выражений:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n+y_n)$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n-y_n)$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n\cdot y_n)$; 4) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{y_n}$;

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(5x_n+\frac{y_n}{4}\right)$; 6) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{6x_n-5y_n}{x_n+y_n}+x_n\right)$;

7) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n^3-5y_n+7}{x_n-y_n}$; 8) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{10+x_n^2+y_n^2}{2x_n+4y_n}$;

9) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n^2-4x_n+y_n^2}{x_n+5}$; 10) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n+y_n^2+2}{y_n+4}$.

626. Найти пределы следующих выражений:

1) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-4x+8}{x+2}$; 2) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-3x^2+x+4}{2x-1}$;

3) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2+2x-15}{x^2-9}$; 4) $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^3-a^3}{x^2-a^2}$;

5) $\lim\limits_{x\to 1}\left[\frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}\right]$; 6) $\lim\limits_{x\to a}\left[\frac{2x}{x^2-a^2}+\frac{1}{x-a}\right]$;

7) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x-1}$; 8) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^3+x^2-x+2}{x+2}$.

627. Найти пределы следующих функций:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{3x^2-4x+1}{2x^2-x-1}$; 2) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x-5}{x^3-8x^2+5x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-7x+10}{x^2-5x+6}$; 4) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-1}$;

5) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{-1}-2^{-1}}{x-2}$; 6) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^4-4x^2+1}{x^3-x^2-x+1}$;

7) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{4x^2-4x+1}{4x^2-1}$; 8) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^5-a^5}{x^{10}-a^{10}}$.

628. Найти пределы следующих последовательностей:

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{2^{n-1}}$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-1}{n}$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$;

4) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n+3}{2n-1}$; 5) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}$; 6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1}$;

7) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n}$; 8) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+2}{n}$; 9) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-4}{n}$;

10) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$; 11) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{2n+1}$; 12) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+2}$.

629. Имеют ли следующие последовательности пределы и если имеют, то найти эти пределы:

1) $\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}, \dfrac{5}{2}, \ldots, \dfrac{2n-1}{2}, \ldots$;

2) $\dfrac{3}{2}, \dfrac{9}{4}, \dfrac{27}{8}, \ldots, \left(\dfrac{3}{2}\right)^n, \ldots$;

3) $-1, 1, -1, \ldots, (-1)^n, \ldots$

§ 43. Арифметическая прогрессия

630. Указать, какие из следующих последовательностей являются возрастающими, а какие убывающими:

1) 3; 8; 13; ...;

2) 47; 44; 41; ...;

3) 7,5; 6; 4,5; ...;

4) -10; -7; -4; ...;

5) 9,6; 4,6; $-0,4$; ...

631. Определить первый член арифметической прогрессии, если

$$a_{12}=104 \quad \text{и} \quad d=9.$$

632. Найти сумму первых n нечетных чисел.

633. Из данного множества последовательностей выписать арифметические прогрессии и указать их разности:

1) 1; 1,1; 1,2; 1,3; ...; 2) 1,5; 1,7; 1,8; 1,9; ...;

3) 3; 7; 11; 15; ...; 4) 8; 6; 4; 2; ...;
5) 2; 6; 10; 14; ...; 6) 3; 5; 7; 9; 11; ...;
7) 4; 11; 18; 25, ...; 8) 5; 6; 7; 8; 9; ...;
9) 3; 6; 12; 24; ...; 10) 3,3; 6,6; 13,2; ...

634. Найти 8-й член прогрессии $\div$ 4; 8; ...

635. Найти 31-й член прогрессии $\div$ 7; 11; ...

636. Найти 81-й член прогрессии $\div a$, $4a$, ...

637. Найти 20-й член прогрессии $\div$ 0,009; 0,012; ...

638. Определить последний член a_n арифметической прогрессии, если $a_1 = 7$, $d = 5$ и $n = 19$.

639. Определить разность d арифметической прогрессии, если $a_n = 80$, $a_1 = -4$, $n = 21$.

640. Определить число членов n арифметической прогрессии, если $a_n = 200$, $d = 5$, $a_1 = 10$.

641. Найти 301-й член арифметической прогрессии, если первый ее член равен 0,8, а разность прогрессии равна $-0,4$.

642. Найти 91-й член арифметической прогрессии, если первый ее член равен 4,8 и разность прогрессии $-1,2$.

643. Найти первый член арифметической прогрессии, если 81-й ее член равен 500, а разность прогрессии равна -6.

644. Найти разность прогрессии, если ее первый член равен 1, а девятнадцатый член 42.

645. Найти сумму n членов арифметической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = 2$, $a_n = 18$, $n = 25$;
2) $a_1 = 14$, $a_n = 86$, $n = 100$;
3) $a_1 = -6$, $a_n = 106$, $n = 18$;
4) $a_1 = -3$, $a_n = 180$, $n = 12$;
5) $a_1 = 15$, $d = 1,4$, $n = 50$;
6) $a_1 = -14,8$, $d = -2,1$, $n = 51$.

646. Определить первый член и сумму n членов ов арифметической прогрессии, в которой:

1) $d = 2$, $a_n = 400$, $n = 10$;
2) $d = 3$, $a_n = 200$, $n = 20$;
3) $d = -\frac{1}{2}$, $a_n = 20$, $n = 40$;
4) $d = -0,25$, $a_n = 32$, $n = 50$.

647. Определить число n членов и сумму n членов арифметической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = -4{,}5$, $d = 5{,}5$, $a_n = 100$;
2) $a_1 = 5$, $d = 5$, $a_n = 40$;
3) $a_1 = 3$, $d = 4$, $a_n = 15$;
4) $a_1 = 2$, $d = 7$, $a_n = 30$.

648. Решить следующие уравнения:

1) $1 + 5 + 9 + \ldots + x = 861$;
2) $1 + 7 + 13 + \ldots + x = 280$;
3) $(x + 2) + (x + 5) + \ldots + (x + 32) = 220$.

649. В следующей таблице по данным элементам арифметической прогрессии найти остальные:

№№ п/п	a_1	d	n	a_n	S_n
1	32	$-\frac{3}{4}$	13		
2	58	-3		10	
3			24	33	240
4	7	1,5			117
5		-2	11	-10	
6	2		25		150
7			10	$-28\frac{2}{3}$	$-166\frac{2}{3}$
8		2		35	320
9	3,6		17	82	
10	2	4		18	

650. Найти арифметическую прогрессию, если:

1) $\begin{cases} a_2 = -5, \\ a_6 - a_4 = 6; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} a_3 = 10, \\ a_1 + a_4 = 16; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} a_1 + a_4 = 29, \\ a_2 + a_3 = 29; \end{cases}$

4) $\begin{cases} a_2 + a_5 - a_3 = 10, \\ a_1 + a_6 = 17; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} a_7 - a_3 = 8, \\ a_2 \cdot a_7 = 75; \end{cases}$

6) $\begin{cases} a_1 + a_4 = 16, \\ a_2 \cdot a_3 = 60. \end{cases}$

651. Сумма первого и четвертого членов арифметической прогрессии равна 10, а разность между ее вторым и третьим членами равна 2. Найти эту прогрессию.

652. Найти сумму двадцати членов арифметической прогрессии, если сумма ее первых трех членов равна нулю, а сумма четырех первых членов равна 1.

653. Найти следующую сумму:

$$100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \ldots + 2^2 - 1^2.$$

654. В арифметической прогрессии сумма первого и шестого ее членов равна -4, а произведение второго члена на третий равно 32. Найти сумму первых семи членов этой прогрессии, если известно, что все ее члены — целые числа.

655. Сумма членов арифметической прогрессии, состоящей из 30 членов, равна 3645; первый член равен 20. Чему равен седьмой член?

656. Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 66, а произведение второго и третьего членов равно 528. Найти сумму 40 членов этой прогрессии.

657. Выразить сумму n членов арифметической прогрессии через a_1, d и n.

658. Определить сумму всех нечетных чисел:

(а) от 1 до 99; б) от 1 до $2n-1$; (в) от 1 до n.

659. Найти сумму пяти членов арифметической прогрессии, заданной ее общим членом:

1) $a_n = \frac{3n-1}{6}$; 2) $a_n = \frac{5n+7}{3}$; 3) $a_n = \frac{8n-3}{5}$.

660. При углублении на каждые 30,5 м внутренняя температура Земли возрастает на 1° С; если на поверхности земли $t = 10°$ С, то:

1) какова температура будет на глубине 1000 м,

2) на какой глубине будет температура 100° С?

661. За какое время мотоциклист проедет 230 км, если в первый час он проезжает 50 км, а в каждый следующий час на 5 км больше, чем в предыдущий?

662. Отец дарит каждому из своих пяти сыновей в день рождения, начиная с пяти лет, столько книг, сколько сыну лет. Года сыновей составляют арифметическую прогрессию, разность которой равна 3. Сколько

лет было каждому сыну, когда у них составилась библиотека в 325 книг?

663. Два тела, выйдя одновременно, движутся навстречу друг другу из двух пунктов, находящихся на расстоянии 200 м. Первое тело проходит 12 м в секунду, а второе тело в первую секунду прошло 20 м и в каждую следующую секунду проходит на 2 м меньше, чем в предыдущую. Через сколько секунд тела встретятся?

664. Стороны многоугольника составляют арифметическую прогрессию. Наибольшая из сторон равна 19 см, а смежные стороны отличаются одна от другой на 2 см. Определить число сторон этого многоугольника, если периметр его равен 84 см.

665. Куплено 10 кг товара двух сортов: за первый сорт заплатили столько рублей, сколько членов в арифметической прогрессии, имеющей первым членом $a_1 = 6$, разность $d = 2$ и сумму всех членов $S_n = 266$; за второй сорт уплатили число рублей, удовлетворяющее уравнению $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-7} = 1$. Сколько стоил килограмм товара каждого сорта, если 1 кг первого сорта дороже килограмма второго сорта на столько рублей, сколько единиц в выражении

$$\left[\frac{\sqrt{10}\cdot\sqrt[-2]{3}}{\sqrt{30}}\right]^{-1}?$$

666. Сколько надо взять членов арифметической ой прогрессии 5, 9, 13, 17 ..., чтобы получить сумму 10877?

667. В арифметической прогрессии третий член ен равен 35, а пятый член равен 55. На какое число надо разделить сумму пяти членов этой прогрессии, чтобы в частном получилось число, меньшее делителя на 7 единиц, а остаток от деления был равен половине частного?

§ 44. Геометрическая прогрессия

668. Написать по шесть членов каждой из следующих последовательностей, заданных формулой их общего члена, и указать соответственно знаменатели этих последовательностей:

1) $a_n = 3^n$; 2) $a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$;

3) $a_n = 2^n$; 4) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

669. Найти знаменатель геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_n = 8$ и $a_{n+1} = 16$; 2) $a_n = 9$ и $a_{n+2} = 81$;

3) $a_{n+1} = \frac{1}{4}$ и $a_{n+2} = \frac{1}{8}$;

4) $a_n = \frac{1}{7}$ и $a_{n+2} = \frac{1}{343}$.

670. Продолжить следующие прогрессии до шестого члена:

1) $\div\div 0{,}2;\ 0{,}4;\ \ldots$;

2) $\div\div \sqrt{2};\ 0{,}3\sqrt{2};\ \ldots$;

3) $\div\div \frac{1}{5}\sqrt{7};\ \frac{1}{25}\sqrt{7};\ \ldots$;

4) $\div\div \frac{2}{3};\ \frac{1}{2};\ \frac{3}{8};\ \ldots$

671. Вычислить четвертый член следующих прогрессий:

1) $\div\div 7;\ 49;\ \ldots$; 2) $\div\div 2;\ 8;\ \ldots$;

3) $\div\div 5{,}625;\ -3{,}75;\ \ldots$; 4) $\div\div 1{,}4;\ 1{,}82;\ \ldots$

672. Пятый член геометрической прогрессии равен 3125, а ее знаменатель равен 5. Найти эту прогрессию.

673. Найти сумму 10 членов геометрической прогрессии 2, 8, 32, 128, ...

674. Найти первый член геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_7 = 1458$, $q = 3$; 2) $a_6 = -\frac{4}{27}$, $q = -\frac{1}{3}$;

3) $a_8 = -\frac{2187}{128}$, $q = 1\frac{1}{2}$; 4) $a_9 = 768$, $q = 2$.

675. Найти шестой член геометрической прогрессии если первый ее член равен 15 и знаменатель прогрессии равен 2.

676. Найти знаменатель геометрической прогрессии, если первый член равен 1296, последний $\frac{16}{27}$ и сумма ее членов равна $1943\frac{19}{27}$.

677. Найти число членов геометрической прогрессии, если первый член равен $\frac{3}{4}$, последний 7500 и знаменатель прогрессии 10.

678. Найти число членов геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = 2, \quad q = 4, \quad a_n = 2048;$

2) $a_1 = 32, \quad q = 2\frac{1}{2}, \quad a_n = 7812\frac{1}{2};$

3) $a_1 = 3584, \quad q = \frac{1}{2}, \quad a_n = 7.$

679. Найти сумму членов геометрической прогрессии, если первый член 2187, а последний $25\frac{23}{81}$ и знаменатель равен $\frac{2}{3}$.

680. Найти сумму шести членов геометрической прогрессии, если шестой член равен 2048, а знаменатель прогрессии равен 4.

681. Найти геометрическую прогрессию, в которой:

1) $\begin{cases} a_1 + a_3 = 15, \\ a_4 - a_2 = 18; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} a_5 + a_1 = 51, \\ a_6 - a_4 = 72; \end{cases}$

3) $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 21, \\ a_6 + a_5 + a_4 = 168. \end{cases}$

682. Найти сумму n членов геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = 2, \quad q = 2, \quad n = 5;$

2) $a_1 = 4, \quad q = \frac{1}{2}, \quad n = 6;$

3) $a_1 = 0{,}5, \quad q = 3, \quad n = 4;$

4) $a_1 = 5{,}5, \quad q = 2, \quad n = 5.$

683. Определить знаменатель и сумму n членов геометрической прогрессии, в которой:

1) $a_1 = 2, \quad n = 7, \quad a_n = 1458;$

2) $a_1 = 74\frac{2}{3}, \quad n = 6, \quad a_n = 2\frac{1}{3};$

3) $a_1 = 76\frac{4}{5}, \quad n = 6, \quad a_n = -\frac{12}{5};$

4) $a_1 = -20\frac{1}{4}, \quad n = 5, \quad a_n = -\frac{1}{4}.$

684. Определить первый член и сумму n членов геометрической прогрессии, в которой:

1) $q = 1\frac{1}{2}, \quad n = 6, \quad a_n = 2\frac{17}{32};$

2) $q=3$, $n=4$, $a_n=54$;

3) $q=4$, $n=8$, $a_n=49\,152$;

4) $q=2\frac{1}{2}$, $n=6$, $a_n=-3125$.

685. Определить первый и последний члены геометрической прогрессии, в которой:

1) $n=8$, $q=-\frac{1}{2}$, $S_n=1\frac{21}{64}$;

2) $n=7$, $q=\sqrt{2}$, $S_n=15\sqrt{2}+14$;

3) $n=9$, $q=2$, $S_n=1533$;

4) $n=5$, $q=\frac{1}{2}$, $S_n=3\frac{7}{8}$;

5) $n=12$, $q=2$, $S_n=4095$.

686. В следующей таблице по данным элементам геометрической прогрессии найти остальные:

№№ п/п	a_1	q	n	a_n	S_n	№№ п/п	a_1	q	n	a_n	S_n
1	$\frac{1}{3}$	2	6			8		$\frac{1}{2}$	7		635
2	2	4		2048		9		2	13	64	
3		3	7	1458		10	$\frac{1}{5}$			$\frac{1}{405}$	$\frac{61}{405}$
4	64	$\frac{1}{2}$	6			11	125		3		195
5		2	9	768		12	1		8	2187	
6	3584	$\frac{1}{2}$		7		13	$\frac{1}{81}$	-6			$493\frac{58}{81}$
7	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	4			14	3280,5	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$	

687. Найти первые три члена возрастающей геометрической прогрессии, состоящей из шести членов, если сумма первых трех членов равна 26, а трех последних 702.

688. Определить геометрическую прогрессию, состоящую из девяти членов, если сумма первых трех членов равна 21, а сумма трех последних 1344.

689. Разность между вторым и первым членами геометрической прогрессии равна 20, а разность между четвертым и первым ее членами 140; найти геометрическую прогрессию.

690. Выписать шестой член геометрической прогрессии, в которой произведение первых двух членов равно $-\frac{1}{8}$, а произведение первого и пятого членов равно $\frac{1}{64}$.

691. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 28, а сумма следующих трех членов равна 3,5. Найти второй член этой прогрессии.

692. Найти первый член и знаменатель возрастающей геометрической прогрессии, состоящей из семи членов, если сумма первых трех членов равна 26, а трех последних 2106.

693. Определить первый член и знаменатель геометрической прогрессии, в которой разность между пятым и первым ее членами равна 60, а разность между четвертым и вторым членами равна 24.

694. Найти арифметическую и геометрическую прогрессии при условии, что сумма трех первых членов арифметической прогрессии равна 15, а сумма трех первых членов геометрической прогрессии равна 35, первый член арифметической прогрессии на 2 меньше первого члена геометрической прогрессии и второй член арифметической прогрессии равен первому члену геометрической прогрессии.

695. Сумма трех первых членов возрастающей арифметической прогрессии равна 21. Если от ее членов отнять соответственно 2,3 и 2, то получим три первых члена геометрической прогрессии. Найти эти прогрессии.

696. Четыре числа составляют геометрическую прогрессию. Если из них вычесть соответственно 2, 3, 7 и 17, то вновь полученные числа составят возрастающую арифметическую прогрессию. Найти первые пять членов каждой из этих прогрессий.

697. Четыре числа составляют убывающую геометрическую прогрессию. Если от первых двух чисел отнять соответственно 13 и 4, а к третьему и четвертому числу прибавить соответственно 9 и 30, то вновь полученные числа образуют арифметическую прогрессию. Найти первые шесть членов каждой из этих прогрессий.

698. Даны прогрессии: 1) $\div a_1, a_2, a_3$ и 2) $\div\div b_1, b_2, b_3$, где члены этих прогрессий — натуральные числа. Сумма всех шести членов равна 192; $b_1 = a_2$, $b_3 - a_1 = 102$, при этом b_3 составлено из тех же цифр, что и a_3, но между ними вставлен нуль. Найти эти прогрессии.

699. Каждое движение поршня разрежающего насоса удаляет из сосуда $^1/_8$ находящегося там воздуха. Определить давление воздуха после двадцатого движения поршня, если первоначальное давление было равно 760 мм.

700. Найти сумму ряда:

1) $\frac{4}{3} + \frac{5}{3^2} + \frac{4}{3^3} + \frac{5}{3^4} + \ldots$;

2) $\frac{3}{7} + 1 + \frac{9}{49} + \frac{1}{3} + \frac{27}{343} + \frac{1}{9} + \ldots$.

701. Найти первый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой:

1) сумма пяти членов равна $\frac{2591}{3240}$, а сумма членов прогрессии $\frac{4}{5}$;

2) знаменатель прогрессии равен $\frac{1}{6}$, а сумма членов прогрессии $\frac{4}{5}$.

702. Найти знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой первый член равен 2, а сумма членов прогрессии $3\frac{1}{3}$.

703. Найти пятый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии, в которой знаменатель равен $\frac{1}{8}$, а сумма членов прогрессии равна $3\frac{3}{7}$.

704. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 25, а сумма первого и второго ее членов 9. Найти прогрессию.

705. Найти суммы бесконечно убывающих геометрических прогрессий:

1) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots$; 2) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \ldots$;

3) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \ldots$; 4) $1, \frac{1}{7}, 7^{-2}, \ldots$;

5) $2, \frac{1}{5}, \frac{1}{50}, \ldots$; 6) $5, \frac{1}{6}, \frac{1}{189}, \ldots$;

7) $\sqrt{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{1}{5\sqrt{5}}, \ldots$; 8) $\sqrt{7}, \frac{1}{\sqrt{7}}, \frac{1}{7\sqrt{7}}, \ldots$

706. Каждую из следующих периодических дробей представить в виде суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии и определить предел этой суммы:

1) 0,333 ...; 2) 0,222 ...; 3) 0,375375375 ...

707. Каждую из следующих смешанных периодических дробей разбить на две части так, чтобы одна из частей представляла сумму членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии, и вычислить предел полученной суммы:

1) 4,65555 ...; 2) 7,834444 ...; 3) 0,2777 ...

708. Дан равносторонний треугольник, сторона которого a. Из высот этого треугольника строится новый правильный треугольник, из высот второго строится еще треугольник и т. д. Определить предел суммы площадей всех построенных таким образом треугольников и предел суммы их периметров.

709. На стороне угла в 45° взята точка на расстоянии a от вершины. Из этой точки опущен перпендикуляр на вторую сторону, из основания этого перпендикуляра — новый перпендикуляр на первую сторону и т. д. Найти предел суммы длин этих перпендикуляров.

ГЛАВА 5

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ И ЛОГАРИФМЫ

§ 45. Показательная и логарифмическая функции

710. На одном чертеже начертить графики следующих функций:

1) $y=2^x$, $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$; 2) $y=3^x$.

Описать: (а) общие свойства функций, (б) различие свойств функций.

711. Построить графики следующих функций на отдельных чертежах:

1) $y=\left(\frac{3}{2}\right)^x$; 2) $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$; 3) $y=4^x$.

712. Начертить графики следующих функций на отдельных чертежах:

1) $y=2^{x+|x-1|}$; 2) $y=2^{x-|x-1|}$; 3) $y=2^{x+|x+1|}$.

713. Какое заключение можно сделать относительно чисел a и b (какое из чисел больше), если:

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^a>\left(\frac{2}{3}\right)^b$; 2) $\left(\frac{3}{4}\right)^a>\left(\frac{3}{4}\right)^b$;

3) $\left(\frac{4}{5}\right)^a<\left(\frac{4}{5}\right)^b$; 4) $\left(\frac{3}{7}\right)^a<\left(\frac{3}{7}\right)^b$;

5) $\left(\frac{5}{3}\right)^a>\left(\frac{5}{3}\right)^b$; 6) $\left(2\frac{1}{4}\right)^a>\left(2\frac{1}{4}\right)^b$?

714. (а) Какое заключение можно сделать относительно показателя степени a, если

1) $\left(\frac{3}{4}\right)^a>1$; 2) $\left(\frac{2}{5}\right)^a<1$; 3) $\left(\frac{5}{7}\right)^a<1$;

4) $\left(\frac{2}{3}\right)^a>1$; 5) $\left(2\frac{1}{4}\right)^a<1$; 6) $\left(1\frac{4}{5}\right)^a>1$?

(б) Какое заключение можно сделать относительно положительного основания a, если:

1) $a^{-2} > 1$; 2) $a^{-2} < 1$; 3) $a^{-3} < 1$; 4) $a^{-4} > 1$?

715. Написать область допустимых значений аргумента следующих функций:

1) $y = a^{\frac{5}{x}}$; 2) $y = a^{\sqrt[3]{x}}$; 3) $y = a^{\sqrt[5]{x}}$;

4) $y = a^{\sqrt{x}}$; 5) $y = a^{\sqrt[4]{x}}$; 6) $y = a^{\frac{3}{(x-1)(x-3)}}$.

716. Следующие равенства записать с помощью логарифмов:

1) $5^3 = 125$; 2) $4^4 = 256$; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$;

4) $7^3 = 343$; 5) $2^{-5} = \frac{1}{32}$; 6) $3^{-4} = \frac{1}{81}$.

717. Следующие равенства переписать в виде показательных:

1) $\log_3 27 = 3$; 2) $\log_2 64 = 6$; 3) $\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$;

4) $\log_a a\sqrt[3]{a} = \frac{4}{3}$; 5) $\log_{\sqrt[3]{a^2}} a^3\sqrt[5]{a^4} = 5{,}7$.

718. На основании определения логарифма решить следующие задачи:

1) Какое число имеет логарифм 2 при основании 3?
2) Какое число имеет логарифм 3 при основании 4?
3) Найти логарифм числа 625 по основанию 5.
4) Найте логарифм числа 2,56 по основанию 1,6.
5) При каком основании логарифм числа 81 равен 4?
6) При каком основании логарифм числа 0,0000000032 равен 5?

Решить следующие уравнения (719—721):

719. 1) $\log_{0,3} x = 3$; 2) $\log_{0,2} x = 4$;

3) $\log_{0,5} x = \frac{1}{2}$; 4) $\log_{\sqrt[3]{5}} x = 6$;

5) $\log_{a^4\sqrt[5]{a^3}} x = \frac{5}{3}$; 6) $\log_{\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}} x = 8$;

7) $\log_{\frac{1}{343}} \sqrt[3]{49} = x$; 8) $\log_x \frac{1}{64} = -3$;

9) $\log_3 (x-4)(x-2) = 1$.

720. 1) $\log_x 27 = 3$; 2) $\log_x 64 = 3$;
3) $\log_x 49 = 2$; 4) $\log_x 4\,096 = 12$;
5) $\log_x 8192 = 13$; 6) $\log_x 16\,384 = 14$.

721. 1) $\log_2 65\,536 = x$; 2) $\log_2 0{,}78125 = x$;
3) $\log_2 0{,}0625 = x$; 4) $\log_{\sqrt[3]{(a+b)^2}} (a+b)^4 = x$;
5) $\log_{\sqrt[3]{\sqrt{a}}} \sqrt[5]{a\sqrt{a}} = x$; 6) $\log_{3\sqrt{3}} \frac{1}{27} = x$.

722. Используя логарифмическое тождество $a^{\log_a N} = N$, найти значение каждого из следующих выражений:

1) $2^{\log_2 7}$; 2) $2^{\log_2 18}$; 3) $3^{\log_3 25}$;
4) $3^{2\log_3 36}$; 5) $4^{\log_2 8}$; 6) $16^{\log_4 15}$;
7) $25^{\log_5 10}$; 8) $36^{\log_6 4 - 2}$; 9) $81^{2{,}5\log_3 6 + 2}$;
10) $7^{2\log_7 3 + 1}$; 11) $5^{-2\log_5 3}$; 12) $7^{\frac{1}{2}\log_7 2 - 1}$;
13) $3^{1+\log_3 11} + 10$; 14) $3^{2-\log_{\sqrt{3}} 2}$; 15) $\sqrt{2}^{\log_2 9 + 2} - 12$.

723. Сравнить расположение графиков взаимно обратных функций: $y = a^x$ и $y = \log_a x$.

Найти область определения каждой из следующих функций и построить их графики на отдельных чертежах (724—725):

724. 1) $y = \log_2 (x - 3)$; 2) $y = \log_{\frac{1}{2}} (-x)$;
3) $y = \log_5 (2x^2 + x - 3)$; 4) $y = \log_{\frac{1}{3}} (x^2 + 1)$.

725. 1) $y = \log_{\frac{1}{2}} |x - 4|$; 2) $y = \log_3 |x - 3|$;
3) $y = \log_4 |x|$; 4) $y = \log_{\frac{1}{4}} |x|$.

726. Используя свойства логарифмической функции, решить следующие неравенства:

1) $\log_3 x > 0$; 2) $\log_4 x > 0$; 3) $\lg x > 0$;
4) $\log_{\frac{1}{4}} x > 0$; 5) $\log_{\frac{1}{3}} x > 0$; 6) $\lg x < 0$;
7) $\log_{\frac{1}{5}} (x - 3) < 0$; 8) $\log_{\frac{1}{7}} (x - 4) < 0$;
9) $\log_{0,5} (x^2 - 5x + 6) > 0$.

Решить уравнения (727—728):

727.

1) $\log_3(x^2-5x+9)=1$; 2) $\log_2(x^2-5x+8)=1$;
3) $\log_4(x^2-5x+10)=1$; 4) $\log_{0,5}(x^2-5x+8)=-1$.

728.

1) $\log_5(x^2-4x+4)=0$; 2) $\log_7(x^2-2x-34)=0$;
3) $\log_{0,5}(x^2-17x+73)=0$;
4) $\log_{0,3}(x^2-29x+199)=0$.

729. Что больше:

1) $\log_3 12$ или $\log_3 15$; 2) $\log_5 20$ или $\log_5 28$;
3) $\log_{\frac{1}{3}} 12$ или $\log_{\frac{1}{3}} 15$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} 20$ или $\log_{\frac{1}{2}} 28$?

730. Решить уравнения:

1) $\log_{\sqrt[3]{2}\sqrt{2}} \frac{1}{16}=x$; 2) $\log_{\sqrt[3]{4}\sqrt{4}} x=-\frac{3}{4}$;

3) $\log_{\sqrt[3]{2}\sqrt{5}} x=-6$; 4) $\log_{0,32}\frac{2}{5}\sqrt{2}=x$;

5) $\log_x \frac{1}{8}=1\frac{1}{2}$; 6) $\log_x 0{,}125=-2$.

731. Вычислить выражения:

1) $5\log_5 25+8\log_2 64-4\log_3 27+\log_2 2+\log_5 1$;
2) $\log_2\log_2 16-\log_2\log_3 81+\log_5 5+\lg 10+\lg 1$;
3) $3^{1-\log_3 7}+5^{\log_5 8+1}-2{,}4^{\log_{2,4} 10+1}$.

§ 46. Логарифмирование и потенцирование

Прологарифмировать следующие выражения (732—738):

732. 1) $x=3abc$; 2) $x=2a(b+c)$;
3) $x=5(a^2+b^2)$; 4) $N=a\cdot n(m-n)$;
5) $b=a\cdot\sin\alpha$; 6) $m=5n\cos 2\alpha$.

733. 1) $x=\frac{2mn}{3ab}$; 2) $x=\frac{4(a+b)}{3(a^2-b^2)}$;
3) $\nu=\frac{2\pi R}{T}$; 4) $I=m^2n^2\sqrt[5]{(a-b)^4}$.

734. 1) $c = 2\pi R$; 2) $v = \frac{4}{3}\pi R^3$;

3) $x = a^{-\frac{3}{4}} b^{\frac{2}{3}} \operatorname{tg}\beta$; 4) $x = \frac{3\sqrt{a^{-1}}\sqrt[3]{b}}{(a-b)^{-2}}$.

735.

1) $x = 2a\sqrt[3]{a(a+b)^2}$; 2) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$;

3) $v = \frac{4}{3}R^3\cos^2\frac{\alpha}{2}\sqrt[3]{\sin\alpha}$;

4) $x = 2a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{2}}\sqrt[4]{2a^2b^2}$.

736.

1) $x = \sqrt[3]{(a^2b^3\sqrt{c})^{-2}}$; 2) $x = a^{-2}\sqrt{3a\sin\alpha} : 3b\sqrt[3]{a}$;

3) $S = \frac{2p}{3}\sqrt{\frac{p}{\pi}}\operatorname{tg}\alpha$; 4) $x = \frac{5a^{-2}\sqrt[3]{3a\sin^2\alpha}}{a^2b\sqrt{ab}}$.

737. 1) $x = 2\sin\alpha\cos\alpha\sqrt[4]{\frac{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}{\sqrt[3]{3}}}$;

2) $x = \cos\beta\operatorname{ctg}\beta\operatorname{cosec}\beta(a+b)^{-3}\cdot\frac{1}{5}a^{-4}$;

3) $x = m^3n^{-2}\sqrt{2\cos(15^\circ+3\alpha)\sin(15^\circ-3\alpha)} :$

$$: (m+n)^2\sqrt{p^{-\frac{2}{3}}};$$

4) $x = a^2c^4\sqrt[6]{(a^3-b^3)c^5} : b^3$.

738. 1) $x = a^{-2}b^{-4}\sqrt[7]{c^4} : 7(a+b)^4$;

2) $x = \sqrt[4]{(r+s):(r\cdot s)^{-3}}$;

3) $x = \frac{(a+b)^7c^3}{\sqrt[5]{(a-b)^{0,5}}}$;

4) $x = \frac{0{,}5\sqrt[3]{(a-b)^2}}{2\sin\frac{15^\circ+\alpha}{2}}\cos 3\alpha\operatorname{tg}(30^\circ+\alpha)$.

Прологарифмировать следующие выражения, предварительно приведя их к виду, удобному для логарифмирования (739—744):

739. 1) $x = \frac{b^2(1+\sin 4\alpha)}{3a\sqrt{a^2+b^2}}$;

2) $x = \frac{a^{-2}b^{\frac{1}{2}}(1+\operatorname{tg}3\alpha)}{(a+b)^3}$;

3) $x = \dfrac{m^3 n^{-2} \sqrt{0{,}5 - \sin 6\alpha}}{(m-n)^2 p^{-\frac{2}{3}}}$;

4) $x = \dfrac{\sqrt{\sqrt{3} + \operatorname{ctg}\beta}}{3m^{-1}n^3 \sqrt[5]{p^3}}$.

740. 1) $x = \dfrac{0{,}3\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \cos 4\alpha\right)}{(m-n)^2 p^{-\frac{2}{3}}}$;

2) $x = \dfrac{\sqrt{3} - 2\cos 2\alpha}{\sqrt{m\sqrt{n\sqrt{p}}}}$;

3) $x = \dfrac{0{,}5\sqrt[3]{(a-b)^2}}{\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \cos\alpha}$;

4) $x = \dfrac{3a^{-1}b^2 \sqrt[3]{a^3 - b^3}}{\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \cos 25^\circ}$.

741. 1) $x = \dfrac{(1 + \operatorname{tg} 85^\circ)\sqrt{a^2 - b^2}}{a^2 b^{-3} \sqrt[3]{c}}$;

2) $x = \dfrac{\sin\alpha - \dfrac{1}{\sqrt{2}}}{2a^{-3}\sqrt{b^{-1}c}}$;

3) $x = \sqrt{\dfrac{\cos 2\beta + 0{,}5}{3a^{-1}\sqrt[4]{6}}}$;

4) $x = \dfrac{3a^2(\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{tg}\beta)}{0{,}3c^{-2}b^3}$.

742. 1) $x = \sqrt{\dfrac{a^{-1}\sqrt{a^2 + b^2}}{\dfrac{1}{2} + \cos 40^\circ}}$;

2) $x = \dfrac{\cos(15^\circ - 2\beta)\sqrt[5]{a^5 - b^5}}{(2\sin 4\beta + 1)\, a^{0,2} b^{-1}}$;

3) $x = 3 - 4\sin^2\alpha$;

4) $x = \dfrac{3a^{-\frac{2}{3}} b^5 \sin(\alpha + \beta)}{1 - \cos(2\alpha + 2\beta)}$.

743. 1) $x = \dfrac{2a^{-1}\sqrt{\sin 2\alpha - \dfrac{\sqrt{3}}{2}}}{(m-n)^{\frac{2}{3}}\, b^{-\frac{1}{5}}}$;

2) $x = \dfrac{\cos(\alpha+\beta)\sqrt[5]{a^{-1}b^2}}{1+\cos(2\alpha+2\beta)}$;

3) $x = 1 - 2\sin^2\alpha$;

4) $x = \dfrac{1-\cos(\alpha+\beta)}{\sqrt{3}\cdot a^3 b^{-1}\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}}$.

744. 1) $x = \dfrac{(1-\operatorname{tg}43^\circ)\sqrt[3]{2a^2b^{-1}c}}{\sqrt{a^2-b^2}}$;

2) $x = \dfrac{\sin\dfrac{\alpha}{2}\sqrt[3]{a^3-b^3}}{(1-\cos\alpha)a^3b^{-2}}$;

3) $x = \dfrac{\sqrt{3}\,a^3b^{-1}c\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}}{1-\cos(\alpha+\beta)}$;

4) $x = \sqrt{\dfrac{(1-\cos\alpha)(a^2-b^2)}{2\sqrt{3}\,ab^{-3}\sin 4\alpha}}$.

Выполнить потенцирование (745—751):

745. (а) 1) $\log x = \log N_1 + \log N_2$;

2) $\log x = \log N_1 - \log N_2$;

3) $\log x = n\log N$;

4) $\log x = \dfrac{1}{n}\log N$.

(б) 1) $\log x = 2\log a + 3\log b$;

2) $\log x = \dfrac{1}{2}\log a - 4\log b$;

3) $\log x = -\log a$;

4) $\log x = -\log a - \log b$.

(в) 1) $\log x = p\log a + q\log b$;

2) $\log x = \dfrac{2\log a}{n}$;

3) $\log x = 5\log a + \dfrac{1}{2}\log b$;

4) $\log x = \dfrac{1}{2}\log c - 3\log d$.

746. (а) 1) $\log x = \frac{2}{3}\log a$;

2) $\log x = \frac{3}{4}(\log a + \log b)$;

3) $\log x = \frac{3\log a - (2\log b + 3\log c)}{7}$;

4) $\log x = \frac{1}{5}\left(4\log a - \frac{2}{3}\log c - \log 4\right)$.

(б) 1) $\log x = 4\log(a+b) - 3\log(a-b)$;

2) $\log x = -\log a - 2\log b - \log c + \frac{3}{4}\log d$;

3) $\log x = \frac{\frac{1}{2}(\log a - \log b) - \frac{1}{3}(\log c - \log d)}{5}$;

4) $\log x = \frac{1}{3}\left[\log a + \frac{1}{4}(\log b + 5\log c)\right] -$

$-\left[\log d + 2\log m + \frac{1}{5}(n\log c + \log 8)\right]$.

747. 1) $\log x = \log(1 - \sin\alpha) + \log(1 + \sin\alpha)$;

2) $\log y = \log 2 + \log\sin x + \log\cos x$;

3) $\log x = \log\operatorname{ctg}\alpha - \log\cos\alpha + \log\sin\alpha$;

4) $\log x = \frac{1}{2}\log\operatorname{tg} 3\alpha - \frac{1}{2}\log\operatorname{ctg} 3\alpha$.

748. 1) $\log x = -\log(a+b) +$

$+\log 3 - \frac{1}{2}\log b + \frac{2}{3}\left(\log a - \frac{1}{3}\log b\right)$;

2) $\log x = -\frac{2}{3}\log b + \frac{3}{4}\left[\log a - 2\log c -\right.$

$\left. - \log(a-b) + \frac{3}{4}\log(a+b)\right]$;

3) $\log x = -3\log m + \frac{1}{3}\left[\log(m+n) +\right.$

$\left. + \frac{2}{3}\log(m-n) - \log n - \frac{1}{2}\log p\right]$;

4) $\log x = -\frac{1}{3}\log a + \frac{2}{3}\log(a+b) -$

$-2\log b + 1{,}2\log c - \frac{1}{4}\log d$.

749. 1) $\log x = \frac{1}{2}\log a + \frac{2}{3}\log(a+b) - \frac{1}{4}\log c +$

$+\frac{1}{3}\log\cos 2\alpha$;

2) $\log x = \log(a+b) - \frac{2}{3}\left(2\log a + \frac{3}{4}\log b\right) + \log \operatorname{tg} 2\alpha$;

3) $\log x = -\frac{1}{3}\log(a-b) + 3\log b - \frac{3}{2}\log a + \log(a+b)$;

4) $\log x = \frac{2}{3}\log(a-b) + \frac{3}{4}\log(a+b) - \frac{4}{5}\log \sin(\alpha+\beta)$.

750. 1) $\log x = -\log(a+b) + \log 3 - \frac{1}{2}\log b + \frac{2}{5}\left(2\log a - \frac{1}{3}\log b\right)$;

2) $\log x = -\frac{2}{3}\log b + \frac{3}{4}\left[\log a - 2\log c - \log(a-b) + \frac{3}{5}\log(a+b)\right]$;

3) $\log x = -3\log m + \frac{1}{3}\left[\log(m+n) + \frac{2}{5}\log(m-n) - \log n - \frac{1}{2}\log p\right]$;

4) $\log x = -\frac{1}{3}\log a + \frac{2}{3}\log(a+b) - 2\log b + 12\log c - \frac{1}{4}\log d$.

751. 1) $\log x = \frac{1}{2}\log a + \frac{2}{3}\log(a+b) - \frac{1}{4}\log c + \frac{1}{3}\log\cos 2\alpha$;

2) $\log x = \log(a+b) - \frac{2}{3}\left(2\log a + \frac{3}{4}\log b\right) + \log \operatorname{tg} 2\alpha$;

3) $\log x = -\frac{1}{3}\log(a-b) + 3\log b - \frac{3}{2}\log a + \log(a+b)$;

4) $\log x = \frac{2}{3}\log(a-b) + \frac{3}{4}\log(a+b) - \frac{4}{5}\log \sin(\alpha+\beta)$;

5) $\log x = \frac{3}{5}(\log a - \log b + \log c) - \frac{3}{4}\log \operatorname{tg}(\alpha - \beta)$;

6) $\log x = \frac{5}{7}\left[\log(a-b) - 7\log(a+b) + \frac{2}{3}\log(b+c)\right]$.

§ 47. Десятичные логарифмы

752. 1) Найти логарифмы следующих чисел:

10; 100; 1000; 10 000; 100 000; 10^{24}; 10^{30}; 10^{33}; 10^{36}.

2) Масса земного шара равна шести секстиллионам тонн. Чему равен логарифм этой массы, если $\lg 6 = 0{,}7782$?

3) Расстояние от Солнца до ближайшей звезды равно 40 300 000 000 000 километров. Чему равен логарифм этого числа, если $\lg 403 = 2{,}6053$?

4) Расстояния от нас (от Земли) до самых отдаленных светил, до туманностей, которые еле видны в современные сверхмощные телескопы, приблизительно равны двум секстиллионам километров, т. е. 2 000 000 000 000 000 000 000 км. Чему равен логарифм этого числа, если $\lg 2 = 0{,}3010$?

5) Найти $\lg 27 \cdot 10^{21}$, если $\lg 3 = 0{,}4771$.

753. Найти десятичные логарифмы следующих чисел:

1) 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; 0,000001;

2) 10^{-7}; 10^{-3}; 10^{-10}; 10^{-12}; 10^{-14}.

754. Вес микроба, вызывающего туберкулез, составляет только 15 стобиллионных долей миллиграмма, т. е. 0,000000000015 мг. Чему равен логарифм этого числа, если $\lg 3 = 0{,}4771$, а $\lg 5 = 0{,}6990$?

755. Самый легкий из атомов водорода весит 0,000000000000000000000165 мг. Чему равен логарифм этого числа, если $\lg 165 = 2{,}2175$?

756. Вес электрона равен $85 \cdot 10^{-29}$ г. Чему равен логарифм этого числа, если $\lg 5 = 0{,}6990$, а $\lg 17 = 1{,}2304$?.

757. Найти логарифм числа $1001 \cdot 10^{-7}$, если $\lg 7 = 0{,}845$, $\lg 11 = 1{,}041$, $\lg 13 = 1{,}139$.

758. Дано: $\lg 676 = 2{,}8299$; $\lg 104 = 2{,}0170$. Вычислить без таблиц $\lg 2$ и $\lg 5$.

759. Следующие логарифмы выразить отрицательными числами:

1) $\overline{1}{,}4577$; 2) $\overline{4}{,}4618$; 3) $\overline{3}{,}3046$; 4) $\overline{6}{,}1001$;
5) $\overline{4}{,}7828$; 6) $\overline{3}{,}5622$; 7) $\overline{2}{,}2673$; 8) $\overline{1}{,}8475$.

760. Следующие логарифмы преобразовать в искусственную форму:

1) $-1{,}3814$; 2) $-2{,}4455$; 3) $-3{,}0692$; 4) $-1{,}1010$;
5) $-5{,}6220$; 6) $-0{,}5838$; 7) $-0{,}0483$; 8) $-0{,}1270$.

761. Найти логарифмы чисел:

1) 9;	2) 17;	3) 68;	4) 141;
5) 459;	6) 640;	7) 1235;	8) 3807;
9) 3010;	10) 19,43;	11) 1,05;	12) 800;
13) 0,53;	14) 0,0038;	15) 0,1007;	16) 0,00004;
17) 2174,7;	18) 2669,6;	19) 43,472;	20) 6,285;
21) 0,8793;	22) 0,05439;	23) 631,074;	24) 3,7936;
25) 0,6464;	26) 0,00237;	27) 20,00475;	28) 0,00008.

762. Найти по таблицам:

1) $\lg \sin 23^\circ 23'$;	2) $\lg \sin 1^\circ 30'$;	3) $\lg \sin 50^\circ 10'$;
4) $\lg \sin 72^\circ 14'$;	5) $\lg \cos 17^\circ 20'$;	6) $\lg \cos 40^\circ 20'$;
7) $\lg \cos 41^\circ 17'$;	8) $\lg \cos 80^\circ 26'$;	9) $\lg \operatorname{tg} 3^\circ 20'$;
10) $\lg \operatorname{tg} 16^\circ 16'$;	11) $\lg \operatorname{ctg} 26^\circ 13'$;	12) $\lg \operatorname{ctg} 62^\circ 42'$.

763. Найти с помощью логарифмической линейки:

1) $\lg \sin 42^\circ 46'$;	2) $\lg \sin 78^\circ 18'$;	3) $\lg \sin 10^\circ 42'$;
4) $\lg \sin 0^\circ 46'$;	5) $\lg \cos 62^\circ 40'$;	6) $\lg \cos 73^\circ 42'$;
7) $\lg \cos 84^\circ 22'$;	8) $\lg \cos 70^\circ 6'$;	9) $\lg \operatorname{tg} 43^\circ 4'$;
10) $\lg \operatorname{tg} 54^\circ 20'$;	11) $\lg \operatorname{ctg} 0^\circ 38'$;	12) $\lg \operatorname{ctg} 84^\circ 17'$.

764. Найти острый угол x с помощью логарифмической линейки, если дано:

(а) $\lg \sin x =$ 1) $\overline{1}{,}413$; 2) $\overline{1}{,}421$; 3) $\overline{1}{,}456$;
4) $\overline{1}{,}231$; 5) $\overline{1}{,}254$; 6) $\overline{1}{,}354$;
7) $\overline{2}{,}827$; 8) $\overline{2}{,}442$; 9) $\overline{2}{,}004$;
10) $\overline{3}{,}028$; 11) $\overline{3}{,}004$; 12) $\overline{3}{,}948$.

(б) $\lg \cos x =$ 1) $\bar{1},842$; 2) $\bar{1},803$; 3) $\bar{1},822$;
4) $\bar{1},771$; 5) $\bar{1},642$; 6) $\bar{2},342$.

(в) $\lg \operatorname{tg} x =$ 1) $\bar{1},992$; 2) $\bar{1},512$; 3) $\bar{2},724$;
4) 0,254; 5) 0,426; 6) 2,841.

(г) $\lg \operatorname{ctg} x =$ 1) $\bar{1},881$; 2) $\bar{1},938$; 3) 0,282;
4) 1,624; 5) 2,732; 6) 2,332.

765. Найти числа, соответствующие следующим **логарифмам**:

1) 1,9777; 2) 3,6942; 3) 0,9361; 4) 2,7482;
5) 0,4756; 6) 1,5682; 7) 0,4008; 8) $\bar{2},5683$;
9) $\bar{1},1017$; 10) $\bar{4},7265$; 11) $\bar{3},4346$; 12) $\bar{1},3195$;
13) 3,2648; 14) $\bar{2},8176$; 15) 0,9236; 16) 1,5419.

766. Выполнить действия над логарифмами:

1) $\bar{2},8106 + \bar{1},5341$; 2) $\bar{3},5362 + 1,6272$;
3) $0,3751 + 1,3456$; 4) $\bar{1},5724 + \bar{2},7642$;
5) $\bar{2},0898 - 0,1374$; 6) $\bar{4},6497 - \bar{5},7638$;
7) $1,3918 - \bar{3},4506$; 8) $1,0034 - \bar{1},9923$;
9) $0,3751 - 3,6547$; 10) $\bar{2},5296 - \bar{1},7612$;
11) $1 - \bar{1},5647$; 12) $3 - \bar{3},2534$;
13) $\bar{1},2344 \cdot 3$; 14) $\bar{1},6742 \cdot 2$;
15) $\bar{1},0324 \cdot (-2)$; 16) $0,3124 \cdot (-3)$;
17) $\bar{1},2957 \cdot (-0,4)$; 18) $2,5412 \cdot (-1,2)$;
19) $\bar{2},5631 \cdot (-0,6)$; 20) $2,3456 \cdot \frac{2}{3}$;
21) $0,5648 : 1,6$; 22) $\bar{4},1815 : 2$;
23) $\bar{1},1462 : 2$; 24) $\bar{1},1824 : 3$;
25) $\bar{2},3406 : 3$; 26) $\bar{1},2347 : 3$;
27) $\bar{3},3132 : 2$; 28) $\bar{1},2439 : (-2)$;
29) $\bar{2},3265 : (-0,8)$.

Вычислить при помощи таблиц **логарифмов** (767 — 788):

767. 1) $0,48 \cdot 574,5$; 2) $0,039 \cdot 2,73$;
3) $0,349 \cdot 0,076$; 4) $12,35 : 1,48$;
5) $7549,6 : 23,374$; 6) $0,0726 : 15,222$.

768. 1) $3{,}42^3$; 2) $0{,}326^4$; 3) $\sqrt[3]{9976}$;

4) $\sqrt[5]{\frac{764}{931}}$; 5) $289\sqrt[3]{0{,}12}$; 6) $\frac{\sqrt[5]{0{,}35^4}}{\sqrt[3]{0{,}47^2}}$;

7) $(0{,}0009)^{0{,}0009}$; 8) $(0{,}0376)^{0{,}0376}$.

769. 1) $x=\frac{12{,}5\cdot 82{,}8}{6{,}42}$; 2) $x=\frac{3{,}16\cdot 58{,}5}{3{,}42}$;

3) $x=\frac{4{,}18\cdot 5{,}42\cdot 48{,}2}{3{,}42\cdot 6{,}48}$; 4) $x=\frac{3{,}48\cdot 4{,}81\cdot 72{,}6}{4{,}24\cdot 6{,}82}$;

5) $x=\frac{2{,}24\cdot\sqrt{5{,}57}}{7{,}75}$; 6) $x=\frac{13{,}2\cdot 6{,}4^2}{\sqrt{9{,}7}}$.

770. 1) $N=12\cdot\sin 15°$; 2) $N=16\sin 18°\,14'$;

3) $N=24\cdot\sin^2 42'$; 4) $N=3{,}6\sin^3 18°\,15'$.

771. 1) $N=5\sqrt[3]{7}\cos 34°$; 2) $N=14\sqrt[4]{240}\cos 46°$;

3) $N=\frac{\sqrt[3]{721}}{\sqrt[4]{542}}\cos 62°\sin 74°$;

4) $N=\sqrt[4]{\frac{85}{142}}\sin 64°\cos 72°$.

772. 1) $N=87{,}3\sqrt[4]{562}\sin 51°\,14'\operatorname{tg}51°\,14'$;

2) $N=243\cdot 43{,}4\sqrt[8]{9734}\operatorname{tg}72°\operatorname{ctg}19°$.

773. $N=23{,}4\sin 61°\,14'\cos 52°\operatorname{tg}47°\operatorname{ctg}52°$.

774. $N=\frac{0{,}05484^2\sqrt[3]{0{,}7445}}{2{,}679^2\sqrt{0{,}004562}}$.

775. $N=\frac{0{,}07356\cdot 2{,}674^3}{\sqrt[3]{0{,}09615\cdot 3{,}125^4}}$.

776. $N=\sqrt{\frac{0{,}07612^3}{3{,}615\sqrt[3]{0{,}2916}}}$.

777. $N=\frac{6{,}235^2\sqrt{0{,}3459}}{\sqrt[3]{0{,}0007617}}$.

778. $N=\frac{51{,}689\sqrt[3]{0{,}05195}}{0{,}0864^2\sqrt{0{,}3975}}$.

779. $N=\frac{0{,}6791^2\sqrt[5]{0{,}004953}}{\sqrt[3]{3{,}167\cdot 0{,}9186}}$.

780. $N = \sqrt[4]{\dfrac{0{,}8754\sqrt[5]{0{,}07961}}{1{,}375\sqrt[3]{14{,}25}}}$.

781. $N = \dfrac{62{,}08^2\sqrt[4]{0{,}004812}}{\sqrt[3]{0{,}3846\cdot 28{,}64^2}}$.

782. $N = \dfrac{12{,}17\sqrt{0{,}001518}}{0{,}0241{,}7^2\sqrt[3]{35{,}47}}$.

783. $N = \dfrac{44{,}28\sqrt[3]{0{,}07825}}{9{,}872^2\sqrt[5]{384{,}8}}$.

784. $N = \dfrac{0{,}2515}{24{,}86}\sqrt[5]{\dfrac{8{,}038^2\sqrt{0{,}1}}{\sqrt[3]{0{,}0975^2}}}$.

785. $N = \dfrac{\sqrt{\cos 8^\circ 59'}\sin^2 70^\circ 38'}{\operatorname{ctg} 33^\circ 13'\sqrt{0{,}0002}}$.

786. $N = \dfrac{\operatorname{tg}^2 46^\circ 53'\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 12^\circ 9'}}{\sqrt[5]{81{,}09}\sin 41^\circ 41'}$.

787. $N = \dfrac{\sqrt{0{,}0002\operatorname{ctg} 33^\circ 13'}}{\sin^2 70^\circ 38'\sqrt{\cos 8^\circ 59'}}$.

788. $N = \dfrac{\operatorname{tg}^2 17^\circ 20'\sqrt[3]{0{,}33}}{\sqrt{\cos^3 28^\circ 11'}\sin 77^\circ 50'}$.

Вычислить следующие выражения (789 — 795) путем логарифмирования по частям:

789. 1) $x = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt[3]{3}}{1-0{,}184^2}$; 2) $x = \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt[4]{7}}{0{,}85^3+3{,}4^5}$.

790. 1) $x = \sqrt[6]{8-\sqrt[5]{10}}$; 2) $x = \dfrac{\sqrt[7]{21\sqrt{3}-7\sqrt{2}}}{6\sqrt[3]{5}+7\sqrt[4]{8}}$.

791. 1) $x = \sqrt{145{,}27^2-124{,}49^2}$; 2) $x = \dfrac{\sqrt[10]{17-2\sqrt{6}}}{8\sqrt[4]{15}-3\sqrt{2}}$.

792. $x = 11{,}07^2\sqrt[5]{0{,}0697}-10{,}25$.

793. $y = \sqrt[5]{11\frac{1}{2}}-2{,}05\sqrt[3]{0{,}082}$.

794. $y=\sqrt[5]{\dfrac{24{,}48^2}{0{,}021\cdot 3{,}81}}-\dfrac{\sin^2 32^\circ 11'\cdot 30{,}68}{12{,}63}$.

795. $y=\dfrac{\sqrt[5]{\left(725-\sqrt[7]{4235}\right)^3}}{\sqrt[6]{774564^5}}$.

§ 48. Показательные и логарифмические уравнения

Решить уравнения способом приведения к одинаковым основаниям левой и правой части уравнения (796 — 805):

796. 1) $2^x=8$; 2) $2^{3x}=8$;
3) $2^{5x-3}=16$; 4) $2^{4x-5}=64$.

797. 1) $2^{-4x}=(0{,}25)^{5x-1}$; 2) $(0{,}125)^{3-4x}=\dfrac{1}{32}$;
3) $64^{-\sqrt{x+2}}=0{,}5$.

798. 1) $9^x=27^{x-1}$; 2) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{3x-2}=81^{4x+1}$;
3) $\sqrt[3]{4^x}=\sqrt{2^{3x+1}}$.

799. 1) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-2x}=3\dfrac{3}{8}$; 2) $\sqrt[5]{0{,}5^{x-3\frac{1}{2}}}\cdot\sqrt[x]{4}=\sqrt[8x]{16}$.

800. 1) $125^{\frac{1}{3}(x^2-x-2)}=25\cdot 0{,}04$;
2) $0{,}01\cdot 2^x\cdot 5^x=(0{,}01)^2\cdot 10^{3x+3}$.

801. 1) $\dfrac{1}{3}\cdot 3^x+[0{,}(3)]^{2-x}-[0{,}(1)]^{2-\frac{x}{2}}=1{,}05:10^{-2}$;
2) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{3-2x}=15\dfrac{5}{8}$; 3) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{3x}\cdot\left(\dfrac{81}{16}\right)^{4x-3}=\dfrac{16^3}{27^4}$.

802. 1) $3^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{x\cdot(1-\sqrt{x})}{1-x}}\cdot 0{,}(3)^{\frac{2+\sqrt{x}}{2(1+\sqrt{x})}}=0{,}81:10^{-2}$;
2) $\sqrt{\sqrt[3]{2^{5x}\sqrt[x]{8^{-1}}}}=\sqrt{16}\sqrt[9]{8}$;
3) $7^{\sin^2 x}=49^{\cos x}$.

803. 1) $25^{\sin^2 x-3}=625^{\sin x}$;
2) $\left(\dfrac{4}{9}\right)^{3\sin^4 x}=\dfrac{1{,}5^{-1}}{(2\cdot 3^{-1})^{\sin^2 x}}$.

804. 1) $\sqrt[x-1]{\sqrt[3]{2^{3x-1}}} - \sqrt[3x-7]{(0{,}125)^{3-x}} = 0$;

2) $a^{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{5x-7}-2)} = 1$;

3) $a^{\sqrt{2x+5}+\sqrt{x-1}} = 1 : a^{-8}$.

805. 1) $a^{(x+7)\frac{1}{2}} = a^{(3x+19)\frac{1}{2}} : a^{(x+2)\frac{1}{2}}$;

2) $8^{\frac{x-3}{3x-7}} \sqrt[3]{\sqrt[x-1]{0{,}5^{3x-1}}} = 1$;

3) $\left(\frac{3}{5}\right)^{x} \left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-12} = \left(\frac{3}{5}\right)^{9}$;

4) $\left(\frac{5}{7}\right)^{x-2} \left(1\frac{2}{5}\right)^{2-x} = 125^{x} : 343^{x}$;

5) $25^{\sqrt{x^2-4x+3}} - 5^{2(3-4x+x^2)} = 0$;

6) $a^{\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}} - a^{\sqrt{b}} = 0$.

Решить уравнения с помощью таблиц логарифмов (806 — 807):

806. 1) $15^{x} = 238$; 2) $18^{3x+1} = 475$; 3) $14^{x-1} = 19$.

807. 1) $17^{x-2} = 19^{x-3}$; 2) $23^{5x+3} - 19^{4x-1} = 0$;

3) $\sqrt[4]{31^{x-1}} = \sqrt[5]{27^{2x-3}}$;

4) $3\sqrt[3]{525^{4x+3}} = 14\sqrt[5]{783^{3x-2}}$.

Решить уравнения графически (808 — 809):

808. 1) $2^{x} = 1$; 2) $2^{x} = 2$; 3) $2^{x} = 3$; 4) $2^{x} = 5$.

809. 1) $3^{x} = 5$; 2) $3^{x} = 7$; 3) $3^{x-2} = 0{,}2$;

4) $3^{x+1} = 6$.

Решить уравнения способом вынесения общего множителя за скобку (810 — 813):

810. 1) $2^{x+2} + 2^{x-2} = 34$; 2) $2^{x+2} - 2^{x} = 96$;

3) $7^{x} - 7^{x-1} = 6$; 4) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 896$.

811. 1) $5^{x+1} + 4 \cdot 5^{x-2} + 5^{x-3} = 25^{-1} \cdot 646$;

2) $81^{x} + 7 \cdot 9^{2x} + 5 \cdot 3^{4x-3} = 8\frac{5}{27}\left(\frac{1}{243}\right)^{-1}$.

812. 1) $5^{4x-3} - 4 \cdot 5^{4x-1} + 8 \cdot 5^{4x+1} = 24\,505$;

2) $5 \cdot 3^{2x-1} - 9^{x-0,5} + 3^{2x} + 4 \cdot 9^{x-1} = 225$.

813. 1) $4 \cdot 3^{2x-2} + 5 \cdot 9^x = 3 \cdot 3^{2x-1} - 9^{x-0,4}$;

2) $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 7^x + 7^{x+1} + 7^{x+2}$;

3) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 5^x + 5^{x-1} + 5^{x-2}$.

Решить уравнения (814—817), приводя их к виду $a^{2x} + a^x + b = 0$:

814. 1) $5^{2x+1} = 26 \cdot 5^x - 5$; 2) $9^{x-1} + 3^{x+2} = 90$;

3) $3^{x+2} + 9^{x+1} = 810$; 4) $3^{4\sqrt{x}} - 4 \cdot 3^{2\sqrt{x}} + 3 = 0$

815. 1) $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 2{,}5 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2}} - 6 = 0$;

2) $9^x + 12^x = 16^x$; 3) $\sqrt[x]{9} + \sqrt[x]{6} - \sqrt[x]{4} = 0$.

816. 1) $\dfrac{3^{\sqrt[3]{x^2}}}{2 \cdot 3^{\sqrt[3]{x}+1}} = 1{,}5$;

2) $4 \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x = 5 \cdot 3^{\frac{x}{2}} \cdot 2^{\frac{x}{2}}$;

3) $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = 3$;

4) $\left(\sqrt{3+\sqrt{8}}\right)^x + \left(\sqrt{3-\sqrt{8}}\right)^x = 2$.

817. 1) $9^{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}-5} - 5 \cdot 3^{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}-5} + 6 = 0$;

2) $3 \cdot \dfrac{1}{9^{-\sqrt[3]{2-x}-\sqrt{x-1}-1}} - 28 \cdot 3^{\sqrt[3]{2-x}+\sqrt{x-1}+1} + 9 = 0$;

3) $3 \cdot 4^{\sqrt[3]{x+17}-\sqrt[3]{x+16}} - 7 \cdot 2^{\sqrt[3]{x+17}-\sqrt[3]{x+16}} + 2 = 0$.

Решить уравнения (818—819):

818. 1) $2^{2x} \cdot 3^{2x} - \frac{1}{3} \cdot 6^{3x} + \frac{1}{4} \cdot 4^{2x} \cdot 3^{4x-2} = 0$;

2) $x^x = x$; 3) $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}$.

819. 1) $\sqrt{49^{x+3}} - \sqrt{7^{2(x+2)}} - 4 \cdot 2^{x+3} + 2 \cdot 4^{1+\frac{1}{2}x} = 0$;

2) $x^x + 139x^{-x} - 108x^{-2x} = 32$;

3) $\sqrt[x]{100} + 5^{\frac{2}{x}} - 4\frac{1}{4} \cdot 10^{\frac{1}{x}} \sqrt[x]{5} = 0$.

Решить логарифмические уравнения (820—832):

820. 1) $\lg x = 4 \lg 2 + \lg 3$:

2) $\lg x + \lg 3 = \lg 27 - \lg 9$;

3) $2\lg x = \lg 32 + \lg 2$;

4) $\frac{1}{2}\lg x = \lg 64 - 2\lg 4$.

821. 1) $2 + \lg x = \lg 50 + \lg 2$;

2) $2 - \lg x = \lg 2 + \lg 4 + \lg 25$;

3) $\frac{\lg(x+4) - \lg(x-3)}{\lg 200 - \lg 25} = 1$;

4) $\frac{\lg(2x+5) - \lg x}{2 + \lg 100} = \frac{1}{4}$;

5) $\lg(\sqrt{x^2 - 7x + 18} - 7x) = \lg(24 - x^2)$;

6) $\lg x + \lg(2x+3) = \lg(5\sqrt{2x^2 + 3x + 9} - 3)$.

822. 1) $\log_m(\log_m x) = 1 + \log_m a - \log_m b$;

2) $\log_2 x + \log_2 8 = 1 + \log_2 5$;

3) $\log_3 x + \log_3(x-2) = 2$.

823. 1) $\log_2 u + \log_4 u + \log_{16} u = 14$;

2) $\log_2 \log_3 \log_4 x = 0$;

3) $\log_a \log_b \log_c \log_d x = m$;

4) $\log_5 \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{4}} x = 1$.

824. 1) $\log_b x - \log_{b^2} x + \log_{b^4} x = 0{,}75$;

2) $\log_a\{a \log_b[b \log_c x]\} = 1$;

3) $\log_2\{2\log_3[1 + n\log_4(1 + 2\log_2 x)]\} = 1$;

4) $\log_a\{b \log_c[1 + \log_b(1 + c\log_b x)]\} = \frac{1}{2}$.

825. 1) $\log_3\left\{1 + \log_2\left[1 + \log_4\left(1 + \log_{\frac{1}{2}} x\right)\right]\right\} = 0$;

2) $\log_4 x + \log_x 4 = 2$;

3) $\log_3 x + 6\log_x 3 = 5$;

4) $\log_{\sqrt{x}} x + \log_3 x - \log_{\frac{1}{3}} x = 8$;

5) $\log_7[x + \log_2(9 - 2^x) + 4] = 1$;

6) $\log_7 \log_4 \log_3^2(x-7) = 0$;

7) $\lg x + \lg(x+3) = \lg 2 + \lg(9 - 2\sqrt{x^2 + 3x - 6})$;

8) $\sqrt{2}^{2\log_2 \sqrt[3]{76 + \sqrt{x}}} = \sqrt[3]{3}^{3\log_3(8 - \sqrt[3]{76 - \sqrt{x}})}$

826. 1) $2^{\log_8(x^2 - 3x + 9)} = 3^{2\log_x \sqrt{x} - 1}$;

2) $3^{1 + \log_3(\sqrt{x} - 1)^2} = \frac{3}{\sqrt{[2(x-1)]^2}}$;

3) $0{,}4^{\lg^2 x+1}=6{,}25^{2-\lg x^3}$;

4) $10^{\lg\log_3\left(\log_5 x+\frac{1}{2}+9^x\right)}=\frac{2}{x-1}$.

827. 1) $\lg\sqrt{x^2-3x+5}=\lg(7+3x-x^2)$;

2) $\lg\left[(x^2-7x+18)^{\frac{1}{2}}-7x\right]=\lg(2\sqrt{6}-x)+\lg(2\sqrt{6}+x)$;

3) $\lg^2 2x+\lg^2 3x=\lg^2 3+\lg^2 2$;

4) $x^{\log_4 x}=x\cdot 16^{\log_4 x}$.

828. 1) $7^{\log_7\sqrt{x^2-9}}=2^{\log_2(21-x^2)}$;

2) $\sqrt[5]{a^{3^{\log_{a^{3/5}}\sqrt[3]{5}}}}=\sqrt[3]{5+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{5-\sqrt{x}}$;

3) $c^{\log_c\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}}-b^{\frac{1}{2}}=\log_m 1$;

4) $\frac{1}{5^{-\lg x}}-3^{\lg x-1}=3^{\lg x+1}-5^{\lg x-1}$;

5) $7^{\lg x+\lg(x+5)+\lg\frac{4}{7}}=343^{\lg x}$.

829. 1) $9^x\cdot 2^{2x}-2\cdot(2\cdot 3)^{3x-1}+3^{2(2x-1)}\cdot 4^{2x-1}=0$;

2) $\log_{256}x^2+\log_{16}x^2+\log_4 x^2=7\log_7 7$;

3) $\frac{3^x}{3}+[0,(3)]^{2-x}-[0,(1)]^{2-\frac{x}{2}}=35\cdot 3$;

4) $\log_{a^2}z^2+\log_{a^4}z^2+\log_{a^8}z^2+\log_{a^8}z^2=25$.

830. 1) $2^{3x}+\left(\frac{1}{2}\right)^{3x}+3\cdot 2^x-15{,}625=-3\cdot 0{,}5^x$;

2) $\lg 8+\lg 20=\lg 5+\lg 2^{x^2-5x+9}$;

3) $5^{x+2}-\frac{1}{5}\cdot 5^{x+1}-10\cdot 5^{x-1}+3\cdot 5^x=\frac{1}{625}$;

4) $2x\lg 3=\lg(3^x+2)$.

831. 1) $\log_{0,3}x=\log_{0,3}1{,}5-\log_{0,3}1{,}7$;

2) $x^{2\log_4 x}=x16^{\log_4 x}$;

3) $\log_2^{\log_2 x}x=1$;

4) $\log_5 x=-1-\log_5 3$.

832. 1) $\log_2\log_3 x=0$;

2) $\lg^{\lg x}x=1$;

3) $(\log_5 x)^{\log_5 x} = 1$;

4) $\lg^{-1} x = 2 + \lg x^{-1}$;

5) $5^{2\lg x} - 3^{2\lg x - 1} = 3^{2\lg x + 1} - 5^{2\lg x - 1}$.

Решить системы уравнений (833—837):

833. 1) $\begin{cases} 3^x - 4^y = 77, \\ (\sqrt{3})^x - 2^y = 7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 18y^x - y^{2x} = 81, \\ 3^x = y^2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 10, \\ -16 \cdot 2^{x-y}(2^x - 2^y) = 24; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = \frac{3}{2}, \\ \log_{16} x + \log_4 y = \frac{3}{2}. \end{cases}$

834. 1) $\begin{cases} \lg(x^2 + y^2) = \lg 5 + \lg x + \lg y - \lg 2, \\ \lg x + \lg y - 2\lg 2 = \lg(x - y); \end{cases}$

2) $\begin{cases} \lg(x + y) - \lg y = \lg \frac{100}{y}, \\ \lg x + \lg y = 3; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sqrt[\frac{x}{y}]{2x - y} = 2, \\ (2x - y) \cdot 5^{\frac{x}{y}} = 1000; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y = x^{\sqrt{y}}, \\ y = 4. \end{cases}$

835. 1) $\begin{cases} xy = 8, \\ (2x)^{\log_2 y} = 8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y^x = x^y, \\ x^a = y^b; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x + 2y = 100, \\ \lg x - \lg y = \lg 1{,}6; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \lg x \lg y = 10, \\ \lg^2 \lg x - \lg^2 \lg y = 1. \end{cases}$

836. 1) $\begin{cases} x^{\lg y} = 100, \\ \log_y x = 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sqrt[x]{x + y} = 2, \\ (x + y)\, 7^x = 2744; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3^x - 2^y = 79, \\ \sqrt{3^x} - 2^y = 7; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \log_x \log_2 \log_x y = 0, \\ \log_y 9 = 1. \end{cases}$

837. 1) $\begin{cases} z^x = x, \\ z^y = y, \\ y^y = x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y^{4a} = z^{z+y}, \\ y^{z+y} = z^a, \quad a > 0, \\ 10^{3 - \lg(x-y)} = 250; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \lg(x^2 + y^2) = 1 + \lg 8, \\ \lg(x + y) - \lg 3 = \lg(x - y); \end{cases}$

4) $\begin{cases} \log_4 x^2 + \log_{16} y^2 + \log_{16} z^2 = 2, \\ \log_9 y^2 + \log_{81} z^2 + \log_{81} x^2 = 2^{\log_2 7}, \\ \log_{16} z^2 + \log_{256} x^2 + \log_{256} y^2 = 2(\log_3 1 + \lg 10). \end{cases}$

Решить неравенства (838—841):

838. 1) $2^{\frac{x-1}{x+1}} > 1$; 2) $3^{\frac{x+3}{x-3}} > 1$;

3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2x+3}{4}-2} < 1$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x+3}{4}+1} > 1$.

839. 1) $\lg \frac{x-1}{2-x} > 0$; 2) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1-x}{2-x} < 0$;

3) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3-x}{3x-1} < 0$; 4) $\log_2 \frac{x-5}{x-4} > 1$.

840. 1) $\log_3 \frac{x+3}{(x-2)(x-4)} > 2$; 2) $\lg(x-1) < 1$;

3) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-1}{x+2} < 1$; 4) $\log_{x^2-3} 729 > 3$.

841. 1) $\log_3(x+8) - \log_3(16-2x) < \log_3 x$;

2) $\log_{0,2} 3\left(x - 2\frac{2}{3}\right) > \log_{0,2}(x^2+4)$;

3) $\lg 10^{\lg(x^2+21)} > \lg 10 + \frac{1}{\lg^{-1} x}$;

4) $\frac{\log_3(x+1)}{2\log_3 10 - \log_3 9} < 1$; 5) $\log_{\left(\frac{x+5}{x-1}\right)^{-1}} 0{,}3 > 0$;

6) $(0{,}5)^{\frac{3x+2}{x-1}} < 16^{\frac{x-3}{x+1}}$; 7) $32^{\frac{x-1}{3}} < 4^{\frac{x+3}{2}}$.

§ 49. Соединения

842. Имеются пять флагов различных цветов. Сколько различных сигналов можно сделать, поднимая по три флага в любом порядке?

843. Сколько различных четырехзначных чисел*) можно составить из семи цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

844. Сколько различных четырехзначных чисел*) можно составить из семи цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6?

845. Сколькими способами можно выбрать четырех лиц на четыре различные должности из девяти кандидатов на эти должности?

*) Предполагается, что каждая цифра входит в число только один раз.

846. Учащиеся изучают восемь различных предметов. Сколькими способами можно составить расписание уроков на один день, если в день можно ставить только три предмета?

847. Сколькими способами можно разместить за столом шесть человек?

848. Сколькими способами восемь человек, избранные в местком, могут распределить между собой восемь различных обязанностей?

849. Сколько различных трехзначных чисел *) можно составить из цифр 2, 5, 8?

850. Сколько различных пятизначных чисел *) можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4?

851. Сколько различных четырехзначных четных чисел*) можно составить из цифр 1, 2, 3, 5?

852. Из 30 учеников класса в течение урока могут быть опрошены шесть человек. Сколько возможно комбинаций?

853. Из семи кандидатов в счетную комиссию необходимо избрать трех человек. Сколькими способами можно это сделать?

854. В шахматном турнире участвуют 12 человек. Каждый из участников должен сыграть с каждым из остальных по две партии. Сколько всего партий должны сыграть участники турнира?

855. Сколько прямых линий можно провести между 15 точками, если среди них нет никаких трех точек, лежащих на одной прямой?

856. Сколько различных диагоналей можно провести в восьмиугольнике?

857. 1) Во сколько раз число A_8^3 больше числа C_8^3?

2) Во сколько раз число C_{10}^4 меньше числа A_{10}^4?

3) Чему равно отношение $\frac{A_m^k}{C_m^k}$?

858. Найти:

1) Число размещений из $m+2$ элементов по 3.
2) Число размещений из $n-1$ элементов по 2.
3) Число сочетаний из $m+1$ элементов по 4.
4) Число сочетаний из $m-3$ элементов по 2.

---

*) Предполагается, что каждая цифра входит в число только один раз.

859. Написать формулы для:

1) Числа размещений из $m+1$ элементов по m.

2) Числа размещений из $m+3$ элементов по $m-1$.

3) Числа сочетаний из $m+n$ элементов по n.

4) Числа сочетаний из $m+n$ элементов по $m+n-2$.

Вычислить (860 — 863):

860. 1) $\dfrac{A_5^4+A_5^3}{A_5^2}$; 2) $\dfrac{P_8}{P_6}$; 3) $\dfrac{P_7+P_6}{P_5}$.

861. 1) C_6^2; 2) C_{100}^{98}; 3) $\dfrac{15!}{30P_{12}}$.

862. 1) $\dfrac{6!-4!}{3!}$; 2) $A_6^2+A_5^3+A_4^4$.

863. 1) $\dfrac{P_3\cdot A_5^2}{P_{10}}$; 2) $\dfrac{A_6^2\cdot P_8}{P_{10}}$; 3) $\dfrac{C_{100}^{97}\cdot P_5}{66A_{50}^2}$.

Упростить следующие выражения (864 — 865):

864. 1) $\dfrac{A_m^n\cdot P_{m-n}}{P_{m-1}}$; 2) $\dfrac{P_{n+1}}{P_{n-1}}$;

3) $\dfrac{A_{m+1}^n\cdot P_{m-n+1}}{P_m}$; 4) $\dfrac{n!}{n(n-1)(n-3)}$.

865. 1) $\dfrac{A_m^n+A_m^{n-1}}{A_m^{n-2}}$; 2) $\dfrac{(m-1)A_m^nP_{m-n}}{P_{m-1}}$;

3) $\dfrac{A_m^4-A_m^3}{(m-4)A_{m-1}^2}$; 4) $\dfrac{(A_m^5-2A_m^3)\cdot P_3}{6A_m^3(m-5)}$.

866. Проверить справедливость равенств:

1) $C_{13}^8+C_{13}^9=C_{14}^9$; 2) $2(C_{15}^4-C_{15}^3)=C_{16}^4$;

3) $C_{20}^{12}=\dfrac{A_{20}^8}{P_8}$; 4) $12(A_7^5+A_7^4)=A_8^7$.

Решить уравнения (867 — 875):

867. 1) $A_x^2=6$; 2) $A_x^3=72x$;

3) $A_{x+2}^4=224x(x+2)$; 4) $A_{x+1}^2=30$.

868. 1) $\dfrac{x}{A_x^3}=\dfrac{1}{12}$; 2) $\dfrac{z(z-3)(z-4)}{A_z^5}=\dfrac{1}{30}$;

3) $\dfrac{A_x^4}{A_{x+1}^4}=\dfrac{3}{4}$; 4) $\dfrac{A_x^3}{x}=20$.

869. 1) $\frac{A_{x+2}^4}{A_{x+2}^2}=42$; 2) $y^{-1}A_y^3=210$;

3) $A_{m+2}^3=6m(m+1)$; 4) $\frac{A_{x+1}^5-A_x^3}{A_x^3}=4$.

870. 1) $\frac{A_{x+2}^3}{x+1}=8$; 2) $\frac{A_{m-2}^2}{A_m^4}=0{,}05$;

3) $\frac{A_{m-2}^2+A_{m-3}^2}{m-3}=16$; 4) $\frac{A_x^5+A_x^3}{A_x^3}=43$.

871. 1) $C_y^4=\frac{15A_y^2}{4}$; 2) $C_{z+2}^4:C_z^2=11$;

3) $A_{2x}^3=100A_x^2$; 4) $A_{y-3}^2=2(3y+13)$.

872. 1) $\frac{P_{n-3}}{P_{n-5}}=12$; 2) $\frac{A_m^7-A_m^5}{A_m^5}=89$;

3) $C_x^3+C_x^2=15(x^2-1)$; 4) $A_{2z}^3=2A_z^4$.

873. 1) $A_x^3:A_x^4=\frac{1}{20}$; 2) $C_{n+1}^{n-1}=36$;

3) $6C_n^{n-3}=11A_{n-1}^2$; 4) $\frac{A_x^5+A_x^3}{A_x^3}=29$.

874. 1) $C_x^2=10$; 2) $C_{x+3}^3=3(x+1)(x+2)$;

3) $\frac{C_x^2+C_x^3}{x-1}=15$; 4) $\frac{1}{5}C_{x+3}^{x-1}=\frac{11}{12}A_{x+1}^2$.

875. 1) $A_x^4\cdot P_{x-1}=42P_{x-2}$; 4) $2\frac{2}{3}C_{x+1}^5=A_x^3$;

3) $\frac{90P_{x-1}}{P_{x-n}}=A_{x+1}^{n+1}$; 4) $\frac{P_{x+2}}{33P_{x-n}}=4A_x^n$.

876. Число размещений из m элементов по 2 относится к числу размещений из m элементов по 4, как 1 : 12. Определить число элементов.

877. Сколько нужно взять элементов, чтобы число размещений из них по 3 было в 12 раз больше числа сочетаний из них по 2?

878. Число сочетаний из n элементов по 3 в пять раз меньше числа сочетаний из $n+2$ элементов по 4. Найти n.

879. Как следует определить C_n^0, чтобы равенство $C_n^k=C_n^{n-k}$ было справедливо и в этом случае?

§ 50. Бином Ньютона

880. Найти произведения следующих двучленов:

1) $(x+1)(x+2)(x+3)$;
2) $(x-1)(x-2)(x-3)$;
3) $(x-1)(x-2)(x+3)$;
4) $(a+1)(a+2)(a+3)(a+4)$;
5) $(a-1)(a-2)(a-4)(a-5)$;
6) $(b-1)(b-2)(b+3)(b+4)$;
7) $(y+1)(y+2)(y+3)(y+4)(y+5)$;
8) $(y-1)(y-2)(y-3)(y-4)(y-5)$;
9) $(x+a)(x+b)$;
10) $(x+a)(x+b)(x+c)$;
11) $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$;
12) как запишется выражение 11) и его произведение, если положить (а) $a=b=c=d$, (б) $a=b=c=d=1$, (в) $a=b=c=d=-1$?

881. Вычислить коэффициент при x^2 в произведении: $(x-3)(x+5)(x-1)(x+2)$.

882. Вычислить коэффициент при a в произведении: $(a+1)(a+2)(a+3)$.

883. Вычислить коэффициенты при y^4 и y^0 в произведении: $(y+1)(y+2)(y+3)(y+4)$.

884. Написать разложения биномов:

1) $(x \pm y)^8$; 2) $(a \pm b)^5$; 3) $(x \pm 1)^7$;
4) $(1 \pm y)^6$; 5) $(3a+1)^4$; 6) $(x^2-2)^5$;
7) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^6$; 8) $\left(2\sqrt{x}-x\right)^4$; 9) $\left(1 \pm \frac{1}{n}\right)^5$;
10) $\left(1 \pm \sqrt{2}\right)^6$; 11) $\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right)^{10}$; 12) $\left(\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}\right)^8$;
13) $(x+yi)^4$; 14) $(2x+3i)^4$; 15) $(1 \pm i)^{12}$.

885. Упростить:

1) $\frac{(x+1)^4+(x-1)^4}{x^4+6x^2+1}$;
2) $\frac{(a+b)^5+(a-b)^5-10ab^4}{a^2+10b^2}$.

886. Вычислить коэффициенты второго, пятого и шестого членов многочлена, получающегося в результате возвышения двучлена $(2x+y)$ в седьмую степень.

887. Вычислить биномиальные коэффициенты второго, четвертого и пятого членов многочлена, получающегося в результате возвышения двучлена $(2x-y)$ в седьмую степень.

888. Найти:

1) пятый член разложения бинома $(a+1)^9$;

2) семнадцатый член разложения бинома $(a+b)^{20}$;

3) шестой член разложения бинома $(x^3-1)^8$;

4) седьмой член разложения бинома $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^8$;

5) средний член разложения бинома $\left(\frac{1}{x}-x\right)^{10}$;

6) два средних члена разложения бинома $\left(\sqrt{2}-\frac{a}{2}\right)^7$.

889. Вычислить наибольшие биномиальные коэффициенты разложений:

1) $(x+y)^{11}$; 2) $(a+b)^8$.

890. Найти:

1) член разложения $(x+y)^{11}$, содержащий x^7;

2) член разложения $\left(a+\frac{1}{a}\right)^6$, не зависящий от a;

3) член разложения $\left(\sqrt{y}+\sqrt[4]{y}\right)^{20}$, содержащий y^7;

4) член разложения $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}-\sqrt[5]{x^3}\right)^9$, не зависящий от x;

5) член разложения $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{b}+\frac{b}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$, содержащий x^{-1};

6) член разложения $\left(\frac{2}{3}\sqrt[3]{b}+\frac{3}{2\sqrt{b}}\right)^8$, содержащий $b^{-\frac{2}{3}}$;

7) член разложения $(\sqrt[3]{a}-\sqrt{a})^{12}$, содержащий $a^{5\frac{1}{3}}$;

8) член разложения $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}-\sqrt{x}\right)^{10}$, содержащий x^0;

9) член разложения $(x+a)^{16}$, содержащий x^8a^8;

10) члены разложения $(x^2-ax)^{24}$, коэффициенты которых равны числу сочетаний из 24 по 18.

891. Вычислить сумму биномиальных коэффициентов членов разложения:

1) $(a+b)^9$; 2) $(a-b)^9$; 3) $(x+y)^{10}$; 4) $(x-y)^{10}$.

892. Найти пятый член разложения бинома $\left(z+\frac{1}{z}\right)^n$, если сумма биномиальных коэффициентов равна 128.

893. Найти восьмой член разложения бинома $(a-\sqrt{a})^n$, если сумма биномиальных коэффициентов, стоящих на нечетных местах, равна 512.

894. Найти показатель степени бинома $(b\sqrt{b}+1)^m$, если биномиальный коэффициент третьего члена разложения бинома равен 4950.

895. Найти показатель степени бинома $\left(\sqrt[30]{\frac{1}{a}}+\sqrt[5]{a}\right)^n$, если шестой член разложения бинома не содержит a.

896. Найти третий член разложения бинома $(1+x)^{n+1}$, если биномиальные коэффициенты четвертого и шестого членов разложения равны между собой.

897. При каком значении x 21-й и 22-й члены разложения бинома $(1+x)^{44}$ равны между собой?

898. Вычислить четвертый от конца член разложения бинома $\left(1+\sqrt[12]{\frac{2}{15}}\right)^{27}$.

899. Сумма коэффициентов при втором и третьем членах разложения бинома $\left(\sqrt[5]{z^2}+\frac{1}{\sqrt[6]{z}}\right)^n$ равна 153. Найти член, не содержащий z.

900. В разложении бинома $\left(\frac{1}{2}a^2b-2ab^2\right)^n$ вычислить четвертый член, если отношение биномиального коэффициента третьего члена разложения к биномиальному коэффициенту пятого члена равно 2.

901. В разложении бинома $\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{x^4}\right)^n$ коэффициент третьего члена разложения на 44 больше коэффициента второго члена разложения. Найти член, не зависящий от x.

902. Указать номера рациональных членов в разложениях биномов:

1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^6$; 2) $(1+\sqrt{3})^{10}$;

3) $(\sqrt[3]{a}-1)^{12}$; 4) $(\sqrt{x}+\sqrt[9]{x})^{24}$.

903. Доказать, что сумма квадратов биномиальных коэффициентов разложения $(x+y)^n$ равна C_{2n}^n.

§ 51. Сложные проценты

904. Какую числовую последовательность образуют начальный и наращенные капиталы, вычисленные по формуле сложных процентов?

905. В какую сумму обратятся 140 руб., если они были в обороте три месяца из 8% простых?

906. В какую сумму обратятся 840 руб., если они были в обороте 8 месяцев из 6% простых?

907. В какую сумму обратится вклад в 1 рубль, положенный в сберкассу на 100 лет из 8% сложных?

908. В сосуде имеется 50 л 80%-ного спирта. Сколько литров чистого спирта останется в сосуде, если из него 20 раз отливать по 1 л жидкости и каждый раз добавлять по 1 л воды?

909. Известно, что некоторые болезнетворные бактерии делятся каждые полчаса. Сколько бактерий могло бы быть в организме (при условии беспрепятственного роста) через 24 часа после инфекции, при которой в организм внесено 10 штук бактерий?

910. Сумма 5000 руб., отданная в сберкассу на сложные проценты, обратилась через 7 лет в 7035 руб. 50 коп. На какие проценты была положена сумма?

911. Какую сумму надо внести в сберкассу в виде вклада по 4% сложных, чтобы по истечении 15 лет образовалась сумма в 10 000 рублей?

912. Во сколько лет сумма 800 руб. может обратиться в 1680 руб., если доход составляет 3% сложных?

913. Во сколько лет сумма 77115 рублей сможет обратиться в 185 900 рублей при 4,5% сложных?

914. Во сколько лет сумма, отданная на $p\%$ сложных, увеличится в n раз?

915. Еженедельное увеличение яиц на птицеферме совхоза составляет 2%. Сколько яиц может продать совхоз государству за 15 недель, если в данный момент совхоз имеет на складе примерно 20 000 яиц?

916. Если в совхозе еженедельный прирост кроликов составляет 10%, то через сколько недель совхоз будет иметь 3200 кроликов, если в настоящее время он их имеет 2000 штук?

917. В СССР в 1948 году было выработано 66,3 млрд. квт. час. электроэнергии, а в 1963 году — 412,4 млрд. квт. час. Найти средний ежегодный

процент роста выработки электроэнергии в СССР за эти годы?

918. В 1952 году жилищный фонд в городах и рабочих поселках СССР составлял 557 млн. кв. м., а в 1964 году он составлял 1182 млн. кв. м. Найти средний ежегодный процент роста жилой площади за указанные годы.

919. Через сколько лет жилищный фонд города увеличится в полтора раза, если он ежегодно будет увеличиваться на 3%?

ГЛАВА 6

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЛЮБОГО УГЛА

§ 52. Измерение дуг и углов

920. На окружности произвольного радиуса отметить точки, соответствующие:

(а) 10°, 15°, 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 150°, 180°, 210°, 240°, 270°, 300°, 330°, 360°;

(б) −10°, −15°, −30°, −45°, −90°, −120°, −150°, −180°, −270°, −300°, −360°.

921. Какая разница между дуговым и угловым градусом?

922. Почему величина отношения $\frac{l}{R}$, где R — радиус центрального угла, l — длина дуги, служит мерой угла?

923. Зависимость между радианной и градусной мерой выражается линейной формулой: $a = \frac{\pi\alpha^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi\alpha}{180}$ радиан. Преобразовать все выражения задачи 920 в радианы и отметить их точками на числовой оси.

924. Заполнить следующую таблицу:

α°	57°18′	40°30′	30°30′	20°	18°30′
$a_{\text{рад}}$					

925. Радиус круга равен 10 см. Найти длину дуги, содержащей 35°; 48°; 60°; 80°; 360°.

926. Выразить в радианах: 1) 51°; 2) 27°; 3) 76° 30′; 4) 12° 30′ ($\pi \approx 3{,}14159$).

927. С помощью числа π составить выражения для иядля следующих дуг: 1) 22° 30′; 2) 36°; 3) 75°; 4) 157° 30′; 5) 163°; 6) 216° 13′.

928. Выразить в градусах и минутах углы: 1,4; 2; 0,75; $\frac{\pi}{18}$; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{3}{2}\pi$; $\frac{3}{4}\pi$; $\frac{2}{7}\pi$ радианов.

929. Металлический вал, диаметр которого равен 2,4 м, делает в минуту 800 оборотов.

1) Найти угловую скорость ω одной из точек, отмеченной на поверхности вала.

2) Найти окружную скорость точки вала, удаленной от его оси на 1,2 м.

3) Найти окружную скорость точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вала.

Указание. Угловая скорость точки выражается в $\frac{\text{радиан}}{\text{секунда}}$, а окружная скорость вращения точки равна $R\omega$, где R — расстояние точки от оси вращения и ω — угловая скорость точки.

930. Дополнить до прямого угла:

$$\frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{5},\ \frac{2\pi}{5},\ \frac{\pi}{12},\ \frac{\pi}{18},\ -\frac{\pi}{6},\ -\frac{3\pi}{5}.$$

931. Почему ошибочна запись $\pi = 180°$?

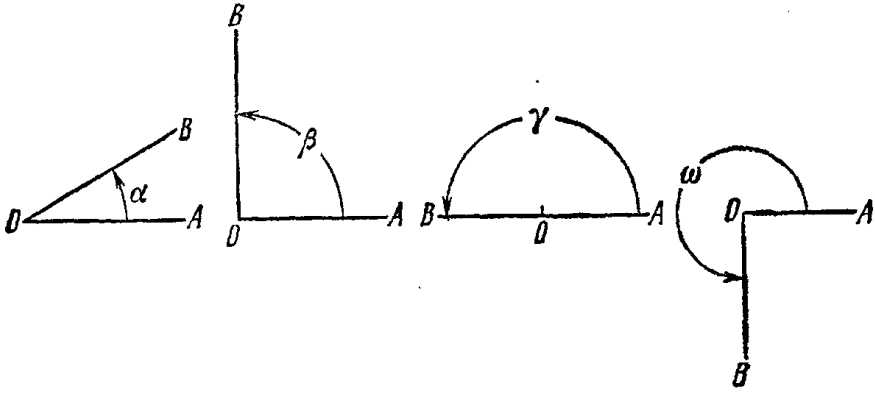

Рис. 5.

932. Измерить транспортиром величину углов α, β, γ, ω и выразить их в радианах (рис. 5).

933. Измерить транспортиром величину углов α, β, γ, ω и выразить их в радианах (рис. 6).

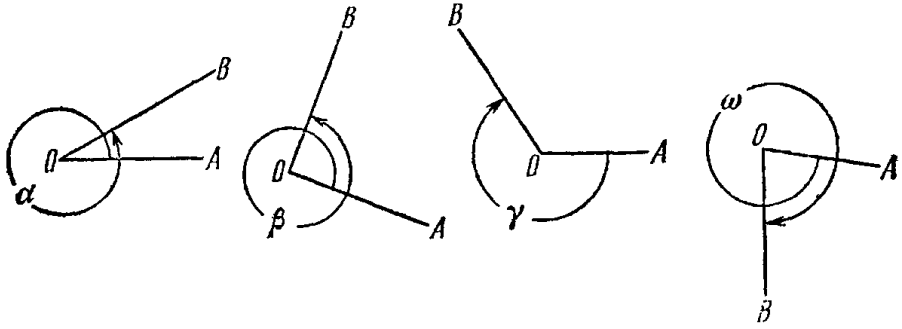

Рис. 6.

934. По данному общему виду угла α написать его частные значения в интервале $0° < \alpha < 360°$ $(0 < \alpha < 2\pi)$:

1) $\alpha = 20° + 150°n$; 2) $\alpha = -20° + 150°n$;

3) $\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi n$; 4) $\alpha = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$;

5) $\alpha = (-1)^n \cdot 30° + 180°n$; 6) $\alpha = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n$,

$n \geqslant 0$ — целое число.

935. Углы треугольника относятся как $2 : 3 : 4$. Выразить их значение в градусах и радианах.

936. В чем разница между градусным и радианным измерениями углов (дуг)?

937. Выразить в градусной и радианной мерах углы правильных треугольника, четырехугольника, шестиугольника.

938. Окружность разделена на 15 равных частей. Найти градусную и радианную меры дуги.

939. На какой угол поворачивается минутная стрелка за 30 минут? за 2 часа?

940. Углы четырехугольника $ABCD$ относятся как $1 : 3 : 5 : 6$. Выразить величину каждого угла в градусах и радианах.

Найти на логарифмической линейке значение следующих тригонометрических функций острого угла прямоугольного треугольника:

941. 1) $\sin 32° 20'$; 2) $\sin 48° 15'$; 3) $\sin 62° 17'$;
4) $\sin 82° 14'$; 5) $\sin 4° 10'$; 6) $\sin 2° 16'$.

942. 1) $\cos 52^\circ 11'$; 2) $\cos 30^\circ 16'$; 3) $\cos 18^\circ 12'$;
4) $\cos 14^\circ 18'$; 5) $\cos 84^\circ 3'$; 6) $\cos 2^\circ 19'$.

943. 1) $\operatorname{tg} 20^\circ 11'$; 2) $\operatorname{tg} 12^\circ 14'$; 3) $\operatorname{tg} 13^\circ 28'$;
4) $\operatorname{tg} 47^\circ 18'$; 5) $\operatorname{tg} 52^\circ 16'$; 6) $\operatorname{tg} 74^\circ 28'$.

944. 1) $\operatorname{ctg} 4^\circ 4'$; 2) $\operatorname{ctg} 44^\circ 40'$; 3) $\operatorname{ctg} 58^\circ 6'$;
4) $\operatorname{ctg} 82^\circ 14'$; 5) $\operatorname{ctg} 72^\circ 24'$; 6) $\operatorname{ctg} 12^\circ 7'$.

Найти на логарифмической линейке (945—948) острый угол прямоугольного треугольника, если

945. 1) $\sin\alpha = 0{,}432$; 2) $\sin\alpha = 0{,}252$;
3) $\sin\alpha = 0{,}941$; 4) $\sin\alpha = 0{,}0854$.

946. 1) $\cos\alpha = 0{,}231$; 2) $\cos\alpha = 0{,}342$;
3) $\cos\alpha = 0{,}547$; 4) $\cos\alpha = 0{,}822$;
5) $\cos\alpha = 0{,}0982$; 6) $\cos\alpha = 0{,}0844$.

947. 1) $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}061$; 2) $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}032$;
3) $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}426$; 4) $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}082$;
5) $\operatorname{tg}\alpha = 1{,}582$; 6) $\operatorname{tg}\alpha = 4{,}831$.

948. 1) $\operatorname{ctg}\alpha = 0{,}03$; 2) $\operatorname{ctg}\alpha = 0{,}035$;
3) $\operatorname{ctg}\alpha = 0{,}35$; 4) $\operatorname{ctg}\alpha = 0{,}821$;
5) $\operatorname{ctg}\alpha = 1{,}941$; 6) $\operatorname{ctg}\alpha = 2{,}584$.

949. Найти числовые значения функций:

1) $\sin 1$; 2) $\sin 0{,}385$; 3) $\cos 5$;
4) $\cos 0{,}25$; 5) $\operatorname{tg} 0{,}5$; 6) $\operatorname{ctg} 1{,}2$;
7) $\sin 3{,}2$; 8) $\cos 0{,}7$; 9) $\operatorname{tg} 2{,}3$.

950. Один угол равнобедренной трапеции содержит 48°. Выразить в радианной мере остальные углы трапеции.

951. Вычислить:

1) $\dfrac{240}{\operatorname{tg} 32^\circ 57'}$; 2) $\dfrac{30{,}25}{\sin 38^\circ 25'}$;

3) $\dfrac{\sin 23^\circ 30'}{\operatorname{tg} 14^\circ 15'}$; 4) $\dfrac{106 \cdot \operatorname{tg} 4^\circ 40'}{\operatorname{tg} 36^\circ 20'}$.

952. Окружность морских компасов делится на 32 равные части, называемые румбами. Выразить румб в радианах и градусах.

953. Угловая скорость якоря генератора 10π радиан в секунду. Сколько оборотов в минуту делает якорь генератора?

954. Колесо делает 20 оборотов в 1 минуту. Чему равна угловая скорость в радианах в секунду?

955. Выразить площадь S кругового сектора через его радиус R и $\angle AOB = \alpha$ (α — радианная мера угла) (рис. 7).

956. Лопасть винта сделала 3,2 оборота. Какой угол описала лопасть винта? Построить этот угол.

957. Вычислить радианную меру внутреннего угла правильного двенадцатиугольника.

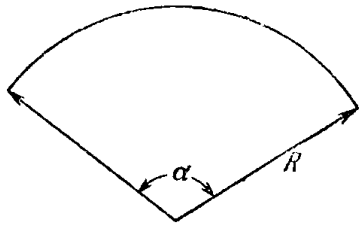

Рис. 7.

958. Найти радианную меру углов 1170°; 2220°; 47°?

959. Найти радианную меру углов параллелограмма, если их отношение равно 0,5.

960. Из точки, взятой на окружности, проведен диаметр и хорда, равная радиусу. Найти угол между ними и выразить его в радианах.

961. Из концов дуги, содержащей 210°, проведены касательные до взаимного пересечения. Найти угол между касательными и выразить его в радианах.

962. Высота ромба, проведенная из вершины его тупого угла, делит противоположную сторону пополам. Найти углы ромба и выразить их в радианах.

963. Вычислить длину дуги окружности радиуса $R = 20$ см, если дуга содержит 36°.

964. Радианная мера дуги радиуса $R = 12$ см равна 0,75. Вычислить длину дуги.

965. Вычислить периметр сектора окружности радиуса $R = 36$ см, если дуга сектора содержит $\frac{7}{9}$ радиан.

966. Для измерения углов в артиллерии пользуются единицей, называемой тысячной или делением угломера. Эта единица равна $\frac{1}{6000}$ полного угла. Выразить:

1) тысячную в минутах;

2) минуту в тысячных;

3) градус в тысячных.

967. Шкив электромотора делает 900 оборотов в минуту. Вычислить угловую скорость вращения этого шкива в радианах в секунду.

§ 53. Изменение тригонометрических функций с изменением угла. Знаки тригонометрических функций

968. В какой четверти должен быть расположен конечный радиус-вектор, чтобы синус и косинус получаемых углов были положительны? отрицательны? Чтобы тангенс и котангенс получаемых углов были положительны? отрицательны?

969. Какие знаки имеют тригонометрические функции $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, если α равен:

1) 80°; 2) 100°; 3) 200°;

4) $\frac{\pi}{3}$; 5) $\frac{2}{3}\pi$; 6) $1\frac{1}{9}\pi$; 7) $1\frac{7}{9}\pi$?

970. Напишите область изменения углов, для которых синус и косинус имеют одинаковые знаки.

Вычислить выражения (971—972):

971. 1) $\dfrac{4-2\operatorname{tg}45^\circ+\operatorname{tg}60^\circ}{3\sin 90^\circ-4\cos 60^\circ+4\operatorname{ctg}45^\circ}$;

2) $\dfrac{4-\operatorname{tg}^2\frac{\pi}{4}+\operatorname{ctg}^4\frac{\pi}{3}}{3\sin^3\frac{\pi}{2}-4\cos^2\frac{\pi}{3}+4\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}}$;

3) $\left(4\sin\frac{\pi}{4}\right)^2-\left(2\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\right)^2-\left(2\cos\frac{\pi}{6}\right)^4-\left(2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}\right)^2$.

972. 1) $\sin 2\pi+\cos 4\pi-\operatorname{tg}2\pi$;

2) $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}+\operatorname{cosec}\frac{\pi}{2}+\sec 0$;

3) $a^2\sin\frac{\pi}{2}+2ab\cos\pi-b^2\sin\frac{3}{2}\pi$;

4) $10\operatorname{tg}2\pi+3\cos\frac{3}{2}\pi-4\operatorname{tg}\pi-5\sin\frac{3}{2}\pi$.

973. Упростить выражения:

1) $\dfrac{5+\sin 30^\circ\cos 60^\circ-\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}}{a+b\cos 2\pi-\sin\pi}$;

2) $\dfrac{m\cos\frac{\pi}{4}+n\sin\frac{\pi}{4}-k\operatorname{tg}\pi}{mn+m\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}-\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}}$;

3) $\dfrac{(2a\cos 60^\circ)^2-(b\operatorname{ctg}45^\circ)^3+(3ab\sin 180^\circ)^2}{(1{,}5a\cos 90^\circ)^n+2a\sin 30^\circ-2b\cos^2 45^\circ}$.

974. Заполнить следующую таблицу:

№№ п/п	Функции	Область определения	Область изменения	Точки разрыва	Период функции
1	$\sin x$				
2	$\cos x$				
3	$\operatorname{tg} x$				
4	$\operatorname{ctg} x$				
5	$\sec x$				
6	$\operatorname{cosec} x$				

975. Найти область изменения следующих функций:

1) $y = |\sin x|$; 2) $y = \cos^2 x$;
3) $y = \cos x + 1$; 4) $y = \operatorname{tg}^2 x$;
5) $y = \sin^2 x + \cos^2 x$; 6) $y = \cos x - \sin x$;
7) $y = 12 \sin x - 5 \cos x$; 8) $y = \sin x \cos x$;
9) $y = 5^{\sin x}$; 10) $y = \sin^4 x + \cos^4 x$;
11) $y = \sin x + \cos x$.

976. Исключить периоды у следующих функций:

1) $\sin 370°$; 2) $\sin 5\pi$; 3) $\sin 580°$; 4) $\sin 1500°$;
5) $\cos 400°$; 6) $\cos 850°$; 7) $\cos 7\pi$; 8) $\cos 15\pi$;
9) $\operatorname{tg} 9\pi$; 10) $\operatorname{tg} 1850°$; 11) $\operatorname{ctg} 922°$; 12) $\operatorname{ctg} 14{,}1\pi$;
13) $\sec 380°$; 14) $\sec 7{,}5\pi$; 15) $\operatorname{cosec} 4{,}2\pi$; 16) $\operatorname{cosec} 390°$.

Чему равны периоды функций (977—979):

977. 1) $y = \sin 2x$; 2) $y = \sin 5x$; 3) $y = \sin \frac{x}{2}$;

4) $y = \sin \frac{3}{2} x$; 5) $y = |\sin x|$; 6) $y = \left|\operatorname{ctg} \frac{x}{2}\right|$.

978. 1) $y = \cos 3x$; 2) $y = \cos \frac{x}{3}$;

3) $y = \cos \frac{3}{5} x$; 4) $y = |\cos 2x|$.

979. 1) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$; 2) $y = \operatorname{tg} 4x$;

3) $y = \operatorname{ctg} \frac{2}{3} x$; 4) $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{5}$.

980. Если $\sin \alpha = \sin \beta$, то можно ли утверждать, что $\alpha = \beta$?

981. Указать, какие из функций периодические:

1) $y = 1 + \sin x$; 2) $y = 1 - \cos x$; 3) $y = x + \cos x$;
4) $y = 2\operatorname{tg} x - 1$; 5) $y = \sin x + \cos x$.

982. Указать промежутки возрастания следующих функций:

1) $y = \sin 2x$; 2) $y = \cos \frac{x}{2}$;

3) $y = \operatorname{tg} 3x$; 4) $y = \operatorname{ctg} \frac{2}{3} x$.

983. Указать промежутки убывания следующих функций:

1) $y = \sin \frac{x}{3}$; 2) $y = \cos 3x$;

3) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{5}$; 4) $y = \operatorname{ctg} 6x$.

984. При каких значениях x функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$ принимают наименьшее и наибольшее значения? Написать общий вид углов.

985. При каких значениях x произведение $\sin 124° \times \times \cos x > 0$?

986. При каких значениях α и β произведение $\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta < 0$?

987. Для каких значений x, заключенных между 0 и 2π, имеют смысл выражения:

1) $\frac{\sin x}{\operatorname{ctg} 2x}$; 2) $\sqrt{\sin x}$; 3) $\sqrt{\cos 2x}$;
4) $\sqrt{1 - \sin x}$; 5) $\sqrt{\operatorname{tg} x}$; 6) $\sqrt{2 - \sin x}$;
7) $\sqrt{1 + \sin x}$; 8) $\frac{1}{\sqrt{\sin 2x}}$; 9) $\sqrt{-\cos x}$;
10) $\frac{2}{1 + \cos x}$.

988. Из следующего множества функций составить два подмножества: 1) четных, 2) нечетных функций.

$\sin x$; $\sin^2 x$; $\cos x$; $\cos^2 x$; $-\sin^2 x$; $-\cos x$; $\operatorname{tg} x$; $\operatorname{ctg} x$; $\operatorname{tg}^2 x$; $\operatorname{ctg}^2 x$; $\sin^3 x$; $\cos^3 x$; $\operatorname{tg}^3 x$; $\operatorname{ctg}^3 x$; $-\operatorname{tg} x$; $-\operatorname{ctg} x$; $\frac{x}{\sin x}$; $\frac{x}{\cos x}$; $\frac{x}{\operatorname{tg} x}$; $\frac{\cos x}{\sin x - \cos x}$.

989. Найти значения всех тригонометрических функций следующих углов: $-90°$; $-30°$; $-45°$; $-60°$; $-180°$; $-270°$; $-360°$.

990. Упростить выражения:

1) $\dfrac{\sin(-\alpha)+2\sin\alpha+\cos(-\alpha)-\cos\alpha}{4\cos(-\alpha)+3\sin(-\alpha)+3\sin\alpha-3\cos\alpha}$;

2) $[3m\cos(-60^\circ)]^3-4[m\operatorname{ctg}(-30^\circ)]^3+12\sin(-30^\circ)$;

3) $\dfrac{\sin(-\alpha)\operatorname{tg}(-\alpha)\sec(-\alpha)}{\cos(-\alpha)\operatorname{ctg}(-\alpha)\operatorname{cosec}(-\alpha)}$.

§ 54. Построение углов. Графики тригонометрических функций

991. Какие тригонометрические функции являются ограниченными и какие неограниченными?

992. Построить углы:

(а) синус каждого из которых равен:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $-\frac{7}{8}$; 6) $-\frac{2}{3}$;

(б) косинус каждого из которых равен:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{2}{7}$; 4) $-\frac{4}{5}$; 5) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; 6) $-\frac{3}{4}$;

(в) тангенс каждого из которых равен:

1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $1\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{2}{3}$; 5) $-\sqrt{3}$; 6) -2;

(г) котангенс каждого из которых равен:

1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{7}{8}$; 3) 3; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) -1; 6) $-\sqrt{5}$.

993. Построить графики тригонометрических функций:

1) $y=\sin x$; 2) $y=\cos x$; 3) $y=\operatorname{tg} x$; 4) $y=\operatorname{ctg} x$ и исследовать каждую функцию по следующей схеме:

1) область определения функции,

2) область изменения функции,

3) четность функции,

4) промежутки возрастания и убывания функции,

5) каково наибольшее (максимум) значение функции и в каких точках,

6) каково наименьшее (минимум) значение функции и в каких точках,

7) точки, в которых функция обращается в нуль.

§ 55. Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же угла

994. Существует ли такое значение угла x, для которого имеют место равенства:

1) $\sin x = \frac{12}{13}$, а $\cos x = \frac{5}{13}$;

2) $\sin x = 0{,}6$, а $\cos x = -0{,}8$;

3) $\sin x = 0{,}3$, а $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$;

4) $\sin x = \frac{2}{3}$, а $\operatorname{ctg} x = 3$;

5) $\cos x = \frac{20}{101}$, а $\operatorname{tg} x = 4{,}95$.

Найти значения всех тригонометрических функций угла α, при выполнении следующих условий (995—996):

995. 1) $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

2) $\cos\alpha = \frac{45}{53}$, $\quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

3) $\sin\alpha = -\frac{12}{13}$, $\quad \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$;

4) $\cos\alpha = -\frac{15}{17}$, $\quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

996. 1) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{6}$, $\quad \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$;

2) $\operatorname{tg}\alpha = -2$, $\quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

3) $\operatorname{tg}\alpha = -2{,}4$, $\quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

4) $\operatorname{ctg}\alpha = -0{,}5$, $\quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

5) $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{8}{15}$, $\quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

6) $\operatorname{ctg}\alpha = -0{,}255$, $\quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$;

7) $\operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{2}$, $\quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Упростить следующие выражения (997—1008):

997. 1) $\sin\alpha \operatorname{ctg}\alpha + \cos\alpha$; 2) $\cos\alpha \operatorname{tg}\alpha - \sin\alpha$;

3) $\frac{1 + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha}{\cos\alpha}$; 4) $\frac{\sin^2\varphi - 1}{\cos^2\varphi}$.

998. 1) $\frac{\cos^2\varphi - 1}{\sin^3\varphi}$;

2) $\sin\beta\cos\beta\operatorname{tg}\beta\operatorname{ctg}\beta\sec\beta\operatorname{cosec}\beta$;

3) $(\sin\varphi + \cos\varphi)^2 + (\sin\varphi - \cos\varphi)^2$;

4) $\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}$.

999. 1) $\frac{1 + \cos\beta + \cos^2\beta}{1 + \sec\beta + \sec^2\beta}$;

2) $\sin^2\frac{\alpha}{2} + \sin^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2} + \cos^4\frac{\alpha}{2}$;

3) $\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 2\alpha - 1} + \frac{\cos^2 2\alpha}{1 - \sin^2 2\alpha}$;

4) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2\beta}{1 + \operatorname{tg}^2\beta} + \sin^2\beta$;

5) $(1 - \cos^2 x)\operatorname{ctg}^2 x - 1$;

6) $\cos^4 x - \sin^4 x + 2\sin^2 x$;

7) $\frac{1 - \sin^4 2\alpha - \cos^4 2\alpha}{2\sin^2 2\alpha} + 1$;

8) $(1 + \cos^2\beta)\operatorname{tg}^2\beta - \sec^2\beta$.

1000. 1) $\cos^2\frac{\alpha}{2}\operatorname{cosec}^2\frac{\alpha}{2} + \sin^2\frac{\alpha}{2} + \cos^2\frac{\alpha}{2}$;

2) $\frac{\cos\alpha}{1 + \cos\alpha} - \frac{\cos\alpha}{1 - \cos\alpha} + 2\operatorname{ctg}^2\alpha$;

3) $\frac{1 + 2\sin 2x\cos 2x}{\cos 2x + \sin 2x} - \cos 2x$;

4) $(\operatorname{tg}^2\alpha - \sin^2\alpha)\operatorname{ctg}^2\alpha + \cos^2\alpha$.

1001. 1) $\frac{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}{\sin^2\alpha\sin^2\beta} + \operatorname{ctg}^2\alpha + \cos^2\beta + \sin^2\beta$;

2) $\frac{1 - 4\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{1 + 2\sin\varphi\cos\varphi} + 2\sin\varphi\cos\varphi$;

3) $\frac{\operatorname{cosec}^2\alpha - 1}{\cos^2 2\alpha - \sin^2\alpha + \sin^2 2\alpha}$;

4) $\frac{\sin^3\alpha - \cos^3\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} + \sin\alpha\cos\alpha$.

1002. 1) $\frac{\sin^4 3\alpha - \cos^4 3\alpha}{\sin^2 3\alpha - \cos^2 3\alpha} + \operatorname{tg}^2\alpha$;

2) $\frac{\sin^2\beta + \operatorname{tg}^2\beta}{\operatorname{cosec}^2\beta + \operatorname{ctg}^2\beta}\operatorname{ctg}^2\beta$;

3) $\sin\alpha(1 + \operatorname{tg}\alpha) + \cos\alpha(1 + \operatorname{ctg}\alpha)$;

4) $\frac{\operatorname{cosec}\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{\sec\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha}$.

1003. 1) $\dfrac{1+\sin\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha)}{1+\operatorname{ctg}\alpha}$;

2) $\sqrt{\operatorname{cosec}^2\alpha-1}-\dfrac{1}{\sqrt{\sec^2\alpha-1}}+$

$+\operatorname{tg}\alpha\sqrt{1-\sin^2\alpha},\ 0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$;

3) $\dfrac{\operatorname{tg}^2\varphi-\operatorname{ctg}^2\varphi}{\operatorname{tg}^2\varphi-1}$;

4) $\dfrac{\sin^2\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}-\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\operatorname{tg}^2\alpha-1}$.

1004. 1) $\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}-\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}+\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha}$;

2) $\dfrac{\sin\alpha+\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{cosec}\alpha}-\sin\alpha(\operatorname{tg}\alpha-1)$;

3) $\dfrac{\sec^2\beta-\operatorname{cosec}^2\beta}{\operatorname{tg}^2\beta-\operatorname{ctg}^2\beta}$;

4) $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha}+\cos^2\alpha$.

1005. 1) $\dfrac{1+\operatorname{tg}\varphi}{1+\operatorname{ctg}\varphi}\operatorname{tg}\varphi+1$;

2) $\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}-\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}},\ \pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$;

3) $\dfrac{(\sin\beta+\cos\beta)^2-1}{\operatorname{ctg}\beta-\sin\beta\cos\beta}$;

4) $\left(\dfrac{\sin\alpha+\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{cosec}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha}\right)^2$.

1006. 1) $\dfrac{\sin^4\varphi+\cos^4\varphi}{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}-\dfrac{(1-\operatorname{tg}^2\varphi)^2}{\operatorname{tg}^2\varphi}$;

2) $\dfrac{(1-\sin\alpha)(1+\operatorname{cosec}\alpha)}{(1-\cos\alpha)(1+\sec\alpha)}$;

3) $\dfrac{1-\operatorname{ctg}^2\alpha}{\operatorname{tg}\alpha-1}-\operatorname{ctg}\alpha+1$;

4) $\dfrac{2\cos^2\beta-1}{1-2\sin^2\beta}-\dfrac{\cos^2\beta-1}{1-\sin^2\beta}$.

1007. 1) $\operatorname{tg}\alpha(\cos\alpha-\sin\alpha)+\dfrac{\sin\alpha+\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{cosec}\alpha}$;

2) $\dfrac{\sec\alpha+\operatorname{cosec}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha}-\dfrac{1}{\sec\alpha}$;

3) $\dfrac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}\left[1+\dfrac{(1-\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha}\right]$;

4) $\dfrac{\cos^2\alpha-\sin^2\beta}{\sin^2\alpha\sin^2\beta}-\operatorname{ctg}^2\alpha\operatorname{ctg}^2\beta$.

1008. 1) $\frac{1}{(\sec\alpha\operatorname{ctg}\alpha)^4}+\frac{1}{(\operatorname{cosec}\alpha\operatorname{tg}\alpha)^4}+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha$;

2) $(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha)(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)$.

Упростить выражения и вычислить результат (1009—1010):

1009. 1) $\left(\frac{\sin^2\beta}{1-\sin^2\beta}+\frac{1}{\operatorname{cosec}^2\beta-1}\right)\cos^3\beta$,

если $\sin\beta=\frac{15}{17}$, $\frac{\pi}{2}<\beta<\pi$;

2) $(1-\operatorname{cosec}^2\alpha)\operatorname{tg}\alpha+\sin\alpha\cos\alpha$,

если $\cos\alpha=-0{,}8$, $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$;

3) $\sec\alpha(\operatorname{cosec}\alpha-\sin\alpha)$, если $\sec\alpha=-\sqrt{10}$,

$\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$;

4) $(\operatorname{tg}^4\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha)\cos^2\alpha\operatorname{ctg}^3\alpha$,

если $\sec\alpha=\sqrt{17}$, $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$.

1010. 1) $\frac{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-1}{\operatorname{ctg}\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}:\operatorname{tg}\alpha$,

если $\sec\alpha=-\sqrt{37}$, $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$;

2) $\left(1-\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}\right)\left(1+\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}\right)$,

если $\cos\alpha=0{,}6$, $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$;

3) $\frac{1+\cos^6\beta}{1+\cos^2\beta}-\cos^2\beta$, если $\sec\beta=3$;

4) $\sin^2\alpha\cos^2\beta-\cos^2\alpha\sin^2\beta+\cos^2\alpha$,

если $\operatorname{ctg}\beta=\sqrt{5}$.

Проверить равенства (1011—1016):

1011. 1) $\frac{2-\sec^2\alpha}{1-2\cos^2\alpha}+\operatorname{tg}^2\alpha=-1$;

2) $\frac{1}{1+\sin^2\alpha}+\frac{1}{1+\operatorname{cosec}^2\alpha}=1$;

3) $(1-\operatorname{ctg}\alpha)^2+(1+\operatorname{ctg}\alpha)^2=2\operatorname{cosec}^2\alpha$;

4) $\frac{1-\cos^2\varphi}{1-\sin^2\varphi}+\operatorname{tg}\varphi\operatorname{ctg}\varphi=\sec^2\varphi$.

1012. 1) $(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha)^2 - (\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha)^2 = 4$;

2) $\dfrac{\cos\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}{\cos\alpha \operatorname{cosec}\alpha} = 1 + \sin\alpha$;

3) $\sin^4\beta - \cos^4\beta - \sin^2\beta + \cos^2\beta = 0$;

4) $(\cos\alpha - \sin\alpha)^2 + (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 2$.

1013. 1) $\dfrac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha + 1}{\operatorname{tg}\alpha - 1}$;

2) $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta} = \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta$;

3) $\cos^4\alpha + \sin^2\alpha \cos^2\alpha + \sin^2\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha = \sec^2\alpha$;

4) $\dfrac{1 + \sin\alpha}{1 - \operatorname{ctg}\alpha} - \dfrac{1 - \cos^2\alpha}{\sin\alpha(1 - \operatorname{ctg}\alpha)} = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$.

1014. 1) $\dfrac{3\cos\alpha - \sin\alpha}{2\sin\alpha + \cos\alpha} = \dfrac{3 - \operatorname{tg}\alpha}{2\operatorname{tg}\alpha + 1}$;

2) $\dfrac{\operatorname{ctg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} = \operatorname{cosec}^2\alpha$;

3) $\dfrac{\cos^4\alpha}{\operatorname{ctg}^4\beta} + \dfrac{1}{(\operatorname{cosec}\beta \operatorname{tg}\beta)^4} + 2\sin^2\beta\cos^2\beta = 1$;

4) $(\operatorname{tg}^2\alpha - \sin^2\alpha)\operatorname{ctg}^2\alpha = \sin^2\alpha$.

1015. 1) $\dfrac{(1 - \sin\alpha - \cos\alpha)(1 - \sin\alpha + \cos\alpha)}{\sin\alpha(1 - \sin\alpha)} = -2$;

2) $1 - \dfrac{\sin^2\alpha}{1 + \operatorname{ctg}\alpha} - \dfrac{\cos^2\alpha}{1 + \operatorname{tg}\alpha} = \sin\alpha\cos\alpha$;

3) $\operatorname{ctg}^2\alpha - \cos^2\alpha = \cos^2\alpha \operatorname{ctg}^2\alpha$;

4) $1 + \sin\alpha + \cos\alpha + \operatorname{tg}\alpha = (1 + \cos\alpha)(1 + \operatorname{tg}\alpha)$.

1016. 1) $\sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\alpha\sin^2\beta + \cos^2\alpha\cos^2\beta = 1$;

2) $\sin^2\alpha\cos^2\beta - \cos^2\alpha\sin^2\beta = \sin^2\alpha - \sin^2\beta$;

3) $\sin^2\alpha\cos^2\beta - \cos^2\alpha\sin^2\beta = \cos^2\beta - \cos^2\alpha$;

4) $(\cos\alpha - \sin\alpha)(\operatorname{cosec}\alpha - \sec\alpha) =$
$= \sec\alpha \operatorname{cosec}\alpha - 2$;

5) $\dfrac{1 - \sin\varphi\cos\varphi}{\cos\varphi(\sec\varphi - \operatorname{cosec}\varphi)} \cdot \dfrac{\sin^2\varphi - \cos^2\varphi}{\sin^3\varphi + \cos^3\varphi} = \sin\varphi$.

§ 56. Общий вид углов, соответствующих данному значению тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции

1017. 1) Укажите границы монотонного изменения ия каждой тригонометрической функции.

2) Из промежутка от $-\dfrac{\pi}{2}$ до $\dfrac{\pi}{2}$ найти углы, синус нус которых равен $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Сколько таких углов можно найти?

3) Из промежутка от 0 до π найти углы, косинус которых равен $-0{,}5$. Сколько таких углов можно найти?

4) Из промежутка от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$ найти углы, тангенс которых равен $\sqrt{3}$. Сколько таких углов можно найти?

5) Из промежутка от 0 до π найти углы, котангенс которых равен $-\frac{1}{\sqrt{3}}$. Сколько таких углов можно найти?

1018. Найти угол x и записать его в общем виде, если:

1) $\sin x = -1$;
2) $\sin x = 0$;
3) $\sin x = 1$;
4) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
5) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;
6) $\sin x = \frac{1}{2}$;
7) $\cos x = -1$;
8) $\cos x = 0$;
9) $\cos x = 1$;
10) $\cos x = \frac{1}{2}$;
11) $\cos x = -\frac{1}{2}$;
12) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;
13) $\operatorname{tg} x = -1$;
14) $\operatorname{tg} x = 0$;
15) $\operatorname{tg} x = 1$;
16) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$;
17) $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;
18) $\operatorname{ctg} x = -1$;
19) $\operatorname{ctg} x = 0$;
20) $\operatorname{ctg} x = 1$;
21) $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$.

1019. (а) В следующих равенствах выразить x с помощью обратных тригонометрических функций:

1) $\sin x = \frac{1}{3}$;
2) $\sin x = -\frac{2}{5}$;
3) $\sin x = 1$;
4) $\cos x = 0{,}7$;
5) $\cos x = -\frac{3}{5}$;
6) $\cos x = -1$;
7) $\operatorname{tg} x = 2$;
8) $\operatorname{tg} x = -1{,}5$;
9) $\operatorname{tg} x = 0$;
10) $\operatorname{ctg} x = 1{,}2$;
11) $\operatorname{ctg} x = -0{,}3$;
12) $\operatorname{ctg} 2x = 1$;

13) $\sin 3x = \frac{2}{7}$; 14) $\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$;

15) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{5}$; 16) $\operatorname{ctg}(2x - 1) = \sqrt{2}$;

17) $\operatorname{tg} \frac{x+\pi}{8} = \sqrt{3}$.

(б) Найти функции, обратные данным, и **указать** область их определения:

1) $y = \frac{1}{2} \sin x$; 2) $y = 2 \cos x$;

3) $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2}$; 4) $y = 2 \operatorname{arcctg} x$;

5) $y = \arccos(2x - 1)$; 6) $y = \operatorname{arcctg} \frac{x}{3}$.

(в) Вычислить:

1) $\arcsin \frac{1}{2}$; 2) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\operatorname{arctg} 1$; 4) $\arcsin 1$;

5) $\arccos 1$; 6) $\operatorname{arcctg} \sqrt{3}$;

7) $\operatorname{arctg}(-1)$; 8) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

9) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; 10) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$;

11) $\arcsin\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right)$; 12) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}\right)$;

13) $\operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3} + \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \arcsin \frac{1}{2}$;

14) $\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \operatorname{arcctg}(-\sqrt{3}) + \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$.

1020. Обосновать справедливость равенств:

1) $\sin(\arcsin x) = x$, $|x| \leqslant 1$;
2) $\cos(\arccos x) = x$, $|x| \leqslant 1$;
3) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x$;
4) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} x) = x$;
5) $\arcsin(-x) = -\arcsin x$, $|x| \leqslant 1$;
6) $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$, $|x| \leqslant 1$;
7) $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$;
8) $\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$.

1021. Вычислить:

1) $\sin(\arcsin 0{,}5)$;
2) $\cos[\arccos(-0{,}3)]$;
3) $\sin(\arcsin 0{,}7)$;
4) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} 3)$;
5) $\cos\left(6\pi - \arccos\frac{8}{15}\right)$;
6) $\operatorname{tg}(7\pi - \operatorname{arctg} 1{,}7)$;
7) $\sin(12\pi - \arcsin 0{,}8)$;
8) $\operatorname{ctg}[3\pi - \operatorname{arcctg}(-1{,}7)]$;
9) $\sin(\arccos 1)$;
10) $\cos\left[\operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right]$;
11) $\operatorname{ctg}\left[\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]$;
12) $\operatorname{tg}\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)$.

1022. Найти x:

1) $\arcsin(x+1) = \frac{\pi}{6}$;
2) $\arccos\left(2x + \frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$;
3) $\operatorname{arctg} 3x = \frac{\pi}{4}$;
4) $\arccos(6x - 5\sqrt{3}) = \frac{5}{6}\pi$;
5) $\operatorname{arctg}(2x+3) = -\frac{\pi}{4}$.

1023. Вычислить:

1) $\sin\left(\pi - 2\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;
2) $\sin(3\operatorname{arctg}\sqrt{3} - \arccos 0)$;
3) $\cos\left[2\operatorname{arcctg}(-1) - \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]$;
4) $\cos\left[2\operatorname{arctg}(-1) - \arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]$;
5) $\operatorname{tg}\left(\arcsin\frac{1}{2} + \arccos 0\right)$;
6) $\sin\left(\arcsin\frac{1}{2} + \arccos\frac{1}{2}\right)$;
7) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\sqrt{3} - \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

1024. Проверить справедливость равенств:

1) $2\operatorname{arctg} 1 = 3\arcsin\frac{1}{2}$;
2) $3\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} = \operatorname{arcctg}(-1)$;
3) $3\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3} = \arcsin 1$;

4) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\operatorname{arctg}(-1)=\operatorname{arcctg}0$;

5) $\frac{1}{2}\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{3}\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}=\operatorname{arctg}1$.

1025. Построить графики функций:

1) $y=x$ и $y=\sin(\arcsin x)$;
2) $y=x$ и $y=\cos(\arccos x)$;
3) $y=-x$ и $y=\cos(\arccos(-x))$.

1026. (а) Указать области определения функций:

1) $y=\arcsin 2x$; 2) $y=\arcsin\frac{x}{3}$;

3) $y=\arccos 3x$; 4) $y=\arccos\frac{x}{2}$;

5) $y=\arcsin(x-1)$; 6) $y=\arccos\left(x+\frac{1}{2}\right)$;

7) $y=\operatorname{arctg}5x$; 8) $y=\operatorname{arctg}\sqrt{x}$;

9) $y=\operatorname{arcctg}\frac{1}{x}$; 10) $y=\operatorname{arcctg}x-\operatorname{arcctg}\frac{1}{x}$;

11) $y=\arcsin\sqrt{x}$; 12) $y=\frac{1}{\arcsin\sqrt{x}}$;

13) $y=\arcsin\sqrt{1-x}$; 14) $y=\sqrt{\arcsin x}$;

15) $y=\sqrt{\arccos x}$.

(б) Доказать:

1) $\sin(\arccos x)=\sqrt{1-x^2}$, $|x|\leqslant 1$;
2) $\cos(\arcsin x)=\sqrt{1-x^2}$, $|x|\leqslant 1$;
3) $\operatorname{tg}(\arcsin x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$, $|x|<1$;
4) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{1}{x}\right)=x$, $x\neq 0$;
5) $\operatorname{tg}(\operatorname{arcsec}\sqrt{x})=\sqrt{x-1}$, $x\geqslant 1$.

(в) Вычислить:

1) $\cos(\arcsin 0{,}6)$; 2) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arcctg}\frac{1}{5}\right)$;

3) $\sin\left(\arccos\frac{28}{53}\right)$; 4) $\operatorname{ctg}\left[\arccos\left(-\frac{40}{41}\right)\right]$;

5) $\operatorname{tg}(\arcsin 0{,}8)$; 6) $\sin(\operatorname{arctg}2{,}1)$;

7) $\cos[\operatorname{arctg}(-2)]$; 8) $\operatorname{tg}\left[\arcsin\left(-\frac{20}{101}\right)\right]$;

9) $\operatorname{ctg}\left[\arcsin\left(-\frac{99}{101}\right)\right]$; 10) $\cos\left[\arcsin\left(-\frac{20}{29}\right)\right]$;

11) $\arcsin\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)$; 12) $\arcsin\left[\sin\left(-\frac{2}{5}\pi\right)\right]$;

13) $\arccos\left(\cos\frac{\pi}{4}\right)$; 14) $\arccos(\cos 180^\circ)$;

15) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{8}\right)$; 16) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 41^\circ)$;

17) $\operatorname{arctg}\left[\operatorname{tg}\left(-\frac{4}{5}\pi\right)\right]$; 18) $\arccos\left(\cos\frac{5}{4}\pi\right)$;

19) $\arccos[\cos(-\pi)]$; 20) $\arcsin\left(\sin\frac{9}{4}\pi\right)$.

§ 57. Тригонометрические уравнения

1027. Решить тригонометрические уравнения:

(а) 1) $\sin 3x = 0$; 2) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 0$;

3) $\operatorname{tg} 2x = 0$; 4) $\operatorname{tg}\frac{x}{3} = 0$;

5) $\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$; 6) $\cos 5x = 0$;

7) $\cos\frac{x}{2} = 0$; 8) $\cos\left(3x + \frac{\pi}{5}\right) = 0$;

9) $\sin 3x = 1$; 10) $\sin\frac{x}{2} = -1$;

11) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$; 12) $\cos\frac{x}{5} = 1$;

13) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$; 14) $2\sin 3x - \sqrt{3} = 0$;

15) $4\sin^2 x = 3$; 16) $\sin^2 x - \frac{1}{4} = 0$;

17) $1 - \sin\frac{3x}{2} = \frac{3}{4}$; 18) $\frac{1}{\sin^2 x} = 2$;

19) $\cos(2x - 18^\circ) = \frac{1}{2}$; 20) $\cos(x + 2) = \pm\frac{1}{2}$;

21) $3\cos 5x - 3 = 0$; 22) $\cos(2x + 5^\circ) - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$;

23) $\cos(x^2) = \frac{1}{2}$; 24) $3\cos 2x - 2 = 0$;

25) $3\operatorname{tg}(x + 1) - \sqrt{3} = 0$; 26) $\operatorname{tg}^2 3x = 1$;

27) $\operatorname{tg}(x^2) = 1$; 28) $\operatorname{tg}(x^2 + 60^\circ) = \sqrt{3}$;

29) $2\operatorname{ctg} x - 2 = 0$; 30) $\operatorname{ctg} x + 5{,}671 = 0$;

31) $\operatorname{ctg} 2x - \sqrt{3} = 0$; 32) $\operatorname{ctg}^2 x - 1 = 0$.

(б) Уравнения, содержащие одну тригонометрическую функцию одного и того же аргумента:

1) $\sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0$;

2) $\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0$;

3) $6\cos^4 x = 1 + \cos^2 x$;

4) $\operatorname{tg} x + \frac{3}{\operatorname{tg} x} = 4$.

(в) Уравнения, приводимые к одной функции:

1) $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$;

2) $2\operatorname{tg}^2 x + 4 = 5\sec x$;

3) $4\cos^2 x + 17\sin x - 8 = 0$;

4) $\operatorname{tg} 2x + \frac{1}{3}\operatorname{ctg} 2x = \frac{5}{3\sin 2x}$;

5) $\sin\frac{x}{3} + 3\cos\frac{x}{3} = \frac{1}{\cos\frac{x}{3}}$;

6) $\operatorname{tg} x + 6\operatorname{ctg} x - 5 = 0$.

(г) Уравнения, решаемые разложением левой части на множители:

1) $\sin^2 x - 2\sin x = 0$; 2) $\operatorname{tg}^2 x = 2\operatorname{tg} x$;

3) $\operatorname{ctg}^2 x + 4\operatorname{ctg} x = 0$; 4) $\operatorname{tg}^2 x = \operatorname{tg} x$.

(д) Уравнения, однородные относительно синуса и косинуса:

1) $\sqrt{3}\sin x = \cos x$; 2) $2\sin x = \cos x$;

3) $\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$;

4) $2\sin^2 x - 5\sin x\cos x + 7\cos^2 x = 1$;

5) $3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 5\cos^2 x = 2$.

1028. Решить следующие уравнения графически:

1) $\sin x = a$ $(0 < a < 1)$; 2) $\sin x = x$;

3) $\sin 2x = \cos x$; 4) $\sin x = x^2$.

ГЛАВА 7

ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ И ИХ СЛЕДСТВИЯ

§ 58. Формулы сложения

1029. Вычислить без помощи таблиц:

1) $\sin 105°$; 2) $\cos 75°$; 3) $\cos 15°$.

1030. Доказать, что

1) $\sin 105° - \sin 15° = \sin 45°$;

2) $\sin(\alpha + \beta) < \sin\alpha + \sin\beta$,

где α и β — острые углы.

1031. Вычислить:

1) $\sin(\alpha + \beta)$, если $\sin\alpha = 0{,}6$, $\sin\beta = 0{,}8$,

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < \beta < \frac{\pi}{2};$$

2) $\cos(\alpha - 30°)$, если $\cos\alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

3) $\sin(\alpha - \beta)$, если $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\sin\beta = -\frac{7}{25}$,

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \quad \pi < \beta < \frac{3\pi}{2};$$

4) $\cos(\alpha + \beta)$, если $\sin\alpha = \frac{20}{29}$, $\cos\beta = -0{,}8$,

α и β оканчиваются во второй четверти.

Вычислить (1032—1033):

1032. 1) $\sin\alpha$, если $\sin(\alpha + \beta) = \frac{33}{65}$,

$$\cos\beta = -\frac{5}{13}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{2} < \beta < \pi;$$

2) $\cos(120° - \alpha) + \cos(\alpha + 60°)$;

3) $\sin(120° + \alpha) + \sin(\alpha - 60°)$.

1033. 1) $\cos(\alpha-\beta)$, если $\operatorname{tg}\alpha=1\frac{1}{3}$,

$\cos\beta=-\frac{24}{25}$, $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}<\beta<\pi$;

2) $\cos(\alpha-\beta)$, если $\operatorname{tg}\alpha=-2{,}4$, $\operatorname{tg}\beta=1\frac{7}{8}$,

$\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$, $\pi<\beta<\frac{3\pi}{2}$.

1034. Вычислить:

1) $\sin 20^\circ\cos 25^\circ+\sin 25^\circ\cos 20^\circ$;
2) $\sin 43^\circ\cos 13^\circ-\sin 13^\circ\cos 43^\circ$;
3) $\sin 102^\circ\cos 12^\circ-\sin 12^\circ\cos 102^\circ$;
4) $\cos 51^\circ\cos 21^\circ+\sin 21^\circ\cos 39^\circ$.

1035. Вычислить:

1) $\cos 15^\circ\cos 75^\circ+\sin 15^\circ\sin 75^\circ$;
2) $\cos 48^\circ\cos 12^\circ-\sin 48^\circ\sin 12^\circ$;
3) $(\cos 22^\circ\sin 80^\circ+\sin 22^\circ\sin 10^\circ)^2+$
$+(\sin 8^\circ\cos 4^\circ+\cos 8^\circ\sin 4^\circ)^2$;
4) $\sin\frac{\pi}{18}\cos\frac{\pi}{9}+\sin\frac{8\pi}{9}\cos\frac{\pi}{18}$.

1036. Вычислить:

1) $\dfrac{\cos 0{,}3\pi\sin 0{,}2\pi-\cos 0{,}2\pi\sin 0{,}3\pi}{\sin\frac{\pi}{10}}$;
2) $\cos 332^\circ\cos 207^\circ+\sin 152^\circ\cos 297^\circ$;
3) $\dfrac{\cos 10^\circ+\cos 371^\circ\cos 21^\circ-\cos 111^\circ\sin 11^\circ}{\sin 80^\circ}$;
4) $\sin 392^\circ\cos 302^\circ-\sin 238^\circ\sin 778^\circ$.

1037. Выразить $\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)$ через $\operatorname{ctg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\beta$.

1038. Вычислить:

1) $\operatorname{tg}(\alpha+45^\circ)$, если $\operatorname{tg}\alpha=3$;
2) $\operatorname{tg}(\alpha-\beta)$, если $\operatorname{tg}\alpha=-\frac{2}{3}$, $\operatorname{tg}\beta=1\frac{1}{3}$;
3) $\operatorname{tg}(\alpha-45^\circ)$, если $\sin\alpha=-\frac{12}{13}$, $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$.

1039. Вычислить:

1) $\dfrac{\operatorname{tg}20^\circ+\operatorname{tg}25^\circ}{1-\operatorname{tg}20^\circ\operatorname{tg}25^\circ}$; 2) $\dfrac{\operatorname{tg}28^\circ+\operatorname{ctg}63^\circ}{1+\operatorname{tg}152^\circ\operatorname{tg}27^\circ}$;

3) $\dfrac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{15}+\operatorname{tg}\frac{4\pi}{15}}{1+\operatorname{tg}\frac{14\pi}{15}\operatorname{tg}\frac{4\pi}{15}}$; 4) $\dfrac{\operatorname{tg}40^\circ+\operatorname{tg}170^\circ}{1+\operatorname{tg}40^\circ\operatorname{tg}190^\circ}$;

5) $\dfrac{1-\operatorname{ctg}72^\circ\operatorname{tg}12^\circ}{\operatorname{tg}198^\circ-\operatorname{ctg}102^\circ}$.

Упростить (1040—1042):

1040. 1) $\dfrac{\sqrt{2}\cos\alpha-2\cos(45^\circ-\alpha)}{\sqrt{3}\sin\alpha-2\sin(30^\circ+\alpha)}$;

2) $\dfrac{\sin(\alpha-\beta)+2\cos\alpha\sin\beta}{\cos(\alpha-\beta)-2\cos\alpha\cos\beta}$;

3) $\dfrac{\cos(\alpha-\beta)\cos(\alpha+\beta)-\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{\sin 2\alpha}$;

4) $\dfrac{\sqrt{2}\cos\alpha-2\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}{2\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sqrt{2}\sin\alpha}$.

1041. 1) $\dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\cos\alpha-\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\sin\alpha}{\cos\frac{\pi}{4}}$;

2) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha+\sin\beta}$;

3) $\left(\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}\right)^2+\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cos^2\alpha$;

4) $\dfrac{\cos^2\alpha-\sin^2\beta+\cos^2(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\sin\beta\cos(\alpha-\beta)}$.

1042. 1) $\dfrac{\operatorname{tg}(25^\circ+\alpha)+\operatorname{tg}(65^\circ+\alpha)}{1-\operatorname{tg}(25^\circ+\alpha)\operatorname{ctg}(25^\circ-\alpha)}$;

2) $\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}$;

3) $\dfrac{\operatorname{ctg}(\alpha+\beta)-\operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}(\alpha-\beta)+\operatorname{ctg}\beta}$.

Доказать тождества (1043—1044):

1043. 1) $\cos(x+y)\cos(x-y)=\cos^2 y-\sin^2 x$;

2) $\sin(x+y)\sin(x-y)=\sin^2 x-\sin^2 y$;

3) $\dfrac{\operatorname{ctg}y-\operatorname{ctg}x}{\operatorname{ctg}x+\operatorname{ctg}y}=\dfrac{\sin(x-y)}{\sin(x+y)}$;

4) $\dfrac{\operatorname{tg}^2 x-\operatorname{tg}^2 y}{1-\operatorname{tg}^2 x\operatorname{tg}^2 y}=\operatorname{tg}(x-y)\operatorname{tg}(x+y)$.

1044. 1) $\cos(x+y)\cos y+\sin(x+y)\sin y=\cos x$;

2) $\frac{1}{2}(\cos x+\sqrt{3}\sin x)=\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$;

3) $\sin^2 x+\sin^2 y+2\sin x\sin y\cos(x+y)=$
$=\sin^2(x+y)$;

4) $\frac{\cos(\pi+x)}{\operatorname{tg}(x+y)+\operatorname{ctg} y}\sec\left(\frac{3\pi}{2}+y\right)=-\cos(x+y)$.

Вычислить (1045—1046):

1045. 1) $\sin\left(\arcsin\frac{40}{41}+\arcsin\frac{9}{41}\right)$;

2) $\cos\left(\arcsin\frac{5}{13}+\arcsin\frac{12}{13}\right)$;

3) $\cos\left(\arccos\frac{1}{2}+\arccos\frac{1}{7}\right)$.

1046. 1) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}2+\operatorname{arctg}3)$;

2) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{2}{5}-\operatorname{arctg}\frac{4}{5}\right)$;

3) $\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arctg}\frac{4}{5}+\operatorname{arctg}\frac{1}{9}\right)$.

Проверить справедливость равенств (1047—1051):

1047. 1) $\sin^2(\operatorname{arctg}2-\operatorname{arctg}5)=\frac{9}{130}$;

2) $\sin^2(\operatorname{arctg}0{,}2+\operatorname{arctg}0{,}3)=\frac{625}{2834}$;

3) $\sin\left(\arcsin\frac{3}{4}+\arcsin\frac{1}{2}\right)=\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{7}}{8}$;

4) $\sin\left(\arcsin\frac{3}{5}-\arcsin\frac{1}{5}\right)=\frac{6\sqrt{6}-4}{25}$.

1048. 1) $\sin\left(\arccos\frac{1}{4}+\arccos\frac{3}{4}\right)=\frac{3\sqrt{15}+\sqrt{7}}{16}$;

2) $\cos\left(\arcsin\frac{2}{3}+\arccos\frac{2}{3}\right)=0$;

3) $\cos(\arccos 0{,}7+\arccos 0{,}3)=\frac{21-\sqrt{4641}}{100}$;

4) $\operatorname{tg}(\operatorname{arcctg}5+\operatorname{arcctg}3)=\frac{4}{7}$.

1049. 1) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arcctg}2+\operatorname{arcctg}\frac{3}{4}\right)=5\frac{1}{2}$;

2) $\operatorname{tg}\left(\arcsin\frac{1}{2}-\arccos\frac{5}{6}\right)=\frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{11}}{32}$;

3) $\sin\left(\arcsin\frac{1}{3}\right)+\cos\left(\arccos\frac{3}{4}\right)=1\frac{1}{12}$;

4) $\sin\left(\arccos\frac{3}{5}\right)+\cos\left(\arcsin\frac{4}{5}\right)=1\frac{2}{5}$.

1050. 1) $\cos\left(\operatorname{arctg}\frac{2}{3}\right)+\sin\left(\operatorname{arctg}\frac{3}{4}\right)=\frac{15+3\sqrt{13}}{5\sqrt{13}}$;

2) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} m)+\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n)=m+n$;

3) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} a)+\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} b)=a+b$;

4) $\operatorname{tg}(\operatorname{arcctg} m)+\operatorname{tg}(\operatorname{arcctg} n)=\frac{m+n}{m\cdot n}$.

1051. 1) $\operatorname{ctg}\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)-\operatorname{tg}\left(\arccos\frac{3}{4}\right)=\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{7}}{3}$;

2) $\operatorname{ctg}(\arccos m)-\operatorname{tg}(\arcsin m)=0$;

3) $\arcsin\frac{1}{2}+\arcsin\frac{3}{3}=\arcsin\frac{\sqrt{7}+3\sqrt{3}}{8}$.

Решить уравнения (1052—1055):

1052. 1) $\sin 3x\sin x-\cos 3x\cos x=1$;

2) $\cos 10^\circ\cos(80^\circ+x)-\sin 10^\circ\sin(80^\circ+x)=0$;

3) $\sin 2x\cos x+\cos 2x\sin x=-1$;

4) $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+$

$+\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$.

1053. 1) $\sin\left(3x+\frac{2\pi}{5}\right)\cos\frac{3\pi}{5}+$

$+\cos\left(3x+\frac{2\pi}{5}\right)\sin\frac{3\pi}{5}=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

2) $1+\sin x\sin 2x=\cos x\cos 2x$;

3) $\sin(x+30^\circ)+\cos(x+60^\circ)=2\cos^2 x$;

4) $\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)+2\sin x=0$.

1054. 1) $\frac{\operatorname{tg}x+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}\operatorname{tg}x}=1$;

2) $\frac{\operatorname{tg}x-1}{1+\operatorname{tg}x}=\sqrt{3}$;

3) $\cos\left(x+\frac{4\pi}{3}\right)-\sqrt{3}\sin(\pi-x)=0$;

4) $\cos\left(x+\frac{2}{3}\pi\right)+\sqrt{3}\sin x=0$.

1055. 1) $\frac{\cos(x+15^\circ)+2\sin x\sin 15^\circ}{\sin(x+15^\circ)-2\cos x\sin 15^\circ}=1$;

2) $\cos(\alpha+x)+\operatorname{tg}\alpha\sin(x+\alpha)=\sec\alpha$;

3) $3\sin(60^\circ-x)=\sin x$;

4) $\sin^2 x-2\left(\sin\frac{x}{4}\cos\frac{3x}{4}+\cos\frac{x}{4}\sin\frac{3x}{4}\right)=3$.

§ 59. Формулы приведения

1056. С помощью формул синуса и косинуса суммы и разности двух углов получить формулы приведения:

1) $\sin(90^\circ\pm\alpha)$; 2) $\cos(90^\circ\pm\alpha)$;

3) $\sin(180^\circ\pm\alpha)$; 4) $\cos(180^\circ\pm\alpha)$;

5) $\sin(270^\circ\pm\alpha)$; 6) $\cos(270^\circ\pm\alpha)$;

7) $\sin(360^\circ\pm\alpha)$; 8) $\cos(360^\circ\pm\alpha)$.

Вычислить (1057—1059):

1057. 1) $\operatorname{tg}53^\circ\operatorname{tg}37^\circ$; 2) $\frac{\sin 20^\circ}{\cos 70^\circ}$;

3) $5\sin 270^\circ-\operatorname{tg}80^\circ\operatorname{tg}10^\circ\operatorname{tg}40^\circ\operatorname{tg}50^\circ$;

4) $2\operatorname{tg}180^\circ+\cos 180^\circ-\frac{\cos 15^\circ}{\sin 75^\circ}$.

1058. 1) $\cos 120^\circ+\operatorname{tg}40^\circ\operatorname{tg}50^\circ$;

2) $\operatorname{tg}135^\circ+\sin 90^\circ$;

3) $\sin 36^\circ+\cos^2 120^\circ+\sin(-36^\circ)$;

4) $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\operatorname{tg}\frac{\pi}{7}\operatorname{tg}\frac{5\pi}{14}$.

1059. 1) $\cos 420^\circ-\sin^2 60^\circ$;

2) $\cos\left(-\frac{\pi}{5}\right)+\sin\left(-\frac{3\pi}{5}\right)$.

Следующие тригонометрические функции привести к тригонометрическим функциям острого угла и вычислить по таблицам (1060—1063):

1060. 1) $\sin 125^\circ$; 2) $\sin 249^\circ$;

3) $\sin 1320^\circ$; 4) $\sin 171^\circ 30'$;

5) $\sin 280^\circ 12'$; 6) $\sin(-2012^\circ)$;

7) $\sin 202^\circ$; 8) $\sin 300^\circ 43'$;

9) $\sin(-2626^\circ)$.

1061. 1) $\cos 130°$; 2) $\cos 305°$;
3) $\cos 162° 18'$; 4) $\cos 345° 16'$;
5) $\cos 193° 21'$; 6) $\cos(-500°)$;
7) $\cos 263°$; 8) $\cos(-3000°)$;
9) $\cos 281°$.

1062. 1) $\operatorname{tg} 100°$; 2) $\operatorname{tg}(-130°)$;
3) $\operatorname{tg} 153°$; 4) $\operatorname{tg}(-238°)$;
5) $\operatorname{tg} 200° 20'$; 6) $\operatorname{tg}(-546°)$;
7) $\operatorname{tg}^2(-1030°)$; 8) $\operatorname{tg} 310°$;
9) $\operatorname{tg}^3(-721°)$.

1063. 1) $\operatorname{ctg} 136°$; 2) $\operatorname{ctg}(-511°)$;
3) $\operatorname{ctg} 198°$; 4) $\operatorname{ctg}(-617°)$;
5) $\operatorname{ctg} 264°$; 6) $\operatorname{ctg}(-5{,}6\pi)$;
7) $\operatorname{ctg} 2186°$; 8) $\operatorname{ctg}^3(-236°)$;
9) $\operatorname{ctg}(5{,}6\pi)$.

1064. Следующие тригонометрические функции привести к тригонометрическим функциям острых положительных углов, сохранив название приводимой функции:

$\sin 162°$; $\cos 200°$; $\cos 260°$; $\sin 303°$; $\operatorname{tg} 125°$; $\operatorname{ctg} 159°$; $\cos(-602°)$; $\sin(-300°)$; $\cos 885°$; $\operatorname{tg}(-445°)$; $\operatorname{tg}(-1981°)$; $\operatorname{ctg} 2012°$; $\operatorname{ctg} 6{,}2\pi$; $\cos 6{,}6\pi$; $\sin(-8{,}2\pi)$; $\sec(-4{,}8\pi)$; $\sin 3$; $\cos 2{,}5$; $\sec(-3)$; $\cos 4$.

1065. Следующие тригонометрические функции привести к тригонометрическим функциям острых положительных углов, изменив название приводимой функции на сходное:

$\sin 124°$; $\sin 211° 30'$; $\cos 252°$; $\sin 278°$; $\cos(-400°)$; $\sin 1512°$; $\cos 1440°$; $\operatorname{tg} 197°$; $\operatorname{tg}(-811°)$; $\operatorname{ctg} 612°$; $\operatorname{ctg}(-8{,}2\pi)$; $\sin(-3{,}83\pi)$; $\cos(-7{,}3\pi)$; $\sec 672°$; $\operatorname{cosec}(-3000°)$.

1066. Следующие тригонометрические функции привести к тригонометрическим функциям положительных углов, меньших 45°:

$\sin 81°$; $\sin(-6{,}5°)$; $\cos 56°$; $\cos(-149°)$; $\sin 218°$; $\sin(-300°)$; $\cos 281°$; $\cos(-340°)$; $\operatorname{tg} 72°$; $\operatorname{ctg} 80°$; $\sec 78°$; $\operatorname{cosec} 54°$; $\operatorname{tg}(-115°)$; $\operatorname{ctg}(-280°)$; $\sin(-5736°)$;

$\cos(-2562°)$; $\operatorname{tg} 1{,}2\pi$; $\cos(-3{,}6\pi)$; $\sin(-3)$; $\cos(-2)$; $\operatorname{tg}(-5)$; $\operatorname{ctg}(-6)$.

1067. Объясните, почему для нахождения значений тригонометрических функций при любых допустимых значениях аргумента достаточно иметь таблицы значений этих функций для значений углов от 0° до 45°?

1068. Вычислить:

1) $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$, если $\sin\alpha=\frac{12}{13}$, $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$;

2) $\cos(\pi-\alpha)$, если $\operatorname{tg}\alpha=\sqrt{15}$, $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$;

3) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$, если $\sec\alpha=-\sqrt{5}$, $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$;

4) $\operatorname{ctg}(\pi-\alpha)$, если $\operatorname{cosec}\alpha=-\sqrt{10}$, $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$;

5) $\sin(\alpha-\pi)$, если $\operatorname{ctg}\alpha=2\sqrt{6}$, $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$.

Упростить (1069—1077):

1069. 1) $\sin 409°+\sin(-49°)+\cos 205°+\cos 25°$;

2) $\cos 327°-\cos 17°-\cos(-33°)+\sin 220°+\cos(-377°)-\sin(-40°)$;

3) $\sin(\pi-2)-\cos\left(\frac{\pi}{2}-2\right)$.

1070. 1) $\operatorname{ctg}65°\operatorname{ctg}115°+\sec 155°\sec 205°$;

2) $\sin 32°\sin 148°+\operatorname{tg}18°\operatorname{tg}288°-\sin 302°\sin 122°$;

3) $\frac{\operatorname{tg}127°+\operatorname{ctg}233°+\operatorname{tg}(-143°)-\operatorname{ctg}(-37°)}{\operatorname{tg}217°\sin 683°(\cos 217°+\cos 143°)}\sin 757°$;

4) $\frac{\sin 170°\operatorname{ctg}80°\cos 710°}{\operatorname{tg}190°\operatorname{tg}100°\sin(-370°)}$.

1071.

1) $\frac{\operatorname{tg}^2 256°\operatorname{tg}^2 734°}{1+\operatorname{ctg}^2(-20°)}+\sin 810°-\sin^2 1280°$;

2) $[\sin^2 10°\sec^2 440°+\cos^2(-200°)\operatorname{cosec}^2 200°]\cdot\sin^2 20°$;

3) $[\sec 352°+\sin 172°\operatorname{ctg}(-262°)]\times[\cos^2 140°+\cos^2 50°]\cdot\sec(-8°)$;

4) $\sin 750°\sin 150°+\cos 930°\cos(-870°)+\operatorname{tg}600°\operatorname{tg}1110°$.

1072. 1) $\dfrac{\sin 150^\circ - \cos 240^\circ}{\operatorname{ctg} 730^\circ \operatorname{ctg} 800^\circ + \operatorname{tg} 730^\circ \operatorname{tg} 800^\circ}$;

2) $\dfrac{10 \operatorname{ctg} 135^\circ \sin 210^\circ \cos 225^\circ}{\operatorname{tg} 225^\circ - \operatorname{ctg} 315^\circ}$;

3) $\dfrac{\cos 120^\circ}{\cos 300^\circ} - \operatorname{tg} 210^\circ \sin 315^\circ$;

4) $\operatorname{cosec} 362^\circ \sin 88^\circ - \sin 178^\circ \operatorname{tg}^2 268^\circ$.

1073. 1) $\sin 450^\circ \cos 300^\circ + \operatorname{tg} 562^\circ \operatorname{tg} 788^\circ + \sec 660^\circ \sec 1200^\circ$;

2) $\dfrac{\operatorname{cosec}(-330^\circ) \operatorname{tg} 150^\circ}{\operatorname{ctg} 210^\circ \cos 300^\circ}$; 3) $\dfrac{\cos(-135^\circ) \operatorname{tg} 585^\circ}{\sin(-1200^\circ) \operatorname{cosec} 240^\circ}$;

4) $\dfrac{-\sin(-240^\circ) \operatorname{ctg}(-210^\circ)}{\sec 300^\circ \operatorname{ctg} 15^\circ}$; 5) $\dfrac{\operatorname{tg}(-660^\circ) \sin(-855^\circ)}{\cos(-600^\circ) \operatorname{ctg} 225^\circ}$.

1074. 1) $\sin(2\pi + \alpha) \sin(3\pi - \alpha) + \cos(3\pi + \alpha) \cos(5\pi - \alpha)$;

2) $-\sin(\pi - \alpha) + \operatorname{tg}(\alpha - \pi) - \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right)$;

3) $\dfrac{\sin(\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha)} \cdot \dfrac{\operatorname{ctg}\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right)} \cdot \dfrac{\cos(2\pi - \alpha)}{\sin(-\alpha)}$;

4) $\cos\beta \operatorname{tg}(\pi + \beta) \operatorname{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2} - \beta\right) \operatorname{cosec}\left(\dfrac{\pi}{2} - \beta\right)$.

1075. 1) $\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2} - \beta\right) \operatorname{cosec}\beta - \operatorname{tg}^2\left(\beta - \dfrac{\pi}{2}\right) \sin(\pi - \beta)$;

2) $\sin\left(\alpha - \dfrac{3\pi}{2}\right) \cos(\alpha - \pi) - \sin(\alpha - 2\pi) \cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{2}\right)$;

3) $\dfrac{\operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cos(\pi + \alpha)}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$;

4) $\dfrac{-\cos\pi}{\sin\dfrac{\pi}{2} - \operatorname{ctg}\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{tg}(\pi + \alpha)}$.

1076. 1) $\dfrac{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\alpha}{2}\right) + \operatorname{ctg}\left(\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\alpha}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\alpha}{2} - \dfrac{3\pi}{2}\right) - \operatorname{ctg}\left(\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\alpha}{2}\right)}$;

2) $\operatorname{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha\right)[\sin 2\pi + \sin(2\pi - \alpha)]$;

3) $\dfrac{\cos(\pi-\alpha)\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\beta\right)}{\sin(\pi+\beta)\cos(4\pi-\alpha)}$;

4) $\dfrac{\cos(\alpha-\pi)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\sin(4\pi-\alpha)}{\sin(5\pi+\alpha)\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$.

1077. 1) $\dfrac{1-\cos\left(\frac{3\pi}{2}-2\alpha\right)+\cos(2\alpha-4\pi)}{1+\sin(2\alpha+6\pi)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}+2\alpha\right)}$;

2) $\sin^2(\pi-\beta)+\operatorname{tg}^2(\pi-\beta)\operatorname{tg}^2\left(\frac{3\pi}{2}+\beta\right)-$
$-\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\beta\right)\cos(\beta-2\pi)$;

3) $\sin(4\pi-\alpha)\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)-$
$-\cos(\alpha-\pi)-\sin(\alpha-\pi)$.

1078. Проверить справедливость равенств:

1) $\operatorname{cosec}^2\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)-\sin^2(\pi-\alpha)\operatorname{cosec}^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=1$;

2) $\left[\sin\alpha+\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\right]^2+\left[\cos\alpha-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\right]^2=2$;

3) $\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)\operatorname{cosec}\beta-\operatorname{tg}^2\left(\beta-\frac{\pi}{2}\right)\sin(\pi-\beta)=0$;

4) $\operatorname{tg}^2(\alpha-\pi)-\operatorname{ctg}\left(\alpha-\frac{3\pi}{2}\right)\operatorname{ctg}(\alpha-2\pi)=\sec^2\alpha$;

5) $\dfrac{\cos(2\pi-\beta)\operatorname{tg}(\pi+\beta)-\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{\sin(\pi-\beta)\sec(2\pi+\beta)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+\beta\right)\cos\pi}=$
$=\operatorname{ctg}\beta$.

§ 60. Тригонометрические функции двойного и половинного углов

1079. Выразить $\sin 2\alpha$ и $\cos 2\alpha$ только:
1) через $\sin\alpha$, 2) через $\cos\alpha$, 3) через $\operatorname{tg}\alpha$.

1080. Показать, что все тригонометрические функции угла α выражаются рационально через $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.

1081. Что больше:

1) $2\sin x$ или $\sin 2x$, если $0 < x < \frac{\pi}{2}$;

2) $2\cos x$ или $\cos 2x$, если $0 < x < \frac{\pi}{2}$;

3) $2\operatorname{tg} x$ или $\operatorname{tg} 2x$, если $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $x \neq \frac{\pi}{4}$?

Вычислить (1082—1084):

1082. 1) $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\frac{\alpha}{2} = 0{,}96$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

2) $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\operatorname{tg}\alpha = 3$;

3) $\sin 2\alpha$, если $\cos\alpha = -0{,}8$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

4) $\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = 0{,}7$.

1083. 1) $\sin\alpha$, если $\cos 2\alpha = \frac{7}{8}$ и $\frac{3\pi}{4} < 2\alpha < 2\pi$;

2) $\cos\left(2\arccos\frac{3}{11}\right)$;

3) $\operatorname{tg}[2\operatorname{arctg}(-5)]$;

4) $\cos^2\left(\frac{1}{2}\arcsin 0{,}6\right) - \sin^2\left(\frac{1}{2}\arcsin 0{,}6\right)$.

1084. 1) $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, если $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3}$;

2) $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{61}}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

3) $\sin 2\alpha$, если $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$.

1085. Выразить:

1) $\sin 3\alpha$ через $\sin\alpha$, 2) $\cos 3\alpha$ через $\cos\alpha$, 3) $\operatorname{tg} 3\alpha$ через $\operatorname{tg}\alpha$.

Вычислить (1086—1087):

1086. 1) $4\sin 15^\circ\cos 15^\circ$; 2) $\sin 22^\circ 30'\cos 22^\circ 30'$;

3) $\sin 15^\circ\sin 75^\circ$; 4) $4\sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{5\pi}{12}$.

1087. 1) $\frac{\sin 25^\circ \sin 65^\circ}{\cos 40^\circ}$; 2) $\cos^2 22^\circ 30' - \sin^2 22^\circ 30'$;

3) $\cos^2 15^\circ - \cos^2 75^\circ$; 4) $\frac{\sin^2 20^\circ - \cos^2 20^\circ}{\sin 50^\circ}$;

5) $\frac{2 \operatorname{tg} 15^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ}$; 6) $\frac{\operatorname{tg} 22^\circ 30'}{1 - \operatorname{ctg}^2 67^\circ 30'}$.

Упростить (1088—1091):

1088. 1) $\frac{2 \sin 40^\circ \sin 50^\circ}{\cos 10^\circ}$; 2) $\frac{\cos^2 70^\circ - \cos^2 35^\circ}{\cos^2 55^\circ}$;

3) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$; 4) $\frac{2 \sin 3\alpha \cos 3\alpha}{\cos^2 3\alpha - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - 3\alpha\right)}$.

1089. 1) $2 \sin(\beta + 45^\circ) \sin(45^\circ - \beta)$; 2) $\frac{\sin 4\alpha}{2 \sin^2 2\alpha}$;

3) $\frac{2 \operatorname{ctg} \alpha \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}$; 4) $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$.

1090. 1) $\frac{\cos^2 \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}$; 2) $\operatorname{tg} 55^\circ - \operatorname{tg} 35^\circ$;

3) $(\sin 10^\circ + \sin 80^\circ)(\cos 80^\circ - \cos 10^\circ)$;

4) $\frac{1 + \sin 2\alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}$.

1091. 1) $\frac{4 \sin^4 \alpha + \sin^2 2\alpha}{\sin \alpha}$; 2) $\sin 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha$;

3) $\sin 3\alpha \operatorname{cosec} \alpha - \cos 3\alpha \sec \alpha$.

1092. Вычислить:

1) $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$ и $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = -\frac{7}{25}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

2) $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$ и $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{120}{169}$, $2\pi < \alpha < 2\frac{1}{2}\pi$;

3) $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = \frac{161}{289}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Упростить (1093—1096):

1093. 1) $\frac{2 \sin 20^\circ + \sin 40^\circ}{2 \sin 20^\circ - \sin 40^\circ}$; 2) $\frac{\sin \alpha + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 + \cos \alpha + \cos \frac{\alpha}{2}}$;

3) $\dfrac{1-2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}{\sin\alpha}$; 4) $\dfrac{\cos\alpha-1}{\left(\cos^2\frac{\alpha}{4}-\sin^2\frac{\alpha}{4}\right)^2}$.

1094. 1) $\dfrac{\sin 2\beta}{1+\cos 2\beta}$; 2) $\dfrac{\sin 2\alpha}{1+\cos\alpha}\cdot\dfrac{\cos\alpha}{1+\cos 2\alpha}$;

3) $\dfrac{\operatorname{cosec}^2\beta}{\operatorname{cosec}^2\beta-2}$; 4) $\dfrac{1+\sin 4\alpha+\cos 4\alpha}{1+\sin 4\alpha-\cos 4\alpha}$.

1095. 1) $\dfrac{\sin^2\frac{\beta}{4}}{1+\cos\frac{\beta}{4}}-2\cos^2\dfrac{\beta}{8}$; 2) $\dfrac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}$;

3) $\dfrac{\cos\alpha\sin\alpha}{\cos^2\alpha-0{,}5\,(1-\cos 2\alpha)}$; 4) $2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{3\beta}{2}\right)-1$.

1096. 1) $\dfrac{1-2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+2\alpha\right)}{\sin 2\alpha\,(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)}$;

2) $\dfrac{1+\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}}{1-\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}}$;

3) $\operatorname{ctg}\alpha-2\operatorname{ctg}2\alpha$.

Проверить равенства (1097—1101):

1097. 1) $\dfrac{2-\sec^2\alpha}{(\sin^2 2\alpha+\cos 4\alpha)\sec 2\alpha}=\sec^2\alpha$;

2) $\dfrac{2\cos^3\alpha-\cos\alpha}{2\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\cos\alpha}=1$;

3) $\dfrac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}2\alpha}{\operatorname{tg}2\alpha-\operatorname{tg}\alpha}=\sin 2\alpha$;

4) $\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}+2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}\operatorname{ctg}\alpha=\sin\alpha$.

1098. 1) $\dfrac{\sin^2 2\beta-4\sin^2\beta}{\sin^2 2\beta-4+4\sin^2\beta}=\operatorname{tg}^2\beta\sin^2\beta$;

2) $\dfrac{\cos^4 2\beta-\sin^4 2\beta}{\sin 2\beta\cos 2\beta}=2\operatorname{ctg}4\beta$;

3) $\dfrac{\cos 4\alpha\cos 2\alpha+2\sin 4\alpha\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}=2\operatorname{ctg}2\alpha$;

4) $\dfrac{\cos 2\alpha\cos\alpha-2\sin^2\alpha\cos\alpha}{\cos 3\alpha}=1$.

1099. 1) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)-\cos\alpha\sin\beta}{\cos(\alpha+\beta)+2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\beta}=\operatorname{tg}\alpha$;

2) $\dfrac{2\sin\alpha\cos^2\alpha+\cos 2\alpha\sin\alpha}{2\sin 1{,}5\alpha\cos 1{,}5\alpha}=1$;

3) $2\sin^2\beta+\cos 2\beta=1$;

4) $\dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)-\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}=\dfrac{1}{2}$.

1100. 1) $\dfrac{1-8\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{\cos^2 2\alpha-\sin^2 2\alpha}=1$;

2) $\dfrac{\sin\alpha(2\cos^2\alpha+\cos 2\alpha)}{\sin^2 1{,}5\alpha-\cos^2 1{,}5\alpha}=-\operatorname{tg}3\alpha$;

3) $2\operatorname{tg}\beta-\dfrac{2\sin^2\frac{\beta}{2}-1}{\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}}=4\operatorname{cosec}2\beta$;

4) $\dfrac{\sin(40^\circ+\alpha)}{4\sin\left(10^\circ+\frac{\alpha}{4}\right)\sin\left(80^\circ-\frac{\alpha}{4}\right)}=\cos\left(20^\circ+\frac{\alpha}{2}\right)$.

1101. 1) $\dfrac{1+\sec\beta}{\operatorname{ctg}^2\frac{\beta}{2}}+1=\sec\beta$;

2) $\sin\alpha(\sin\alpha+\sin\beta)+\cos\alpha(\cos\alpha+\cos\beta)=$
$=2\cos^2\dfrac{\alpha-\beta}{2}$;

3) $\sin\alpha(\sin\alpha-\sin\beta)+\cos\alpha(\cos\alpha-\cos\beta)=$
$=2\sin^2\dfrac{\alpha-\beta}{2}$;

4) $(\sin\alpha+\sin\beta)^2+(\cos\alpha+\cos\beta)^2=4\cos^2\dfrac{\alpha-\beta}{2}$;

5) $(\sin\alpha-\sin\beta)^2+(\cos\alpha-\cos\beta)^2=4\sin^2\dfrac{\alpha-\beta}{2}$.

Решить уравнения (1102–1108):

1102. 1) $\cos^3 x+4\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}\cos x=0$;

2) $\cos^2 2x-\sin^2 2x=-\frac{1}{2}$;

3) $\sin^3 x+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}=0$;

4) $\sin^2 x\cos\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\sin 2x\sin\frac{x}{2}=0$.

1103. 1) $2 \operatorname{tg} 2x \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \sin x + \operatorname{tg} 2x = 0$;

2) $\frac{4 \operatorname{tg} \frac{3x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{3x}{2}} - \operatorname{tg} 3x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$;

3) $\frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} + 2 \operatorname{tg} 2x = 3$;

4) $4 \sin^4 x + \sin^2 2x = 2$.

1104. 1) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2$;

2) $\frac{1}{2}(\sin^4 x + \cos^4 x) = \sin x \cos x - \sin^2 x \cos^2 x$;

3) $4 \sin x + \sin 2x = 0$;

4) $\cos 2x + 2 \cos^2 x = \frac{5}{4}$.

1105. 1) $0{,}5 + \cos x = \cos^2 \frac{x}{2}$;

2) $\sin x = \cos 2x$;

3) $\sin x + \cos x \operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -\sqrt{3}$;

4) $\left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}\right)^2 - \sin x = 0$.

1106. 1) $\operatorname{arctg} x - 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = 0$;

2) $\arccos (x - 1) - 2 \arccos x = 0$;

3) $\operatorname{arctg} (1 + x) = \frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg} (1 - x)$;

4) $\arccos \frac{x}{2} - 2 \operatorname{arctg} (x - 1) = 0$.

1107. 1) $3 \arcsin x - \arcsin 2x = 0$;

2) $\arcsin (\cos x) - x = 0$;

3) $\operatorname{arcctg} (\operatorname{tg} x) - 2x = 0$;

4) $\arcsin \frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} - \arcsin x$.

1108. 1) $2 \arcsin x + 2\sqrt{3} \arcsin x = \pi$;

2) $\arccos x - \arccos (-x) = -\arccos (1 - x)$;

3) $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} 3x = \frac{\pi}{2}$;

4) $\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} \frac{1}{x+1} = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1}$.

§ 61. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму

Преобразовать в сумму (1109—1118):

1109. 1) $\sin 27^\circ \sin 13^\circ$; 2) $\sin 28^\circ \sin 17^\circ$;
3) $\sin 63^\circ \sin 3^\circ$; 4) $\sin 77^\circ \sin 13^\circ$.

1110. 1) $\cos 44^\circ \cos 46^\circ$; 2) $\cos 36^\circ \cos 24^\circ$;
3) $\cos 82^\circ \cos 8^\circ$; 4) $\cos 125^\circ \cos 55^\circ$.

1111. 1) $\sin 0{,}253 \sin 0{,}257$; 2) $\sin 0{,}428 \sin 0{,}322$;
3) $\sin 0{,}458 \sin 0{,}812$; 4) $\sin 0{,}712 \sin 0{,}092$.

1112. 1) $\cos 0{,}18 \cos 0{,}12$; 2) $\cos 0{,}142 \cos 0{,}238$;
3) $\cos 0{,}234 \cos 0{,}326$; 4) $\cos 0{,}842 \cos 0{,}728$.

1113. 1) $2 \cos \alpha \cos 5\alpha$; 2) $2 \cos 3\alpha \cos \alpha$;
3) $4 \cos 5\alpha \cos 3\alpha$; 4) $8 \cos 7\alpha \cos 3\alpha$.

1114. 1) $\sin 2\alpha \sin 4\alpha$; 2) $\sin 6\alpha \sin 4\alpha$;
3) $\sin(-7\alpha) \sin 3\alpha$; 4) $2 \sin 4\alpha \sin(-5\alpha)$.

1115. 1) $\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)$; 2) $\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha$;
3) $8 \cos(\alpha-\beta)\cos\beta$; 4) $4 \cos 2\alpha \cos 3\alpha$.

1116. 1) $2 \sin 2\alpha \cos \alpha$; 2) $3 \sin 3\alpha \sin 2\alpha$;
3) $5 \sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)$; 4) $6 \sin(\alpha-\beta)\cos\beta$.

1117. 1) $2 \sin 40^\circ \cos 10^\circ \cos 18^\circ$; 2) $4 \cos 8^\circ \cos 10^\circ \cos 6^\circ$;
3) $6 \cos \alpha \cos 3\alpha \cos 4\alpha$; 4) $4 \sin \alpha \sin 2\alpha \sin 3\alpha$;
5) $\cos \alpha \sin \beta \sin \gamma$; 6) $\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$.

1118. 1) $-\sin 4\alpha \cos(2\alpha - \pi)$; 2) $2 \sin 3\alpha \cos \alpha$;
3) $\cos \frac{\pi}{10} \sin \frac{\pi}{5}$; 4) $\sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{3}$.

§ 62. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

1119. Преобразовать в произведение:

1) $\sin \alpha + \sin \beta$; 2) $\sin \alpha - \sin \beta$;
3) $\cos \alpha + \cos \beta$; 4) $\cos \alpha - \cos \beta$;
5) $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ$; 6) $\sin 40^\circ - \sin 20^\circ$;
7) $\sin 56^\circ 20' + \sin 43^\circ 40'$; 8) $\sin 56^\circ 20' - \sin 43^\circ 40'$;
9) $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ$; 10) $\cos 60 - \cos 20^\circ$;
11) $\cos 72^\circ 20' + \cos 17^\circ 40'$; 12) $\cos 72^\circ 20' - \cos 17^\circ 40'$.

1120. Следующие выражения привести к виду, удобному для логарифмирования, и вычислить с помощью логарифмов:

1) $\cos 150° + \cos 28°$; 2) $\cos 46° + \sin 50°$;

3) $\sin 120° + \sin 40°$; 4) $\sin 100° - \cos 20°$;

5) $\sin 19° + \sin 25° + \sin 6°$; 6) $\cos 12° - 2\cos 24° + \cos 36°$.

Преобразовать в произведение (1121—1124):

1121. 1) $\sin\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{6}$; 2) $\sin\frac{\pi}{5} + \sin\frac{\pi}{4}$;

3) $\cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{6}$; 4) $\cos\frac{\pi}{7} - \cos\frac{\pi}{3}$;

5) $\operatorname{tg} 12° + \operatorname{tg} 32°$; 6) $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{4} - \operatorname{tg}\frac{2\pi}{3}$;

7) $\operatorname{ctg} 18° + \operatorname{ctg} 28°$; 8) $\operatorname{ctg} 22° - \operatorname{ctg} 46°$;

9) $\operatorname{tg} 40° + \operatorname{ctg} 20°$; 10) $\operatorname{tg} 60° - \operatorname{ctg} 40°$.

1122.

1) $\sin 22°30' + \cos 18°30'$; 2) $\sin 15°46' - \cos 80°14'$;

3) $\sin\frac{\pi}{8} + \cos\frac{\pi}{4}$; 4) $\sin\frac{\pi}{10} - \cos\frac{\pi}{12}$;

5) $\operatorname{tg}\frac{3\pi}{5} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{5}$; 6) $\operatorname{tg}\frac{7\pi}{8} + \operatorname{ctg}\frac{5\pi}{4}$.

1123.

1) $\sin 2\alpha + \sin 4\alpha$; 2) $\cos 2\alpha - \sin 6\alpha$;

3) $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg} 3\alpha$; 4) $\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)$;

5) $\cos(40° + \alpha) - \sin(40° - \alpha)$; 6) $\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)$,

1124.

1) $\sin(30° + \alpha) + \sin(30° - \alpha)$; 2) $\cos\frac{\alpha+\beta}{2} + \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$;

3) $\cos\alpha + \sin\alpha$; 4) $\sin\alpha - \cos\alpha$;

5) $\sin^2\alpha - \sin^2\beta$; 6) $\cos^2\alpha - \cos^2\beta$;

7) $\operatorname{tg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\beta$; 8) $\operatorname{ctg}^2\alpha - \operatorname{ctg}^2\beta$.

1125. Следующие выражения привести к виду, удобному для логарифмирования, и прологарифмировать:

1) $\dfrac{\sin 25° + \sin 15°}{\sin 25° - \sin 15°}$; 2) $\dfrac{\cos\alpha + \cos\beta}{\cos\alpha - \cos\beta}$;

3) $\dfrac{\sin 75° + \sin 15°}{\sin 75° - \sin 15°}$; 4) $\dfrac{\sin 7\alpha - \sin 5\alpha}{\sin 7\alpha + \sin 5\alpha}$;

5) $\dfrac{\operatorname{tg} 2\alpha + \operatorname{tg} 3\alpha}{\operatorname{tg} 2\beta - \operatorname{tg} 3\beta}$; 6) $\dfrac{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}}{\operatorname{ctg} 0{,}3\pi + \operatorname{tg} 0{,}2\pi}$.

Преобразовать в произведение (1126—1128):

1126. 1) $\cos 80° + \cos 79° + \cos 75° + \cos 74°$;

2) $\sin 170° + \sin 169° + \sin 165° + \sin 164°$;

3) $\sin\alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha + \sin 4\alpha$;

4) $\cos\alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha + \cos 4\alpha$.

1127. 1) $1 + 2\sin\alpha$; 2) $1 + \cos 2\alpha$;

3) $1 - 2\cos\alpha$; 4) $1 + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$;

5) $\sqrt{3} - 2\sin\alpha$; 6) $1 + \cos 50°$;

7) $\sqrt{2} + 2\cos\alpha$; 8) $1 + \sin 40°$;

9) $1 - \sin 18°$; 10) $\sin 20° - 1$;

11) $\sqrt{2}\sin\alpha - 1$; 12) $1 + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$;

13) $\frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha}$; 14) $\frac{1 + \cos(\alpha - \beta)}{1 - \cos(\alpha - \beta)}$;

15) $3 - 4\sin^2\alpha$; 16) $3 - 4\cos^2\alpha$.

1128.

1) $1 + \sin\alpha + \cos\alpha$; 2) $1 + \operatorname{tg}\alpha$;

3) $1 - \operatorname{tg}\alpha$; 4) $1 - \cos\alpha + \sin\alpha$;

5) $1 + \operatorname{ctg}\alpha$; 6) $1 - 2\cos\alpha + \cos 2\alpha$;

7) $1 + \sin\alpha - \cos\alpha - \operatorname{tg}\alpha$; 8) $1 + \sin\alpha + \cos\alpha + \operatorname{tg}\alpha$;

9) $1 - \sin\alpha + \cos\alpha - \operatorname{tg}\alpha$; 10) $\cos\alpha - \cos 2\alpha + \cos 3\alpha$.

1129. Преобразовать в произведение с помощью введения вспомогательного угла, предполагая, что $a > b > 0$:

1) $a + b$; 2) $a - b$;

3) $\frac{a + b}{a - b}$; 4) $\sqrt{a^2 + b^2}$;

5) $\sqrt{\frac{a + b}{a - b}} + \sqrt{\frac{a - b}{a + b}}$;

6) $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\varphi}$.

1130. Привести к виду, удобному для логарифмирования:

1) $(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha - \sin\beta)^2$;

2) $\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos 2\beta} - \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$;

3) $\frac{\cos(2\beta - \alpha) + \sin\alpha}{\cos\alpha - \sin(2\beta - \alpha)}$; 4) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right) - \operatorname{tg}\alpha$;

5) $\sin^2(\alpha+\beta)-\sin^2\alpha-\sin^2\beta$; 6) $2+\operatorname{tg}2\alpha+\operatorname{ctg}2\alpha$;

7) $\left(\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos 2\beta}-\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right)\cos\beta$;

8) $\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma-\sin(\alpha+\beta+\gamma)$;

9) $\frac{1+\cos\alpha+\cos 2\alpha+\cos 3\alpha}{\cos\alpha+2\cos^2\alpha-1}$;

10) $\sin 6\alpha\sin 3\alpha-\sin 9\alpha\sin 2\alpha$.

Доказать тождества (1131—1134):

1131. 1) $\sin 2\alpha-\operatorname{tg}\alpha=\cos 2\alpha\operatorname{tg}\alpha$;

2) $\frac{1}{2}(\cos\alpha+\sqrt{3}\sin\alpha)=\cos(60^\circ-\alpha)$;

3) $\frac{\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}}=\operatorname{tg}\alpha-\sec\alpha$;

4) $\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{1+\cos 2\alpha}=\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$;

5) $\cos^2\frac{\alpha}{2}\left(1+\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right)^2=1+\sin\alpha$.

1132. 1) $4\sin\alpha\cos^3\alpha-4\sin^3\alpha\cos\alpha=\sin 4\alpha$;

2) $\frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)}=\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\beta$;

3) $2\sin(45^\circ+\alpha)\sin(45^\circ-\alpha)=\cos 2\alpha$;

4) $\frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}=\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta$;

5) $(\cos\alpha-\cos\beta)^2+(\sin\alpha-\sin\beta)^2=4\sin^2\frac{\alpha-\beta}{2}$;

6) $4\left(\sin^2\alpha-\frac{3}{4}\right)=4\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{3}\right)$;

7) $\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}=\frac{1-\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$;

8) $\frac{\sin\alpha+\sin 3\alpha+\sin 5\alpha}{\cos\alpha+\cos 3\alpha+\cos 5\alpha}=\operatorname{tg}3\alpha$.

1133. 1) $\cos^6\alpha-\sin^6\alpha=\frac{(3+\cos^2 2\alpha)\cos 2\alpha}{4}$;

2) $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\frac{\pi}{5}-\operatorname{tg}\left(\alpha+\frac{\pi}{5}\right)=$

$=-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\frac{\pi}{5}\operatorname{tg}\left(\alpha+\frac{\pi}{5}\right)$;

3) $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha+\frac{3}{4}\sin^2 2\alpha=1$;

4) $\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{ctg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{1}{4}\sin 2\alpha$;

5) $\sin\alpha - \sin 2\alpha + \sin 3\alpha = 4\cos\frac{3}{2}\alpha \sin\alpha \cos\frac{\alpha}{2}$;

6) $\frac{3 + 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 - 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha} = \operatorname{ctg}^4\alpha$;

7) $\sin(\alpha+\beta) + \sin\alpha\cos\alpha + \sin\beta\cos\beta = 2\sin(\alpha+\beta)\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2}$;

8) $\sin 4\alpha + \cos 4\alpha \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}{2\operatorname{tg}\alpha}$;

9) $\sqrt{1+\cos\alpha} + \sqrt{1-\cos\alpha} = 2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$ при $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

10) $\sqrt{1+\sin\alpha} - \sqrt{1-\sin\alpha} = 2\sin\frac{\alpha}{2}$ при $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

11) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)(1+\sin\alpha)\sec\alpha + 2\cos 2\alpha = \frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha}$;

12) $\sin(\alpha+\beta) + \cos(\alpha+\beta) + 1 = 2\sqrt{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\left(45^\circ - \frac{\alpha+\beta}{2}\right)$.

1134. 1) $\sin\alpha(\cos 4\alpha + \cos 6\alpha) = \frac{1}{2}(\sin 7\alpha - \sin 3\alpha)$;

2) $\sin\alpha(\cos 2\alpha + \cos 0) = \frac{1}{2}(\sin 3\alpha + \sin\alpha)$;

3) $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}\gamma$ при $\alpha+\beta+\gamma = \pi$;

4) $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 1 + 4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}$ при $\alpha+\beta+\gamma = \pi$;

5) $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 4\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$ при $\alpha+\beta+\gamma = \pi$;

6) $(1+\operatorname{tg}\alpha)(1+\operatorname{tg}\beta) = 2$ при $\alpha+\beta = \frac{\pi}{4}$;

7) $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 4\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}$ при $\alpha+\beta = \gamma$.

1135. Доказать, что:

1) $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ = \frac{3}{16}$;

2) $\operatorname{tg} 20^\circ \operatorname{tg} 40^\circ \operatorname{tg} 60^\circ \operatorname{tg} 80^\circ = 3$;

3) $\cos 10^\circ \cos 30^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ = \frac{3}{16}$;

4) $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} = -\frac{1}{2}$;

5) $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}$;

6) $\cos \frac{\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{3\pi}{15} \ldots \cos \frac{7\pi}{15} = 2^{-7}$.

§ 63. Тригонометрические уравнения

Решить уравнения (1136—1137):

1136. 1) $\cos 3x \cos x = \cos 7x \cos 5x$;

2) $\cos 4x \cos 2x = \cos x \cos 5x$;

3) $\sin 6x \sin 2x = \sin 5x \sin 3x$;

4) $\sin 3x \sin x = \sin 7x \sin 5x$;

5) $\sin 4x \cos 2x = \sin 5x \cos x$;

6) $\sin 8x \cos 2x = \sin 7x \cos 3x$;

7) $\sin 4x \sin 11x + \sin 2x \sin 5x = 0$;

8) $\sin x \cos 3x \sin 2x - \sin x \sin 3x \cos 2x = -1$;

9) $\sin 5x \cos 2x - \cos 5x \sin 2x = -\frac{1}{2}$;

10) $2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \cos 3x + \sin 3x \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1137. 1) $\sin^2 2x + 2 \sin 2x - 3 = 0$;

2) $3 - 2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0$;

3) $6 \cos^2 x + 5 \sin x - 7 = 0$;

4) $\sec^2 x - 4 = 0$;

5) $\sqrt{3} \sec^2 x - 4 \operatorname{tg} x = 0$;

6) $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$;

7) $3 \cos^2 2x - \sin 2x + 1 = 0$;

8) $\sin^2 2x - 2 \cos 2x + 2 = 0$;

9) $4 \cos x - \sin^2 x - 4 = 0$;

10) $6 \sin x - \cos^2 x - 6 = 0$;

11) $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$;

12) $\cos^2 x + 7 \sin x + 7 = 0$.

1138. Решить уравнения путем разложения левой части на множители:

1) $\operatorname{tg} 3x \cos x - \operatorname{tg} 3x = 0$;
2) $\operatorname{tg}^3 x + 3 \operatorname{tg} x = 0$;
3) $\sin^3 2x + \sin 2x = 0$;
4) $5 \sin x - \sin x \cos x = 0$;
5) $\cos^3 x - \cos x = 0$;
6) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{tg} \frac{x}{2} \cos x = 0$;
7) $\cos^2 x + \sin x \cos x = 1$;
8) $2 \sin x - \cos 2x \sin x = 0$;
9) $1 + \sin x - \cos x - \cos x \sin x = 0$;
10) $\operatorname{tg} 3x (1 - \cos x) + \operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} 3x \cos x = 0$.

Решить уравнения (1139 — 1140):

1139. 1) $\sin 2x - \cos 2x = 0$;
2) $\cos^3 x + \sin^3 x = 0$;
3) $\sin^2 x - \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$;
4) $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$;
5) $\sin (x + 30°) + \cos (x + 30°) = 0$;
6) $2 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = \sin^2 x$;
7) $7 \sin^2 x - 8 \sin x \cos x = 15 \cos^2 x$;
8) $\sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$;
9) $3 \sin x - 5 \cos x = 0$;
10) $\cos^2 2x - 3 \sin 2x \cos 2x + 1 = 0$;
11) $9 \sin^2 x + 30 \sin x \cos x + 25 \cos^2 x = 25$;
12) $\sin^5 x - \cos^5 x = 0$;
13) $\sin^3 6x + \cos^3 6x = 0$;
14) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} \sin x - \operatorname{tg} \frac{x}{2} \cos x = 0$;
15) $\sin^2 x + \sin x \cos x = 0$.

1140. 1) $\cos (2\pi + x) + 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = 1$;
2) $\cos^2 2x + \sin^2 2x = 2 \sin (2\pi - x) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$;
3) $\cos (x + 270°) + \sin (x - 180°) = 2$;

4) $\operatorname{tg}(4\pi - x) - \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}$;

5) $\operatorname{tg} 110^\circ \operatorname{tg} 200^\circ - 2\cos 2x = 0$;

6) $\sin(2x - 2\pi) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + 2 = 0$;

7) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{tg}\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + \frac{2}{\sqrt{3}} = 0$;

8) $\cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 2\sin(x - \pi) = -3$;

9) $\cos^3\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin^3(\pi + x) = 0$;

10) $\sin^2(5\pi + 2x) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) = 2$;

11) $\cos^2 3x + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = 2 - \sin^2 3x$;

12) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\frac{\pi}{2}$;

13) $\operatorname{tg}^2\frac{17}{4}\pi \operatorname{ctg}\frac{3\pi}{4} + \operatorname{tg}\left(2\pi - \frac{x}{3}\right) = 0$;

14) $[1 + \sin(2\pi - x)][1 + \sin(\pi - x)] = \frac{1}{2}$;

15) $\cos^2 204^\circ + \sin^2 336^\circ - \operatorname{tg} 2x = 0$.

§ 64. Неравенства

1141. Решить неравенства:

1) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geqslant 0$;

2) $\sin 2x < -\frac{1}{2}$;

3) $\sin(3x - \pi) > 0$;

4) $\sin 2x > \frac{1}{2}$;

5) $\sin 3x > \frac{\sqrt{3}}{2}$;

6) $\sin 3x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

7) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{5} - x\right) > 0$;

8) $\sin x + \cos x < \sqrt{2}$;

9) $\sin x - \cos x < \sqrt{2}$;

10) $\cos x + \cos 2x < -\sqrt{2}$;

11) $\sin\frac{1}{x} > 0$;

12) $\cos\frac{1}{x} > 0$;

13) $\operatorname{tg}\frac{1}{x} > 0$;

14) $\lg\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) < 0$;

15) $\sin(\pi + x) < 0$;

16) $\lg \sin x \leqslant 0$;

17) $\lg \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) > 0$;

18) $\operatorname{tg} 2x < \sin x + \operatorname{tg} x$.

§ 65. Системы тригонометрических уравнений

1142. Найти $\sin x$ и $\sin y$, если $\sin x + \sin y = 0{,}2$, а $\cos x + \cos y = -0{,}2$.

1143. Найти $\cos x$ и $\cos y$, если $\cos(x+y) = \frac{1}{6}(1-2\sqrt{6})$, а $\cos(x-y) = \frac{1}{6}(1+2\sqrt{6})$,

1144. Найти $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{tg} y$, если $x + y = 45°$, а $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 10$.

1145. Определить x и y, если $\sin(x-y) = \frac{1}{2}$, а $\cos(x+y) = \frac{1}{2}$.

1146. Решить системы уравнений:

1) $\begin{cases} \sin x \cos y = 0{,}36, \\ \cos x \sin y = 0{,}14; \end{cases}$

2) $\begin{cases} \sin x \sin y = 0{,}36, \\ \cos x \cos y = 0{,}14; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + y = a, \\ \sin x + \sin y = a; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x + y = 77°, \\ \cos x - \cos y = 0{,}4897; \end{cases}$

5) $\begin{cases} x + y = a, \\ \sin x \sin y = a; \end{cases}$

6) $\begin{cases} x - y = 31°, \\ \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = 0{,}74; \end{cases}$

7) $\begin{cases} x + y = a, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = a; \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2^{\sin x + \cos y} = 1, \\ 16^{\sin^2 x + \cos^2 y} = 4. \end{cases}$

1147. Острые углы A и B прямоугольного треугольника связаны соотношением $\sin A + \cos B = \operatorname{tg} A$. Определить эти углы.

ГЛАВА 8

ОБЗОР СВОЙСТВ И ГРАФИКОВ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

§ 66. Общие свойства функций

1148. Найти области определения функций:

1) $y = x^2$;
2) $y = \sqrt{x}$;
3) $y = \sqrt{x^2 - 9}$;
4) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$;
5) $y = \frac{5}{\sqrt{x^2 - 25}}$;
6) $y = \sqrt{4 - x^2}$;
7) $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$;
8) $y = \sqrt{-x}$;
9) $y = 4x^{-1}$;
10) $y = \sqrt{1 - x^2}$;
11) $y = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$;
12) $y = \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}}$;
13) $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$;
14) $y = \log_7 x$;
15) $y = \log_2 (3x - 1)$;
16) $y = \lg (x^2 - 3x + 2)$;
17) $y = \lg (5 + 4x - x^2)$;
18) $y = 5^{x^2}$;
19) $y = 2^{\sqrt{x}}$;
20) $y = 7^{\frac{\sqrt{x}}{x-3}}$;
21) $y = \sin x$;
22) $y = \sqrt{\sin x + \cos x}$;
23) $y = \sqrt{\sin x}$;
24) $y = \sqrt{\operatorname{tg} x}$;
25) $y = \sqrt{1 - \cos 2x}$;
26) $y = \sqrt{1 - \sin x}$;
27) $y = \lg \sin x$;
28) $f(x) = \lg \cos \frac{x}{2}$;
29) $f(x) = \lg \operatorname{tg} x$;
30) $f(x) = \lg \operatorname{ctg} x$;
31) $f(x) = \sqrt{\lg \sin x}$;
32) $f(x) = \arcsin x$;

33) $f(x)=\frac{1}{\arcsin 2x}$; 34) $f(x)=\arcsin(x-3)$;

35) $f(x)=\arccos(2x+1)$; 36) $f(x)=\sqrt{|x|-2}$;

37) $f(x)=\lg|1-x|$.

1149. Найти области изменения функций:

1) $y=2x-3$; 2) $y=\frac{6}{x}$;

3) $y=\sqrt{x+2}$; 4) $y=x^2$;

5) $y=x^2-6$; 6) $y=x^2-9x+20$;

7) $y=7^x$; 8) $f(x)=3^{-x}$;

9) $\varphi(x)=\cos x$; 10) $f(x)=2\cos x$;

11) $f(x)=\frac{1}{3}\sin\frac{x}{2}$; 12) $\varphi(x)=\arcsin x$;

13) $f(x)=\frac{3x}{x^2+1}$; 14) $f(x)=\frac{x+2}{2x-3}$.

Четность и нечетность функций

1150. Установить четность или нечетность функций:

1) $y=x^2$; 2) $y=2x^2-x^4$;

3) $y=x^3$; 4) $y=1+2x^2$;

5) $y=2^{-x^2}$; 6) $y=\frac{3^x+3^{-x}}{2}$;

7) $f(x)=\frac{3^x-3^{-x}}{2}$; 8) $f(x)=3^{|x|}$;

9) $f(x)=\sin 2x$; 10) $f(x)=\cos\frac{x}{2}$;

11) $\varphi(x)=x^2-\cos x$; 12) $\varphi(x)=2\operatorname{tg} x+\sin 2x$;

13) $\varphi(x)=x^2\sin x$; 14) $f(x)=\frac{|x|}{x}$;

15) $y=\lg\frac{1-x}{1+x}$.

1151. Как расположены графики четных функций относительно осей координат?

Как расположены графики нечетных функций относительно осей координат?

1152. Какие из функций четные, нечетные или не четные и не нечетные:

1) $y=|\lg x|$; 2) $y=2^{|x|}$;

3) $y=\frac{1}{1+x^2}$; 4) $y=\frac{1}{2}\sin 3x$;

5) $y=3x-1$; 6) $y=2|\sin x|$;

7) $y=x^3-x+1$; 8) $y=\sin x+\cos x$;

9) $y=\frac{2^x}{x+2}$; 10) $y=x^3-x^2+7$.

Периодичность функций

1153. Найти периоды функций:

1) $y=\sin x$; 2) $y=\cos 2x$;

3) $y=\operatorname{tg} x$; 4) $y=\operatorname{ctg}\frac{x}{2}$;

5) $y=\cos\frac{x}{2}$; 6) $y=\sin\frac{x}{3}$;

7) $y=2\operatorname{tg} x+\sin 2x$; 8) $y=1-\operatorname{tg}\frac{x}{2}$;

9) $y=|\cos x|$; 10) $y=\operatorname{ctg} 2x+\operatorname{tg} 3x$.

1154. Показать, что функции $y=\sin\omega x$, $y=\sin(\omega x+\varphi)$ периодические с периодом $T=\frac{2\pi}{\omega}$.

1155. Показать, что следующие функции не являются периодическими:

1) $y=\cos x^2$; 2) $y=x+\sin x$.

1156. Найти точки пересечения графиков функций с осью Ox:

1) $y=3x+2$; 2) $y=x^2-1$;

3) $y=x^2+3x-10$; 4) $y=-x^2+2x-1$.

1157. Найти точки пересечения графиков функций с осью Oy:

1) $x-y-2=0$; 2) $y=x^2-3x+2$;

3) $x^2+y^2=25$; 4) $y^2=2x-9$.

1158. Указать, в каких точках функции имеют точки разрыва:

1) $y=\frac{1}{x}$; 2) $y=\frac{x^2-3x+2}{x+1}$;

3) $y=\frac{x^2+x+2}{x^2-x-2}$; 4) $y=\sin x-\frac{1}{\sin x}$.

1159. Определить интервалы постоянства знаков функций:

1) $y = 3x - 6$;
2) $y = x^2 - 8x + 7$;
3) $y = -x^2 + 6x - 9$;
4) $y = 2x^2 - x$;
5) $y = 4x - x^2$;
6) $y = \sin 2x$;
7) $y = \arcsin x$;
8) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$;
9) $y = \log_2(-x)$;
10) $y = (x + 3{,}5)(x - 1)$;
11) $y = (x + 8)(x - 0{,}5)(x - 2)$;
12) $y = (x - 1{,}5)(x - 3)(x + 5)$.

Частные значения аргумента и функции. Возрастание и убывание функции

1160. Вычислить частные значения функции $y = x^2 - x + 3$ для частных значений аргумента

$$x_1 = -2, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = \frac{1}{2}, \quad x_4 = 1, \quad x_5 = 2.$$

1161. Дана функция $f(t) = \frac{t}{t^2 - 1}$. Вычислить

$$f(-2), \quad f(0), \quad f(3).$$

1162. Дана функция $f(x) = 2\sin x$. Вычислить

$$f(0), \quad f\left(\frac{\pi}{4}\right), \quad f\left(-\frac{\pi}{4}\right), \quad f\left(\frac{\pi}{2}\right), \quad f\left(-\frac{\pi}{2}\right).$$

1163. Дана функция $f(x) = \cos 2x$. Вычислить

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right), \quad f\left(-\frac{\pi}{2}\right), \quad f\left(\frac{\pi}{8}\right), \quad f\left(-\frac{\pi}{6}\right).$$

1164. Дана функция $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^2 + 5}$. Вычислить

$$f\left(\frac{1}{2}\right), \quad \frac{1}{f(2)}.$$

1165. Дана функция

$$\varphi(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} - \left(x + \frac{1}{x}\right) + 2.$$

Доказать, что

$$\varphi(x) = \varphi\left(\frac{1}{x}\right).$$

1166. Найти промежутки убывания и возрастания функций:

1) $y=3x-1$; 2) $y=-x+5$;
3) $y=|x|$; 4) $y=|x|+1$;
5) $y=-|x|+2$; 6) $y=-|x+2|$;
7) $y=x^2$; 8) $y=-\frac{1}{x}$;
9) $y=-x^2+2$; 10) $y=x^2+x-6$.

1167. Вычислить наименьшие и наибольшие значения функций:

1) $y=x^2+5x+9$; 2) $y=-x^2+3x$;
3) $y=2\sin x$; 4) $y=\frac{1}{3}\cos 2x$;
5) $y=\sin^2 x$.

Взаимно обратные функции

1168. Найти функции, обратные данным:

$y=3x$; $y=2x-5$; $y=-x+1$; $y=x^3$.

Построить графики данных и найденных функций.

1169. Постройте графики функций и сравните их свойства:

1) $y=2^x$ и $y=\log_2 x$;
2) $y=3^{-x}$ и $y=\log_{\frac{1}{3}} x$.

1170. Доказать, что графики взаимно обратных функций симметричны относительно биссектрисы I и III координатных углов.

1171. Найти функции, обратные данным:

1) $y=\frac{3}{5x}$; 2) $y=\frac{x+3}{2x-1}$;
3) $y=\frac{3}{x-4}$; 4) $y=2\sin 3x$;
5) $y=\frac{1}{2}\cos x$; 6) $y=\operatorname{tg}\frac{x}{2}$.

1172. Если данная функция является возрастающей (убывающей), то какой будет обратная ей функция. Привести примеры.

Линейная функция и функции, связанные с линейной

1173. Тело движется равномерно со скоростью 40 км в час, а до начала отсчета времени оно прошло путь 100 км. Написать формулу, выражающую путь S, пройденный телом за t часов.

Какая из переменных величин является аргументом, какая — функцией? Как называется полученная функциональная зависимость?

1174. Дана функция $y = kx + b$. Показать, что тангенс угла наклона прямой к оси Ox вычисляется по формуле

$$k = \operatorname{tg}\varphi = \frac{y-b}{x}.$$

1175. Найти линейную функцию, переводящую арифметическую прогрессию 1, 3, 5, 7, ... в арифметическую прогрессию 1, 7, 13, 19, ...

1176. Найти линейную функцию, переводящую арифметическую прогрессию 0, 1, 2, 3, 4, ... в арифметическую прогрессию -1, 1, 3, 5, 7, ...

1177. Даны арифметические прогрессии -2, -12, -22, -32, ... и -3, -1, 1, 3, ... Найти линейные функции, переводящие первую прогрессию во вторую и вторую в первую.

1178. При каком условии графики функций $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$ пересекаются в точке, лежащей на оси Oy.

1179. Построить графики функций:

1) $y = x$; 2) $y = -x$;
3) $x = 2$; 4) $y = 3$;
5) $y = |x|$; 6) $y = -|x|$;
7) $y = |x + 2|$; 8) $y = |x - 1|$;
9) $y = |3 - x|$; 10) $y = -|3 - x|$;
11) $y = |x - 3| - 1$; 12) $y = \frac{x}{|x|}$;
13) $y = \frac{-x}{|x|}$; 14) $y = \frac{|x|}{x}$; 15) $y = \frac{-2x}{|x|}$.

1180. Показать, где на плоскости расположены точки, координаты которых удовлетворяют условиям:

1) $x \leqslant 1$; 2) $x > -1$;
3) $|y| < 3$; 4) $|y| > 3$;
5) $x + y > 2$; 6) $|x + y| \leqslant 1$;
7) $\begin{cases} x > 0, \\ y < 0; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x > 1, \\ y < 2; \end{cases}$

9) $\begin{cases} x+y=1, \\ y-2x=2; \end{cases}$ 10) $\begin{cases} x-y=3, \\ x+y=1. \end{cases}$

1181. Построить графики функций:

1) $y=\begin{cases} 2x-1 & \text{при } x<0, \\ -1 & \text{при } x\geqslant 0; \end{cases}$ 2) $y=\begin{cases} 1 & \text{при } x\geqslant 0, \\ 0 & \text{при } x<0. \end{cases}$

1182. Построить графики и найти наименьшие значения функций:

1) $y=|x-1|+|x-3|$;
2) $y=|x-2|+|x+3|$;
3) $y=|x+1|+|x-2|-3$;
4) $y=|x|+|x-1|+|x+1|$;
5) $y=|x+2|+|x-1|+|x-3|$.

1183. Решить уравнение $|x-3|+|x+6|+|x-8|+|x+3|=30$ графически и методом интервалов. Какой из методов рациональнее?

Квадратный трехчлен

1184. Построить графики функций:

1) $y=x^2$; 2) $y=x^2-4$; 3) $y=x^2+1$;
4) $y=x^2-3x$; 5) $y=x^2-7x+10$.

Найдите наименьшее значение и интервалы возрастания и убывания каждой из функций.

1185. Построить графики функций:

1) $y=-x^2+9$; 2) $y=-x^2+x$;
3) $y=-x^2+5x-4$; 4) $y=-x^2+2x-3$.

Найдите наибольшее значение и интервалы возрастания и убывания каждой из функций.

1186. Показать, что координаты вершины параболы $y=ax^2+bx+c$ вычисляются по формулам:

$$x_0=-\frac{b}{2a}; \quad y_0=-\frac{b^2-4ac}{4a^2}.$$

1187. Найти уравнение параболы $y=ax^2+bx+c$, которая пересекает ось абсцисс в точках (3; 0), (—5; 0), а ось ординат в точке (0; 30).

1188. Найти уравнение параболы $y=ax^2+bx+c$, если $a=1$ и парабола пересекает ось абсцисс в точках (2; 0) и (5; 0).

1189. Построить графики функций:

1) $y = -2x^2 - x + 6$; 2) $y = |x^2 + x - 2|$;

3) $y = |-x^2 - 2x + 5|$; 4) $y = |x^2 - x| - 3$;

5) $y = 2x^2 - |x|$; 6) $y = x^2 + |x|$;

7) $y = x^2 - 2|x| + 1$; 8) $|y| = x^2 - 2x - 3$;

9) $y = \begin{cases} 2x + 3 & \text{при } x \leqslant -1, \\ x^2 & \text{при } -1 \leqslant x \leqslant 1, \\ 3 - 2x & \text{при } x \geqslant 1. \end{cases}$

1190. Решить графически неравенства:

1) $x^2 - 3x + 2 > 0$; 2) $2x^2 - 7x + 6 < 0$.

§ 67. Некоторые степенные функции

1191. Построить графики функций, указать интервалы постоянства знаков:

1) $y = x^3$; 2) $y = -x^3$;

3) $y = (x-1)^3$; 4) $y = (1-x)^3$;

5) $y = |x^3|$; 6) $|y| = x^3$;

7) $|x| = y^3$; 8) $y = x^{\frac{2}{3}}$;

9) $y = \frac{1}{x^2}$; 10) $y = x^{-3}$.

§ 68. Дробно-рациональные функции. Асимптоты

1192. Построить графики функций:

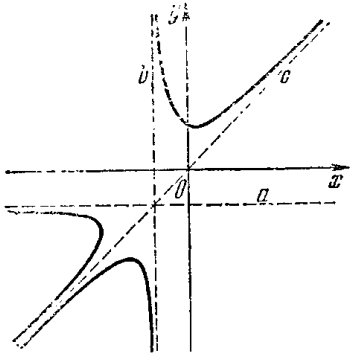

Рис. 8. a, b, c — асимптоты.

1) $y = \frac{1}{x}$; 2) $y = -\frac{2}{x}$.

Написать уравнения их асимптот.

1193. Показать, что график функции $y = \frac{1}{x-3}$ получается из графика функции $y = \frac{1}{x}$ путем сдвига его на три единицы вправо. Напишите уравнения асимптот.

1194. Построить график функции $y = \frac{1}{x} + 2$ и написать уравнения асимптот.

1195. Построить график функции $y=\frac{1}{x-3}+2$ и написать уравнения асимптот.

1196. Построить график функции $y=\frac{1}{|x|}$. Имеет ли эта кривая ось симметрии?

1197. Функцию $y=\frac{3x+1}{3x-6}$ привести к виду

$$y=1+\frac{2\frac{1}{3}}{x-2}.$$

Написать уравнения асимптот.

1198. Показать, что у гипербол, являющихся графиками дробно-линейных функций $y=\frac{ax+b}{cx+d}$, асимптоты взаимно перпендикулярны.

1199. Построить графики функций:

1) $y=\frac{1}{x}-1$; 2) $y=\frac{1}{x+1}$;

3) $y=\frac{1}{x+1}-2$; 4) $y=\frac{1}{x-2}+1$;

5) $y=\frac{1-2x}{x-2}$; 6) $y=\frac{1}{|x+1|}$.

1200. Решить уравнения аналитически и графически:

1) $\frac{x+2}{x-2}=\frac{2x+1}{3x-1}$; 2) $\frac{3x-4}{x+3}=\frac{2x-6}{x-3}$.

1201. Построить график функции

$$y=\frac{x^2-6x+3}{x-3}.$$

§ 69. Показательная функция, логарифмическая функция и функции, связанные с ними

1202. Какие из функций

1) $y=3^x$; 2) $y=2^{-x}$;

3) $y=\log_5 x$; 4) $y=\log_{\frac{1}{3}} x$;

5) $y=3^{x+2}$; 6) $y=\log_2(2x+1)$

возрастающие, убывающие?

1203. Построить графики функций:

1) $y=3^{x+1}$; 2) $y=3^{|x|+1}$;

3) $y=2^x-1$; 4) $y=-2^x+1$;

5) $y=2^{|x|}$; 6) $y=2^{-|x|}$.

Указать интервалы возрастания и убывания функций.

1204. Решить уравнения графически:

1) $2^x=-\frac{1}{2}x$; 2) $2x=2^x$.

1205. Построить графики функций

$$y=\log_2 x \quad \text{и} \quad y=\log_{\frac{1}{2}} x.$$

Указать общие свойства функций и их различие.

1206. Найти области определения и интервалы постоянства знаков функций:

1) $y=\log_3(x-2)$; 2) $y=\log_{\frac{1}{5}}(2x-3)$.

1207. Определить, является ли функция $y=\lg[(2-x^3)(2+x^3)]$ четной?

1208. Найти области определения функций:

1) $y=\lg|x|$; 2) $y=\lg|x-1|$; 3) $y=\log_2(2-|x|)$.

1209. Построить графики функций:

1) $y=2^{\log_2 x}$; 2) $y=a^{\log_a x}$;

3) $y=\log_3|x|$; 4) $y=|\log_2 x|$.

1210. Где на плоскости расположены точки, координаты которых удовлетворяют условиям:

1) $\begin{cases} y<\log_{\frac{1}{3}} x, \\ y>-2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y>\log_2 x, \\ y<3. \end{cases}$

§ 70. Тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции

1211. Найти область определения и область изменения каждой из следующих функций:

1) $y=3\cos x$; 2) $y=\cos 3x$;

3) $y=\frac{1}{3}\sin x$; 4) $y=\sin\frac{x}{2}$;

5) $y=\operatorname{tg} 2x$; 6) $y=\operatorname{tg} x^2$.

1212. При каких значениях x каждая из следующих функций принимает нулевые значения:

1) $y = 2\sin x$; 2) $y = 2\sin 2x$;

3) $y = \cos x$; 4) $y = \cos(3x - 45°)$;

5) $y = \operatorname{tg}\frac{x}{2}$; 6) $y = \operatorname{ctg}\frac{x}{2}$.

Выразить формулой множество таких значений x.

1213. При каких значениях x каждая из функций не определена:

1) $y = \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$; 2) $y = \frac{2-\cos x}{\cos x}$;

3) $y = \frac{5}{\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$; 4) $y = \frac{1+\sin x}{1-\sin x}$;

5) $y = \frac{4\sin x \cdot \cos x}{\sin x + \cos x}$; 6) $y = \frac{2}{\sin x - \cos x}$;

7) $y = \operatorname{tg} x$; 8) $y = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$;

9) $y = \operatorname{ctg} x$; 10) $y = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$.

1214. Найти области определения левой и правой частей следующих выражений:

1) $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$; 2) $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$;

3) $\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{\sin x}$; 4) $1 + \operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x$;

5) $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$; 6) $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$.

Какой вывод можно сделать в отношении справедливости этих равенств.

1215. Из следующего множества функций:

1) $y = \operatorname{tg} x - 2$; 2) $y = \cos x - 1$;

3) $y = 5 + \operatorname{tg} x$; 4) $y = 8\cos x - 7$;

5) $y = x + \operatorname{tg} x$; 6) $y = x + \sin x$;

7) $y = |2x\cos x|$; 8) $y = |2\cos 2x + 3|$

составить два подмножества: (а) ограниченных функций, (б) неограниченных функций.

1216. Упростить:

1) $\sin(-60°) + \cos(-30°) + \operatorname{tg} 45° - \operatorname{ctg}(-45°)$;

2) $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \sin\frac{\pi}{2} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{3} - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$;

3) $\sin(-\alpha) - \operatorname{tg}(-\alpha) - \operatorname{ctg}(-\alpha) + \sin\alpha - \operatorname{tg}\alpha$;

4) $\operatorname{tg}(x - 90°) - \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}(x - 90°)$;

5) $\cos(x - 90°) + \cos(-x) + \cos(x - 360°) - \cos x$.

1217. Какие из следующих функций четные, нечетные и какие не являются ни четными, ни нечетными:

1) $y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$; 2) $y = \frac{2 \sin x}{1 + \cos x}$;

3) $y = \sqrt{\sin x}$; 4) $y = \sqrt{\cos x}$;

5) $y = \lg \sin x$; 6) $f(x) = \lg \cos x$;

7) $f(x) = \sin^2 x$; 8) $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$?

1218. Вычислить периоды функций:

1) $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$; 2) $y = \sin^2 3x$;

3) $y = \cos(3x - 6)$; 4) $y = \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)$;

5) $y = \sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$; 6) $y = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$;

7) $y = \sin\left(\frac{3}{4}x + \frac{\pi}{6}\right)$; 8) $y = \operatorname{tg}\left(\frac{5}{6}x - \frac{\pi}{3}\right)$;

9) $y = \operatorname{ctg}\left(\frac{5}{8}x + \frac{\pi}{4}\right)$; 10) $y = \cos\left(2\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{3}\right)$.

1219. В каком промежутке функции $y = \sin x$ и $y = \operatorname{tg} x$ строго монотонны (возрастающие) и имеют обратные функции $y = \arcsin x$, $y = \operatorname{arctg} x$? Привести примеры.

1220. (а) Найти область определения, область изменения и период функции $y = 3\cos x - 4\sin x$.

(б) Найти область изменения следующих функций:

1) $y = 2\cos^2\frac{x}{2} + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$;

2) $y = \operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \frac{\operatorname{tg} x\,(1 + \cos 2x)}{2\cos x}$;

3) $y = -2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 3$.

1221. Определить знак разности:

1) $\sin 15° - \sin 5°$; 2) $\cos 15° - \cos 5°$;

3) $\operatorname{tg} 15° - \operatorname{tg} 5°$; 4) $\operatorname{ctg} 15° - \operatorname{ctg} 5°$;

5) $\sin 50° - \sin 70°$; 6) $\cos 60° - \cos 80°$;

7) $\cos 185° - \cos 350°$; 8) $\sin 365° - \sin 20°$;

9) $\operatorname{tg} 450° - \operatorname{ctg} 87°$; 10) $\sin 540° - \cos 600°$.

1222. С помощью знаков $>$ или $<$ записать соотношение между следующими парами дуг:

1) $\arcsin 0{,}5$ и $\arcsin 0{,}7$;

2) $\arccos 0{,}5$ и $\arccos 0{,}8$;

3) $\arcsin 0{,}3$ и $\arccos(-0{,}4)$;

4) $\operatorname{arctg}(-1{,}743)$ и $\operatorname{arctg}(-1{,}852)$.

1223. Указать промежутки монотонности функций:

1) $y=\sin x$; 2) $y=\cos x$;

3) $y=\operatorname{tg} x$; 4) $y=|\sin x|$;

5) $y=|\cos x|$; 6) $y=|\operatorname{tg} x|$;

7) $y=3^{\sin x}$; 8) $y=3^{\cos x}$;

9) $y=3^{\operatorname{tg} x}$; 10) $y=\lg \sin 2x$;

11) $y=\lg \cos 2x$.

1224. Разбить сегмент $[0;\ 6\pi]$ на промежутки монотонности функций:

1) $y=\sin x$; 2) $y=\cos x$;

3) $y=\operatorname{tg} x$; 4) $y=\sin\frac{x}{2}$;

5) $y=\cos\frac{3}{4}x$; 6) $y=\operatorname{tg}\frac{2}{3}x$.

1225. Построить графики тригонометрических функций:

(а) $y=A\sin(kx+\alpha)$ в интервале $-\pi\leqslant x<2\pi$ при

1) $A=1,\quad k=1,\quad \alpha=0$;

2) $A=1,\quad k=1,\quad \alpha=\frac{\pi}{4}$;

3) $A=1,\quad k=1,\quad \alpha=-\frac{\pi}{4}$;

4) $A=\frac{3}{2},\quad k=2,\quad \alpha=\frac{\pi}{4}$;

5) $A=1,\quad k=2,\quad \alpha=0°$;

6) $A=2,\quad k=1,\quad \alpha=0°$;

7) $A=1,\quad k=\frac{1}{2},\quad \alpha=0°$;

8) $A=\frac{1}{2},\quad k=1,\quad \alpha=0°$.

(б) $y=A\cos(kx+\alpha°)$ в интервале $0\leqslant x\leqslant 2\pi$ при

1) $A=1,\quad k=1$ и $\alpha=0°$;

2) $A=1,\quad k=2$ и $\alpha=0°$;

3) $A=2$, $k=1$ и $\alpha=0°$;

4) $A=1$, $k=\frac{1}{2}$ и $\alpha=0°$;

5) $A=\frac{1}{2}$, $k=1$ и $\alpha=0°$.

(в) В интервале $-2\pi \leqslant x \leqslant 2\pi$:

1) $y=\operatorname{tg} x$; 2) $y=\operatorname{ctg} x$.

1226. Построить график функции $y=-2\cos x+1$ и исследовать функцию в промежутке от -2π до 2π.

1227. Решить графически уравнение $2\sin x=\frac{1}{3}x+0{,}5$.

1228. Построить график функции $y=2\sin x-1$ и исследовать функцию в промежутке от $-\pi$ до 2π.

1229. Построить графики функций:

1) $y=1+2\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$; 2) $y=3\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)-2$,

и найти интервалы постоянства их знаков.

1230. Найти наибольшее и наименьшее значение функций:

1) $y=\frac{3\cos x+3\sin x}{5}$; 2) $y=\frac{\sin x-\cos x}{4}$.

1231. Построить график функции $y=3\cos x+1{,}5$ и исследовать функцию в промежутке от $-\pi$ до $\frac{3\pi}{2}$.

1232. Построить графики функций:

1) $y=\sin\left(\frac{3}{8}x+\frac{\pi}{3}\right)$; 2) $y=\cos\left(\frac{4}{5}x-\frac{\pi}{4}\right)$;

3) $y=\arcsin x$; 4) $y=\arccos x$;

5) $y=\operatorname{arctg} x$;

указать области определения и области изменения этих функций.

1233. Решить графически уравнение $\operatorname{ctg} x=\frac{1}{3}x+1$.

1234. При каких значениях x функции $y=\sin x$ и $y=\cos x$ одновременно возрастают?

1235. Решить следующие неравенства:

1) $\log_2 \sin x<0$; 2) $\log_2 \cos x<0$;

3) $\log_3 \operatorname{tg} x>0$; 4) $\cos x+2>0$;

5) $\cos^2 x-3\cos x<0$; 6) $\cos 2x>\frac{\sqrt{2}}{2}$;

7) $|\cos 2x|<\frac{1}{2}$; 8) $|\sin x|>\frac{1}{2}$;

9) $\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right|<1$; 10) $\sin x \geqslant \frac{1}{2}$;

11) $\sin x \geqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$; 12) $\operatorname{ctg} x \leqslant \frac{\sqrt{3}}{3}$;

13) $|\operatorname{tg} x| \geqslant 1$; 14) $\cos x \geqslant -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

§ 71. Разные задачи

1236. Функция y от аргумента x неявно выражается равенством $4y-3x=5$.

Найти явное выражение y в зависимости от x. Какая это функция?

1237. Найти области определения каждой из функций, выразив y явно в зависимости от x:

1) $x^2+y^2=4$; 2) $(x-3)^2+(y-2)^2=16$;

3) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$; 4) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$;

5) $x^2-y^2=4$; 6) $y^2=4(x-2)$;

7) $x^2=8(y-5)$.

1238. При каком значении x линейные функции $y=0{,}6x+5$ и $y=2x-2$ принимают равные значения?

1239. Выразить формулой площадь заштрихованной части круга в зависимости от радиуса этого круга (рис. 9).

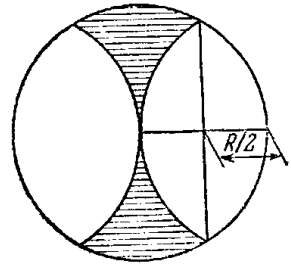

Рис. 9.

1240. Выразить объем куба как функцию площади его боковой грани.

1241. В каких точках график функции

$$y=(x-4)(x+3)(x-2)(2x+8)$$

пересекает ось абсцисс?

1242. y есть функция аргумента u, а u в свою очередь — функция аргумента x. Найти явное выражение функции y от x, если:

1) $y=1-u$, $u=\frac{x}{x-1}$;

2) $y=\sqrt{u}$, $3u=2x-3$;

3) $y=3u$, $x=1-\frac{1}{u}$.

1243. В задачах на арифметическую прогрессию обычно встречаются пять величин: a_1, a_n, d, n, s.

1) Сколько существует независимых уравнений, связывающих эти величины?

2) Сколько из этих пяти величин нужно знать, чтобы можно было вычислить остальные?

1244. Решить графически уравнение

$$2\log_4 x = 3 - 2x.$$

1245. Доказать справедливость равенства

$$\log_{\frac{1}{a}} x = -\log_a x.$$

1246. При каких значениях x справедливы неравенства:

1) $\log_x 7 < \log_x 9$; 2) $\log_x \frac{3}{4} < \log_x \frac{1}{3}$;

3) $1 - \log_3 x < 0$; 4) $1 - \log_{\frac{2}{3}} x < 0$.

1247. Решить графически уравнения:

1) $x^2 - 7x + 12 = 0$; 2) $x^2 - 6x - 7 = 0$;

3) $8x^2 - 6x + 1 = 0$.

1248. Найти такое значение k, чтобы неравенство $kx^2 + kx + 1 > 0$ выполнялось при любых действительных значениях x.

1249. Решить неравенство

$$\frac{3x+5}{x-1} > \frac{2x+7}{x-1}.$$

1250. Показать, что уравнение

$$\lg x = \sqrt{-x^2 - 3x - 2}$$

не имеет действительных корней.

1251. Где на плоскости расположены точки, координаты которых удовлетворяют условиям:

1) $\begin{cases} -\frac{2}{3} \leqslant y \leqslant \frac{1}{2}, \\ x^2 + y^2 \leqslant 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y - \cos x > 0, \\ y - \sin x < 0, \\ 0 < x < \frac{\pi}{2}. \end{cases}$

1252. Решить графически уравнение

$$x^2 - |\sin x| = 0.$$

1253. Решить графически неравенство

$$|x+2|>|x|.$$

1254. Построить график функции

$$y=\sin^2\sqrt{-x}+\cos^2\sqrt{-x}.$$

1255. Найти область определения функции

$$y=\frac{1}{\sqrt{2+x-x^2}}+\lg(2x-1).$$

1256. Решить неравенство

$$|\sin x|>\frac{1}{2}.$$

1257. Решить неравенство

$$\log_{0,5}\log_8\frac{x^2-2x}{x-3}<0.$$

1258. При каких значениях x справедливо неравенство

$$\cos x\cdot\cos 2x>\sin x\cdot\sin 2x?$$

1259. Решить графически систему уравнений

$$\begin{cases} x+y=1, \\ y=x^2+2x-3. \end{cases}$$

1260. Указать, начиная с какого номера члены прогрессии 1, 6, 11, 16, ... больше 1000.

1261. Решить неравенство

$$0\leqslant\lg(3x-1)-\lg(9-x)\leqslant 1.$$

1262. Доказать, что если $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$, то $\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}>1+\operatorname{ctg}\varphi$.

§ 72. Дополнения к разделу комплексных чисел

1263. Найти модуль и аргумент комплексного числа

$$z=\frac{(2+3i)(1-i)}{4+i}.$$

1264. Найти модуль и аргумент каждого из следующих чисел:

1) $z=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}\right)^{11}$; 2) $z=\sqrt[7]{-1}$;

3) $z=\sqrt[5]{-16-16\sqrt{3}i}$; 4) $z=\sqrt[6]{-4+3i}$,

и построить найденные точки.

1265. Зная, что комплексное число

$$z=x+iy=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)=re^{i\varphi}=|z|e^{i\arg z},$$

где $x+iy$ — алгебраическая форма, $r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$ — тригонометрическая форма, $re^{i\varphi}=|z|e^{i\arg z}$ — показательная форма комплексного числа z, выразить следующие числа в тригонометрической и показательной форме:

1) $z=3-3\sqrt{3}i$; 2) $z=2+2i$;

3) $z=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $z=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$;

5) $z=\frac{(3+2i)(1-2i)}{2+i}$; 6) $z=\frac{(2i-1)(3+2i)}{2+i}$.

1266. Показать, что:

1) $e^{i\cdot 2k\pi}=1$; 2) $e^{z+2k\pi i}=e^{z}$.

1267. Найти действительную и мнимую части каждого из чисел:

1) e^{-3+2i}; 2) $e^{\frac{\pi}{2}i+1}$; 3) e^{3-2i}.

1268. Представить в показательной форме следующие числа:

1) $1-i\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{3}+i$;

3) $4\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$; 4) $-i$;

5) $2+i\sqrt{5}$; 6) $\cos\pi+i\sin\pi$.

1269. Преобразовать в алгебраическую форму числа:

1) $z=e^{i\cdot 2\pi}$; 2) $z=e^{i\cdot\frac{3\pi}{2}}$; 3) $z=e^{i\cdot 30^\circ}$.

1270. Зная, что $\ln z = \ln|z| + i \arg z$, найти действительную и мнимую части каждого из чисел:

1) $\ln 3i$; 2) $\ln 5i$; 3) $\ln \sqrt{2}i$;

4) $\ln(-4\pi i)$; 5) $\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i\right)$.

1271. Представить z в показательной форме, если:

1) $\ln z = \ln \sqrt{13} + i \operatorname{arctg} \frac{2}{3}$;

2) $\ln z = \ln \sqrt{29} - i \operatorname{arctg} \frac{2}{5}$.

1272. Выполнить действия:

1) $50e^{i \cdot 45°} \cdot 15e^{-i \cdot 30°}$; 2) $75e^{i \cdot 60°} : 15e^{-i \cdot 30°}$;

3) $40e^{i \cdot 60°} \cdot \frac{3}{4} e^{-i \cdot 45°}$; 4) $32e^{i \cdot 30°} : 9e^{-i \cdot 20°}$.

1273. Выполнить действия:

$$\frac{i^{43}(1-i)\, e^{i\frac{\pi}{4}}}{\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)^3}.$$

1274. Определить действительные значения x и y, y, при которых справедливо равенство:

$$4xe^{i\frac{\pi}{6}} = y(\sqrt{3} - 2i) + \sqrt{3} - 4i.$$

1275. Определить, какое число нужно прибавить к $2e^{i \cdot 300°}$, чтобы получить 0.

1276. Зная, что

$$(a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) = r_1 e^{i\varphi_1} + r_2 e^{i\varphi_2},$$

построить в прямоугольной системе координат векторы следующих комплексных чисел:

1) $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{8}} + e^{2+i}$;

2) $z_2 = 2e^{\left(1-\frac{\pi}{4}\right) i} + e^{2+i}$;

3) $z_3 = 3e^{i\frac{\pi}{4}} - 2e^{i\frac{\pi}{3}}$;

4) $z_4 = 4e^{\pi i} - 10e^{-i\frac{\pi}{6}}$.

1277. Зная, что $(a_1 + b_1 i) \cdot (a_2 + b_2 i) = r_1 r_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$ и $(a_1 + b_1 i) : (a_2 + b_2 i) = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$, построить векторы следующих комплексных чисел в прямоугольной системе координат:

1) $z = z_1 \cdot z_2$, если $z_1 = 5e^{i \cdot 45°}$ и $z_2 = 15e^{-i \cdot 30°}$;

2) $z = z_1 : z_2$, если $z_1 = 50e^{i \cdot 45°}$ и $z_2 = 15e^{-i \cdot 30°}$;

3) $z = u^4$, если $u = 3e^{i \cdot 15°}$.

1278. Пользуясь формулой $a^x = e^{x \ln a}$, $a > 0$ и $a \neq 1$, построить векторы, соответствующие следующим комплексным числам:

1) $z = 2^{2i}$; 2) $z = 2^{-\frac{1}{2}}$; 3) $z = 3^{2+i}$,

представив их предварительно в показательной и тригонометрической форме.

1279. С помощью формул

$$\cos \varphi = \frac{e^{\varphi i} + e^{-\varphi i}}{2} \quad \text{и} \quad \sin \varphi = \frac{e^{\varphi i} - e^{-\varphi i}}{2i};$$

$$\cos z = \frac{e^{zi} + e^{-zi}}{2} \quad \text{и} \quad \sin z = \frac{e^{zi} - e^{-zi}}{2i},$$

где φ принимает действительные значения, а z — комплексные значения, вычислить значения следующих тригонометрических функций:

1) $\sin i$; 2) $\cos i$;

3) $\sin\left(1 + \frac{1}{2} i\right)$; 4) $\cos(2 - i)$;

5) $\cos(0{,}5 + 3i)$; 6) $\sin 2i$.

ГЛАВА 9

ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ И ПРОИЗВОДНАЯ

§ 73. Предел функции

1280. Вычислить пределы функций:

1) $\lim\limits_{x\to 2}(5x^3-6x^2+x-5)$;
2) $\lim\limits_{x\to -1}(x^3+x-5)$;
3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x+1}{x-3}$;
4) $\lim\limits_{x\to 3}(x-2)(x+5)(2x-1)$;
5) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x+3)(x-5)}{x+2}$;
6) $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$;
7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^3+3x^2-x-3}{2x^2+x-6}$;
8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-4}{\sin\frac{x\pi}{4}}$;
9) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}(\sin x-\cos x)$;
10) $\lim\limits_{x\to 10}\lg x$.

1281. Вычислить предел функции, когда предел делителя равен 0, пределы делимого и делителя равны нулю:

1) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5}{4x-8}$;
2) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{3}}\dfrac{2}{3x-1}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4}{2x^2+x}$;
4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2-2x}{2x^2-5x}$;
5) $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{8x^3-1}{4x^2-1}$;
6) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{8-x^3}{4-x^2}$;
7) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{\sqrt{x+3}-3}{x-6}$;
8) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2+x-1}{x+1}$;
9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^3-2x}{x^2-x^3+5x}$;
10) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^2}-1}$;

11) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-9x+20}$; 12) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$;

13) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x-4}{\sqrt{x+5}-3}$; 14) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{\sin^2 x}$;

15) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{1-\operatorname{tg} x}{2-\sec^2 x}$; 16) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x^2-3x+2}$;

17) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$; 18) $\lim\limits_{\substack{x\to a\\ a>0}}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}$.

1282. Вычислить предел функции:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5}{4x+3}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{3x^2+1}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(5-\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{x^2}\right)$; 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-x+6}{x^2}$;

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x}{3x-2}$; 6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-3x^2-x^4}{2x^4-x^2+1}$;

7) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^2+8n-3}{n^2-n+3}$; 8) $\lim\limits_{z\to\infty}\dfrac{6-z-z^2}{6z^2-z-1}$;

9) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+1)(x+2)(x+3)}{x^3}$;

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x-3)(3x+5)(4x-6)}{3x^3+x-1}$;

11) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+3^x}{1-3^x}$; 12) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+(-1)^x}{x-(-1)^x}$;

13) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{\sqrt[3]{x^3+10}}$;

14) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{3}{x^2}+\ldots+\dfrac{x-1}{x^2}\right)$;

15) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2+4+6+\ldots+2n}{n^2}$;

16) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+3+5+\ldots+(2n-1)}{5n^2}$.

Вычислить предел функции (1283—1284):

1283. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{x}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\sin 2x}$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x}{\sin 3x}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2\sqrt{3}x}{\sin 3\sqrt{2}x}$; 6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin \pi x}{\sin 3\pi x}$.

1284. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$; 2) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sin x-\sin a}{x-a}$;

3) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\cos x-\cos a}{x-a}$; 4) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\operatorname{tg}\pi x}{x+2}$.

1285. Зная, что $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n=e$, найти пределы функций:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^x$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{k}{x}\right)^x$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$; 4) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\sin x)^{\frac{1}{x}}$;

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{n}\right)^n$; 6) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x$;

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^x$; 8) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$.

§ 74. Приращение функции

1286. Найти приращение функции $y=x^2$, соответствующее изменению аргумента:

1) от $x_1=2$ до $x_2=5$;

2) от $x_1=3$ до $x_2=3{,}1$;

3) от $x_1=7$ до $x_2=7{,}2$.

1287. Найти приращение функции Δy и отношение $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ для следующих функций:

1) $y=x^2+1$ при $\Delta x=1$;

2) $y=2x+3$ при $\Delta x=2$;

3) $y=5x^2-4$ при $\Delta x=3$;

4) $y=12x+3$ при $\Delta x=0{,}2$.

1288. Найти приращение функции Δy и отношение $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$, соответствующее изменению аргумента от x до $x+\Delta x$, для следующих функций:

1) $y=3x+2$; 2) $y=5x^2$;

3) $y=4x^2+2$; 4) $y=2x^2+x+1$.

§ 75. Непрерывность функции

1289. Найти точки разрыва для следующих функций:

1) $f(x)=\frac{1}{x^2-4}$;

2) $f(x)=\frac{5}{(x-1)(x-2)(x-3)}$;

3) $f(x)=\frac{3}{1-\sin x}$; 4) $f(x)=\frac{4}{1-\cos x}$;

5) $f(x)=\frac{2}{1-\operatorname{tg} x}$; 6) $f(x)=x\cdot\sin x$;

7) $f(x)=\frac{3x+2}{x^2-5x+6}$; 8) $f(x)=\frac{5x+4}{x^2+1}$.

1290. Найти уравнения асимптот кривых:

1) $y=\frac{x^2-6x+3}{x-3}$;

2) $y=\frac{2x^2-9}{x+2}$;

3) $y=\frac{x^5}{x^4-1}$.

§ 76. Производная функции, ее геометрический и физический смысл

1291. Найти среднюю скорость движения точки за промежуток времени от $t_1=3$ до $t_2=5$, если путь ее движения выражается формулой

$$S=3t^2+5t.$$

1292. Найти производную функции $f(x)=8x^2$, исходя из определения производной.

1293. Найти среднюю скорость изменения функции $y=3x^2+5x+8$ при изменении x от $x_1=2$ до $x_2=4$.

1294. Найти производную функции $y=4x^2+1$, исходя из определения производной.

1295. Найти производную функции $y=ax^2+bx$, исходя из определения производной.

1296. Свободное падение тела совершается по закону $S=\frac{gt^2}{2}$, где $g=980$ см/с^2. Найти среднюю скорость движения тела за промежуток времени от $t_1=3$с до $t_2=3{,}5$с.

1297. Два тела совершают движение по законам

$$S_1(t) = 2{,}5t^2 - 6t + 1,$$
$$S_2(t) = 0{,}5t^2 + 2t - 3.$$

В какой момент времени скорость движения первого тела будет в три раза больше скорости движения второго тела?

1298. Найти наклон кривой $y = 6 - x^2$ в точке с абсциссой $x = 1$.

1299. В какой точке касательная к кривой $y = -x^2 + 4x - 3$ параллельна оси Ox?

1300. В каких точках угловой коэффициент касательной к кривой $y = x^3$ равен 3?

1301. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к параболе $y = x^2$: (а) в начале координат; (б) в точке $x = -2$.

1302. При каких значениях независимой переменной касательные к кривым $y = x^2$ и $y = x^3$ параллельны?

1303. Написать уравнение касательной к гиперболе $y = \frac{1}{x}$ в точке с абсциссой $x = -\frac{1}{2}$.

1304. Найти угловой коэффициент касательной к окружности $x^2 + y^2 = 25$ в точке с абсциссой $x = 3$.

Найти производные данных функций по соответствующим формулам (1305—1306):

1305. 1) $y = 2x^2 + 3x + 1$;

2) $y = 5x^3 + 4x^2 + 2$;

3) $y = 7x^3 + 2x^2 + 3x + 1$;

4) $y = 5{,}3x^4 + 2{,}7x^2 + 1$;

5) $y = ax^3 + bx^2 + c$;

6) $y = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + 7$;

7) $y = \frac{ax^4}{4} + \frac{bx^3}{3} + \frac{cx^2}{2} + d$;

8) $y = x^3\sqrt{2} + 2\sqrt{x} + 1$;

9) $y = \sqrt{x} + 4x\sqrt{x} + 2$;

10) $y = \frac{a}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{a} + c$;

11) $y=(1+4x)(1-2x)$;

12) $y=(2x^2-1)(3x+2)$;

13) $y=(5x+2)(3x-1)$;

14) $y=15(x+4)(x^2-2)$;

15) $y=18(x^3+3)(x^3-7)$.

1306. 1) $y=\frac{5x}{1+x^2}$; 2) $y=\frac{1-x^3}{1+x^3}$;

3) $y=\frac{2x}{5}+\frac{5}{2x}$; 4) $y=\frac{\sqrt{x}}{2}+\frac{2}{\sqrt{x}}$;

5) $y=\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$;

6) $y=\frac{2}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{x}$;

7) $f(x)=\frac{3}{x}+\frac{x}{3}$, найти $f'(2)$;

8) $f(x)=\frac{3\sqrt{x}}{5}+\frac{2}{\sqrt{x}}$, найти $f'(1)$;

9) $f(x)=\frac{x+\sqrt{x}+1}{x-2}$, найти $f'(4)$;

10) $f(x)=\frac{x^2-3x+1}{x+5}$, найти $f'(3)$.

§ 77. Понятие о второй производной. Ускорение

1307. Даны законы движения двух точек; первая точка движется по закону $S_1=2t^3-4t^2+5t$, а вторая — по закону $S_2=2t^3-1{,}5t^2$, где t — время в секундах, а S_1 и S_2 — пройденные пути в сантиметрах. Найти ускорения движения точек в тот момент, когда скорости их движения равны.

1308. Путь S (в метрах), пройденный телом при прямолинейном движении в течение t секунд, задается уравнением $S=t^3-t+1$. Найти ускорение в момент времени $t=2$ с.

1309. Уравнение скорости движения точки выражается формулой $v=6t^2-2t+11$, где v — скорость в метрах в секунду, t — время в секундах. Написать формулу, выражающую ускорение движения точки для любого момента времени, и вычислить ускорение в момент времени $t=2$ с.

1310. Найти вторую производную каждой из следующих функций:

1) $y = 5x^2 + 3x - 1$;
2) $y = 7x^3 + 5x^2 - 3x + 2$;
3) $y = 1{,}2x^4 + 0{,}5x^3 + 8$;
4) $y = (x^2 - 2)^2$;
5) $y = (x^2 + 3x)^3$;
6) $y = \sqrt{x}$;
7) $y = \sqrt[3]{x}$;
8) $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

§ 78. Возрастание и убывание функции

1311. Исследовать следующие функции на возрастание и убывание:

1) $y = 2x^2 - 3x - 2$;
2) $y = (x - 1)^2 + 1$;
3) $y = 5x^2 + 20x - 5$;
4) $y = x^2 - 5x + 4$;
5) $y = x^5 + 2x$;
6) $y = x^3 - 3x$.

§ 79. Экстремумы функции

1312. Число 15 разбить на два числа так, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.

1313. Требуется сделать из жести коробку без крышки с квадратным основанием, наибольшего объема, поверхность которой была бы равна 12 см^2. Определить размеры коробки.

1314. Доказать, что из всех прямоугольных треугольников, вписанных в данный круг, наибольшую площадь имеет равнобедренный треугольник.

1315. Из всех цилиндров, имеющих полную поверхность 24π см^2, найти тот, который имеет наибольший объем.

1316. Найти локальный максимум и минимум функции

$$y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x - 1.$$

1317. Найти локальный максимум и минимум функции

$$y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 1.$$

1318. Исследовать функцию $y = \frac{x}{1+x^2}$ на максимум и минимум и построить примерный график функции.

1319. Следующие функции исследовать на экстремум по второй производной и построить их примерные графики:

1) $y = 2x^3 - 3x^2$;
2) $y = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 7$;
3) $y = x^4 - 18x^2 + 5$;
4) $y = (x+1)^2(x-2)$;
5) $y = 0{,}1(x^4 - 13x^2 + 36)$;
6) $y = x^3 - 3x^2 + 2$;
7) $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$;
8) $y = 0{,}1(x^3 - 9x)$.

ГЛАВА 10

ПЛАНИМЕТРИЯ

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ ТРЕУГОЛЬНИКОВ, ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ И НЕКОТОРЫХ ДРУГИХ ФИГУР

§ 80. Прямоугольный треугольник

В задачах (1320—1323) по двум данным элементам прямоугольного треугольника вычислить остальные элементы:

1320.

1) $a=3$, $b=4$; 2) $a=15$, $b=20$;
3) $a=100$, $c=125$; 4) $b=65$; $c=169$.

1321.

1) $a_c=12{,}5$, $b_c=8{,}4$; 2) $a_c=1{,}5$, $b_c=2\frac{2}{3}$;
3) $h=12$, $a=13{,}6$; 4) $b=9$, $h=8\frac{32}{41}$.

1322.

1) $B=37^\circ 40'$, $a=0{,}65$; 2) $c=21{,}3$, $A=18^\circ 40'$;
3) $c=39{,}4$, $a=20{,}8$; 4) $a=26{,}2$, $b=54{,}5$.

1323.

1) $c=20$, $A=40^\circ$; 2) $b=30$, $A=70^\circ 14'$;
3) $c=68{,}3$, $a=39{,}7$; 4) $a=3{,}45$, $b=3{,}04$.

§ 81. Равнобедренный треугольник

В задачах 1324—1326 по двум данным элементам равнобедренного треугольника вычислить остальные элементы:

1324.

1) $h_b = 20$, $B = 36° 10'$; 2) $a = 8$, $A = 48° 15'$;
3) $b = 40$, $A = 64° 10'$; 4) $a = 20$, $B = 69° 15'$.

1325.

1) $a = 24$, $B = 69° 15'$; 2) $a = 50$, $B = 72° 30'$;
3) $b = 20$, $B = 65° 16'$; 4) $h_b = 40$, $B = 68° 14'$.

1326.

1) $b = 20$, $B = 48° 12'$; 2) $h_b = 38$, $A = 52° 16'$;
3) $h_b = 16$, $A = 54° 35'$; 4) $h_a = 4$, $b = 20$;
5) $h_b = 8$, $b = 16$; 6) $h_b = 42{,}8$, $A = 47° 30'$.

§ 82. Косоугольные треугольники

1327. Решить треугольник, если даны его сторона и два угла:

1) $b = 34$, $C = 133° 10'$, $B = 30° 24'$;
2) $a = 109$, $B = 33° 24'$, $C = 66° 59'$;
3) $b = 225{,}4$, $A = 72° 59'$, $C = 67° 28'$;
4) $c = 151{,}8$, $B = 48° 14'$, $A = 64° 25'$.

1328. Решить треугольник, если даны его две стороны и угол, противолежащий одной из них:

1) $a = 19$, $b = 28{,}1$, $A = 32° 17'$;
2) $A = 30°$, $b = 100$, $a = 40$;
3) $a = 27$, $b = 32$, $A = 100°$.

1329. Решить треугольник, если даны две его стороны и угол, заключенный между этими сторонами:

1) $a = 10$, $b = 12$, $C = 24°$;
2) $a = 2{,}29$, $c = 1{,}7$, $B = 39° 20'$;
3) $a = 3{,}4$, $c = 2{,}9$, $B = 108°$;
4) $b = 83$, $c = 36$, $A = 102° 48'$.

1330. Решить треугольник, если даны три его стороны:

1) $a = 10$, $b = 15$, $c = 20$;
2) $a = 1{,}23$, $b = 2{,}34$, $c = 3{,}48$;
3) $a = 16{,}3$, $b = 18$, $c = 14{,}5$;
4) $a = 423$, $b = 370$, $c = 545$.

1331. Дано: $a = 85{,}32$ м, $A = 42° 20'$, $B = 72° 10'$. Найти сторону b и площадь треугольника.

1332. Дано: $a = 25$ см, $b = 60$ см, $B = 68° 20'$. Найти сторону c и площадь треугольника.

1333. Дано: $b = 12$ см, $c = 16$ см, $A = 55° 40'$. Найти сторону a и площадь треугольника.

1334. Дано: $b = 15{,}6$ см, $A = 63°50'$, $B = 48°10'$. Найти сторону c и площадь треугольника.

1335. Дано: $c = 10{,}05$ м, $A = 51° 44'$, $B = 74° 50'$. Найти сторону b и площадь треугольника.

1336. Дано: $a = 365{,}5$ м, $B = 34° 59'$ и $C = 45° 48'$. Найти сторону b и площадь треугольника.

1337. Определить расстояние между недоступными точками A и B. Для этого выбрали точку C, из которой A и B видны и доступны. $BC = 100$ м; $AC = 80$ м и угол между ними $40° 48'$.

1338. Стороны параллелограмма равны 4 дм и 5 дм, острый угол равен $52° 30'$. Определить его диагонали.

1339. Верхнее основание трапеции равно b, нижнее a, одна из боковых сторон c, угол между a и c равен α. Определить четвертую сторону и угол при основании трапеции. Вычислить при $a = 10{,}24$ см, $b = 5{,}7$ см, $c = 12$ см, $\alpha = 36° 27'$.

1340. Точки A и B находятся по одну сторону реки, точка C по другую сторону. Определить ширину реки, если $AB = 200$ м, $\angle CAB = 54° 10'$, $\angle CBA = 70° 8'$.

1341. Из точки A, лежащей на одной горизонтальной плоскости с основанием башни, видна вершина башни под углом в $40° 10'$, а приблизившись к основанию башни на 100 м, видим вершину башни под углом $74° 15'$. Определить высоту башни.

1342. Найти боковую высоту равнобедренного треугольника ABC, если высота, проведенная из вершины треугольника на основание, равна $h = 4{,}08$ и угол при вершине $B = 44° 20'$.

1343. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 12,25 дм, угол при вершине равен $50° 20'$. Найти периметр треугольника.

1344. Высота треугольника ABC, равная 5,04 дм, делит угол B на два угла, α и β. Определить основание треугольника AC и вычислить его, если $\alpha : \beta = 5 : 3$ и $\angle B = 65° 12'$.

1345. Найти периметр прямоугольника, если его диагональ равна 23,28 дм и образует с основанием угол в $20° 14'$.

1346. В равнобедренном треугольнике основание равно 20 см, угол при вершине 66°. Определить проекцию высоты на боковую сторону.

1347. Определить основание треугольника, если боковая сторона, лежащая против меньшего угла, равна 20 см, углы при основании равны 30° и 45° 20′.

1348. Найти периметр равнобедренного треугольника, если угол при основании $\alpha = 70° 12'$ и радиус круга, вписанного в треугольник, равен $r = 5{,}75$ см.

1349. Силы $P = 5$Н и $Q = 7$Н действуют на точку. Равнодействующая их равна 11Н. Определить угол между силами.

1350. Для определения расстояния между недоступными пунктами M и N измерили базис CD, не проходящий через M и N и равный 2 км. Углы $MCD = 86° 40'$, $NCD = 52° 40'$, $MDC = 42°$, $NDC = 81° 15'$. Определить MN.

1351. Основание прямоугольника равно 50,1 м. Диагональ образует с основанием угол 18° 35′. Найти периметр прямоугольника.

§ 83. Площадь параллелограмма, треугольника, трапеции и круга. Вписанные и описанные фигуры

1352. Стороны параллелограмма равны 17,50 м и 10,20 м, угол между ними $A = 41° 15'$. Найти меньшую диагональ параллелограмма и его площадь.

1353. Вычислить меньшую сторону и площадь треугольника, если $a = 0{,}275$ м, $B = 36° 13'$, $C = 48° 27'$.

1354. Диагональ прямоугольника равна 18,75 м, угол между диагоналями 138° 20′. Определить площадь прямоугольника.

1355. Стороны параллелограмма равны 10,25 м и 12,75 м, угол между ними 70° 17′. Найти площадь параллелограмма.

1356. Найти площадь равнобедренного треугольника с углом при вершине 44° 52′ и высотой, проведенной на боковую сторону, равной 20,5 м.

1357. В прямоугольной трапеции диагональ равна $30\frac{3}{4}$ дм и перпендикулярна к боковой стороне. Острый угол трапеции 68° 32′. Найти площадь трапеции.

1358. Вычислить площадь прямоугольной трапеции с острым углом $D = 40° 24'$ и высотой, в два раза большей меньшего основания. Меньшее основание равно 12,35 м.

1359. В равнобедренной трапеции боковая сторона равна большему основанию. Найти площадь трапеции, если большее основание равно 13,85 дм и острый угол α при основании равен $72° 16'$.

1360. В равнобедренной трапеции меньшее основание равно боковой стороне $b = 7{,}35$ м, острый угол $\alpha = 57° 18'$. Найти площадь трапеции.

1361. Меньшее из оснований равнобедренной трапеции и ее высота равны 10,5 дм. Острый угол трапеции $\alpha = 37° 16'$. Найти площадь трапеции.

1362. Диагонали параллелограмма a и b, острый угол α. Определить площадь параллелограмма.

1363. Из общей точки M проведены к окружности касательная MA и секущая MBC, угол $M = 65° 24'$, $MB = 4$ м, $BC = 5$ м. Определить площадь круга.

1364. Радиус окружности равен R; дуга равна α. Определить площадь сегмента, стягиваемого дугой.

1365. Высота сегмента равна h, дуга сегмента α. Определить площадь круга.

1366. Окружность разделена в отношении $2 : 3 : 5 : 8$ и точки деления последовательно соединены между собой. Определить площадь полученного четырехугольника, если площадь круга равна 314 дм^2.

1367. Найти периметр прямоугольного треугольника, если радиус описанного около него круга равен 10,02 м и угол $A = 35° 10'$.

1368. Найти радиус круга, вписанного в равнобедренный треугольник с боковой стороной $a = 8{,}20$ м и $\angle A = 53° 16'$.

1369. Найти радиус круга, описанного около равнобедренного треугольника с основанием, равным 20,08 м, и углом при вершине $78° 14'$.

1370. Катет треугольника ABC равен 20,05 дм и $\angle A = 36° 28'$. Найти радиус круга, описанного около этого треугольника.

1371. В треугольнике ABC $\angle A = 70° 35'$, $\angle B = 63° 20'$, радиус описанного круга равен 5 см. Найти стороны и площадь.

1372. В треугольнике дано: $a = 24$ см, $b = 45$ см, радиус описанного круга 28,5 см. Определить углы треугольника.

1373. Радиус круга, описанного около равнобедренного треугольника, равен R, угол при основании α. Определить стороны и площадь.

1374. Дуга окружности равна $\alpha = 24^\circ 20'$, радиус $R = 15{,}6$ см. Определить длину хорды.

1375. Хорда равна 30,4 см; радиус окружности 20,5 см. Определить длину дуги.

1376. Стороны треугольника 50 см, 80 см, 105 см. Определить радиусы вписанного и описанного кругов.

1377. Найти радиус круга, вписанного в треугольник, если $a = 316{,}3$ см, $B = 94^\circ 46'$, $C = 26^\circ 37'$.

1378. В прямоугольную трапецию с острым углом α вписана окружность радиуса r. Найти площадь трапеции и вычислить ее при $r = 6{,}24$ дм и $\alpha = 40^\circ 20'$.

1379. Найти площадь круга, вписанного в ромб с острым углом $\alpha = 65^\circ 30'$ и площадью $Q = 202{,}5$ дм^2.

1380. Определить площадь круга, описанного около прямоугольного треугольника, если катет его равен 24 см, а прилежащий к нему угол — $26^\circ 35'$.

1381. Радиус круга, вписанного в ромб, равен 3,025 м; угол ромба $43^\circ 16'$. Определить площадь ромба.

ГЛАВА II

СТЕРЕОМЕТРИЯ

§ 84. Перпендикуляр и наклонные к плоскости

1382. Сколько перпендикуляров можно провести из данной точки к данной прямой, если точка находится: (а) вне прямой, (б) на прямой?

1383. Каким ребрам куба перпендикулярна диагональ его грани?

1384. Ребро куба равно 2 дм. Чему равна диагональ его грани и диагональ куба?

1385. Провести плоскость, проходящую через концы трех ребер куба, выходящих из одной вершины. Ребро куба равно a. Вычислить площадь сечения куба.

1386. Из точки M (вне плоскости) проведена к плоскости под углом в 30° наклонная, равная 8 дм. Определить расстояние от точки M до плоскости.

1387. Из точки, лежащей вне плоскости, проведены к этой плоскости две наклонные, сумма длин которых равна 12 дм. Проекции этих наклонных на плоскость 1 дм и 7 дм. Найти длину каждой наклонной и угол между плоскостью и большей наклонной.

1388. Наклонная проведена под углом 60° к плоскости α и равна 1,3 дм. Найти проекцию этой наклонной на плоскость α.

1389. Из точки A под углом 45° к плоскости α проведена наклонная. Определить длину этой наклонной от A до плоскости, если ее проекция на плоскость равна 8 дм.

1390. Из одной вершины квадрата со стороной a восставлен перпендикуляр к его плоскости, равный b. Точка N, лежащая на перпендикуляре, соединена с верши-

нами квадрата. Определить расстояния от точки N до вершин квадрата.

1391. Что можно сказать о взаимном расположении двух прямых в пространстве, если они имеют две общие точки?

1392. Всегда ли можно провести плоскость через две непересекающиеся прямые?

1393. Из точки N, отстоящей от плоскости α на расстояние 6 дм, проведены к этой плоскости наклонные NA, NB, NC под углами в 30°, 45° и 60° к прямой NO, перпендикулярной к α. Определить длины проекций этих наклонных на плоскость N.

1394. Вне плоскости правильного треугольника дана точка N, которая проектируется в центр треугольника. Сторона треугольника a. Расстояние от точки N до вершины треугольника равна b. Определить расстояние от точки N до плоскости.

1395. Точка, удаленная от каждой вершины прямоугольного треугольника на 26 см, удалена от его плоскости на 24 см. Определить длину гипотенузы и катета, если другой катет равен 12 см.

1396. Два прямоугольных треугольника ABC и DBC имеют общий катет BC ($\angle C$ прямой). Катет DC перпендикулярен к гипотенузе AB другого треугольника. Найти расстояние от вершины D до вершины A, если $CB = 12$, $DC = 5$ и $AB = 13$.

1397. Катеты прямоугольного треугольника равны 14 дм и 48 дм; перпендикуляр к плоскости треугольника, проведенный из вершины прямого угла, равен 6 дм. Найти расстояние от конца перпендикуляра до середины гипотенузы.

1398. Угол между перпендикуляром и наклонной, проведенной из точки A к плоскости α, равен φ. Длина проекции наклонной равна a. Определить длину перпендикуляра.

1399. Из точки A, лежащей вне плоскости, проведен перпендикуляр к этой плоскости длиной p; основание его принято за центр окружности радиуса r, лежащей в этой плоскости. Определить угол между этим перпендикуляром и прямой, соединяющей точку A с любой точкой окружности ($p = 4{,}54$; $r = 8$).

1400. Через центр O квадрата, сторона которого $AB = a = 30$, проведен перпендикуляр к плоскости квадрата; на нем взят отрезок $OM = d = 20$, а из M

проведен перпендикуляр MC на AB. Вычислить угол x между MC и его проекцией OC на плоскость квадрата.

1401. Из центра O круга, вписанного в правильный треугольник ABC, сторона которого равна a, восставлен перпендикуляр к плоскости треугольника; на нем взята точка M так, что отрезок $MA = a$, затем из M проведен отрезок MD, перпендикулярный к AC. Вычислить угол φ между MD и плоскостью треугольника ABC.

1402. Наклонная образует с плоскостью угол α; через вершину этого угла проведена в данной плоскости вторая прямая под углом β к проекции наклонной на плоскость. Определить угол между этими прямыми ($\alpha = 43°53'$, $\beta = 11°10'$).

1403. Из центра окружности, описанной около треугольника со сторонами a, b и c, восставлен к плоскости этого треугольника перпендикуляр h. Определить углы, образованные с этой плоскостью прямыми, соединяющими вершину перпендикуляра с вершинами треугольника ($h = 60$; $a = 30$, $b = 5$, $c = 29$).

§ 85. Угол прямой с плоскостью

1404. Наклонная равна a. Чему равна проекция этой наклонной на плоскость, если наклонная составляет с плоскостью проекций углы: 1) 30°; 2) 45°; 3) 60°?

1405. Точка отстоит от плоскости на расстояние h. Найти длину наклонных, проведенных из нее под углами к плоскости: 1) 60°; 2) 30°; 3) 45°.

1406. Длина наклонной 18 см. Угол между наклонной и плоскостью 36°. Чему равна длина проекции наклонной на эту плоскость?

1407. Вычислить длину проекции отрезка 20 см, если угол его наклона: 1) 0°; 2) 30°; 3) 45°; 4) 90°.

1408. Наклонная AB составляет с плоскостью α угол в 45°, а прямая AC, лежащая в плоскости α, составляет угол в 45° с проекцией наклонной AB. Определить $\angle BAC$.

1409. Из точки, лежащей вне плоскости, проведены к этой плоскости две наклонные под углом 30°, равные $2\sqrt{3}$. Их проекции образуют между собой угол 120°. Определить расстояние между основаниями наклонных.

1410. Стороны треугольника равны 10 см, 17 см и 21 см. Из вершины этого треугольника проведен перпендикуляр к его плоскости длиной 15 см. Определить рас-

стояния от концов перпендикуляра до большей стороны треугольника.

1411. Вычислить угол, под которым диагональ куба наклонена к его грани.

1412. Из точки A, расположенной вне плоскости α, проведены к этой плоскости наклонные $AB = c$ и $AC = b$. Угол наклонной AC с плоскостью в три раза больше угла наклонной AB с той же плоскостью. Найти расстояние от точки A до плоскости α.

§ 86. Параллельные прямые и плоскости

1413. Из двух точек M и N одной из параллельных плоскостей проведены к другой плоскости наклонные длиной 37 см и 125 см. Чему равна проекция второй наклонной на плоскость, если проекция первой 12 см.

1414. Из точки M плоскости α проведена к ней наклонная и на ней взяты точки B и C; $MB = 10$ см; $BC = 6$ см. Разность расстояний точек B и C от плоскости α равна 3 см. Определить расстояния точек B и C от плоскости.

1415. Отрезок пересекает плоскость; концы его отстоят от плоскости на расстояние 0,8 дм и 0,2 дм. Найти расстояние середины этого отрезка от плоскости.

1416. Отрезок MN параллелен плоскости и равен m. Отрезок NM_1, соединяющий конец N с проекцией M другого конца, составляет с плоскостью угол 60°. Определить длину отрезка M_1N.

1417. Концы отрезка MN удалены от плоскости α на 3 дм и 5 дм. Как удалена от плоскости точка, делящая данный отрезок в отношении 1 : 3?

1418. Два отрезка упираются своими концами в две параллельные плоскости. Найти длину каждого отрезка, если их проекции на одну из плоскостей равны b и $3b$, а сумма отрезков равна $5b$.

1419. Отрезки AB и CD упираются своими концами в параллельные плоскости M и N. Угол между AB и плоскостью M равен 30°, $AB + CD = 48$ см, а расстояние между параллельными плоскостями равно 12 см. Определить угол между CD и плоскостью M.

1420. Через данную точку M, взятую вне плоскости α, провести отрезок так, чтобы проекция его на плоскость α была равна самому отрезку.

1421. Через точку M, взятую вне прямой AB, проведена прямая MN. В каком положении может оказаться MN относительно AB?

1422. Из точки, отстоящей от плоскости на 5 дм, проведены две наклонные под углом 30° к плоскости, причем их проекции составляют между собой угол 120°. Определить расстояние между основаниями наклонных.

1423. 1) Через данную точку провести плоскость, параллельную данной прямой.

2) Даны плоскость и параллельная ей прямая. Через точку, взятую на плоскости, провести в этой плоскости прямую, параллельную данной прямой.

1424. Нижнее основание трапеции $ABCD$ лежит на плоскости α, а верхнее отстоит от нее на 5 см. Найти расстояние от плоскости α до точки пересечения диагоналей трапеции, если $AD : BC = 7 : 3$.

1425. В плоскости α расположена одна из сторон ромба. Расстояние противоположной стороны от той же плоскости равно 8 см. Проекции диагоналей ромба на плоскость α равны 4 см и 16 см. Определить площадь данного ромба.

1426. Через катет AC прямоугольного треугольника ABC проведена плоскость α, образующая с плоскостью треугольника угол 45°. Определить расстояние от вершины B этого треугольника до плоскости α, если известно, что катет $AC = 20$ см и $AB : BC = 5 : 3$.

1427. К плоскости равнобедренного треугольника ABC из вершины A проведен перпендикуляр $AD = 4\sqrt{3}$ см. Определить площадь треугольника BDC, если $AB = AC = 10$ см; $BC = 16$ см.

1428. Даны две параллельные плоскости α и β. Из точек A и C плоскости α проведены две наклонные AB и CD к плоскости β. Определить расстояние между этими плоскостями, если $AB + CD = 28$ см; $AB - CD = 4$ см и $A_1B : C_1D = 9 : 5$ (A_1 и C_1 — проекции точек A и C на плоскость β).

1429. Два отрезка заключены между параллельными плоскостями. Сумма этих отрезков 12 дм. Проекции отрезков на плоскость равны 1 дм и 7 дм. Найти расстояние между плоскостями.

1430. Из середины стороны ромба, равной 5 см, восставлен перпендикуляр к его плоскости, верхний конец которого отстоит от большей диагонали ромба, имею-

щей длину 8 см, на 2,5 см. Определить длину этого перпендикуляра.

1431. В треугольнике ABC угол C прямой; CD — перпендикуляр к плоскости треугольника. Точка D соединена с A и B. Определить площадь треугольника ADB, если $AC = 3$ дм; $BC = 2$ дм и $CD = 1$ дм.

1432. Через вершину прямого угла C прямоугольного треугольника ABC проведена плоскость параллельно гипотенузе на расстоянии 1 дм от нее. Проекции катетов на эту плоскость равны $\sqrt{3}$ дм и $2\sqrt{2}$ дм. Определить проекцию гипотенузы на эту плоскость.

1433. Из точки N, лежащей вне плоскости α, проведен к плоскости α отрезок NA. Он разделен точкой K в отношении $NK : KA = 4 : 5$, и из точки K проведен отрезок KL, параллельный плоскости α и равный 20 см. Отрезок, соединяющий точки N и L, продолжен до пересечения с плоскостью α в точке B. Определить длину отрезка AB.

1434. Диагональ AC квадрата $ABCD$ равна 20 см. Из точки M этой диагонали, отстоящей от вершины C на 5 см, восставлен к плоскости квадрата перпендикуляр MN длиной 5 см. Определить расстояние от точки N до вершин квадрата.

1435. Отрезок длиной 10 см пересекает плоскость; концы его удалены от плоскости на расстояние 3 см и 5 см. Найти длину проекции отрезка на плоскость.

1436. Из двух прямых, параллельных между собой и параллельных плоскости α, одна отстоит от плоскости α на 2,5 дм, а другая на 3 дм. Расстояние между проекциями этих прямых на плоскость α равно 1,2 дм. Определить расстояние между прямыми.

1437. Из двух точек плоскости, удаленных друг от друга на расстояние a, проведены две параллельные наклонные под углом φ к плоскости. Определить расстояние между ними, если расстояние между их проекциями на плоскость равно b.

1438. Отрезок AB параллелен плоскости. Из его концов проведены к плоскости две наклонные: $AC = c$ и $BD = d$. Наклонная AC составляет с плоскостью угол α. Определить угол наклонной BD с этой плоскостью $(c = \sqrt{6},\ d = 3,\ \alpha = 60°)$.

1439. Из концов отрезка, параллельного плоскости, восставлены к нему перпендикуляры под углами α и β

($\alpha > \beta$) к плоскости. Длина отрезка равна a, расстояние между точками пересечения плоскости с этими перпендикулярами равно b. Определить расстояние от плоскости до отрезка (два случая).

1440. Отрезки двух прямых, заключенные между двумя параллельными плоскостями, относятся как 2 : 3, а их углы с плоскостью — как 2 : 1. Определить эти углы.

§ 87. Двугранные углы и перпендикулярные плоскости

1441. Расстояние точки N от каждой грани двугранного угла равно 2 дм. Определить расстояние точки N от ребра двугранного угла, если перпендикуляры, опущенные из точки N на обе грани двугранного угла, составляют углы: 1) 90°; 2) 60°; 3) 120°.

1442. Линейный угол двугранного угла равен 120°. От вершины A линейного угла отложены три равных отрезка: AB и AC по сторонам линейного угла и AD по ребру двугранного угла. Определить расстояние точки D от прямой BC, считая, что $AB = a$.

1443. Двугранный угол равен 45°. На одной из граней взята точка на расстоянии 5 см от другой грани. Найти расстояние этой точки от ребра.

1444. A и B — точки на ребре прямого двугранного угла, AC и BD — перпендикуляры к ребру, проведенные в разных гранях. Найти расстояние CD, если $AB = 1{,}2$ дм, $AC = 0{,}6$ дм и $BD = 0{,}4$ дм.

1445. Точка, удаленная от ребра двугранного угла в 120° на 20 см, отстоит от каждой грани на одинаковое расстояние. Найти это расстояние.

1446. На одной из граней двугранного угла в 60° взята точка, отстоящая от другой грани на 3 дм. Определить расстояние этой точки от ребра.

1447. Отрезок длиной в 7 см имеет концы на двух взаимно перпендикулярных плоскостях и составляет с ними углы 30° и 45°. Найти длину части ребра двугранного угла, заключенного между перпендикулярами, опущенными на него из концов отрезка.

1448. Прямоугольный треугольник ABC опирается катетом AC на плоскость α, образуя с ней двугранный угол в 60°. Определить гипотенузу BC, если $AC = a$ и расстояние от вершины B до плоскости равно b.

1449. Дан двугранный угол α. Из точки, лежащей на одной грани этого угла на расстоянии a от ребра, восставлен перпендикуляр до пересечения с другой гранью. Определить длину этого перпендикуляра ($a = 6{,}06$, $\alpha = 41°55'$).

1450. Прямоугольный треугольник ABC расположен так, что гипотенуза его AB лежит на плоскости P, а катеты образуют с плоскостью P углы α и β. Определить угол между плоскостью треугольника и плоскостью P.

1451. В прямоугольном треугольнике даны гипотенуза a и острый угол α. Определить расстояние от вершины прямого угла до плоскости, которая проходит через гипотенузу и составляет угол φ с плоскостью треугольника.

1452. Треугольник, площадь которого равна S, одной стороной опирается на плоскость α и наклонен к этой плоскости под углом φ. Найти площадь проекции данного треугольника на плоскость α.

1453. Проекция треугольника ABC на плоскость β есть прямоугольный треугольник ABC_1, в котором угол C_1 — прямой, угол B равен φ и катет C_1B равен a. Найти расстояние от вершины C_1 прямого угла до плоскости треугольника ABC, если двугранный угол равен α.

1454. Плоскость параллелограмма образует с плоскостью α угол φ. Найти площадь параллелограмма, если площадь его проекции на плоскость α равна S. Вычислить площадь на логарифмической линейке при $\varphi = 30°27'$ и $S = 52$ см^2.

1455. Площадь прямоугольной прорези на скате крыши для вывода трубы равна 32,6 дм^2. Определить угол наклона ската крыши к горизонту, если поперечное сечение трубы имеет форму квадрата со стороной 5 дм. Вычислить на линейке.

1456. Четырехскатная крыша перекрывает площадь в 28 м^2. Все скаты крыши наклонены к потолку под углом $32°53'$. Найти площадь крыши.

1457. Боковой скат четырехскатной крыши представляет собой равнобочную трапецию, параллельные стороны которой 10 м и 6 м; высота трапеции равна 5 м. Площадь проекции ската на плоскость потолка равна 32 м^2. Найти угол наклона ската и высоту конька над потолком.

1458. Яркость освещения зависит от угла, образуемого световыми лучами с освещаемой поверхностью,

Пусть освещаемая площадь равна Q, а угол световых лучей с освещаемой плоскостью α.

На какую площадь падали бы те же световые лучи, если бы освещаемая площадь была перпендикулярна к световым лучам? Меньше или больше предыдущей будет эта площадь? Ярче или темнее она будет освещена?

1459. Какую горизонтальную площадь можно покрыть крышей с наклоном в $27°30'$ и с площадью 120 м^2?

§ 88. Многогранные углы

1460. Прямые OA, OB, OC, выходящие из одной точки, образуют друг с другом углы 104°, 72°, 125°. В одной или разных плоскостях лежат эти прямые?

1461. Можно ли составить трехгранный угол с такими плоскими углами: 1) 80°, 130°, 160°; 2) 90°, 120°, 150°; 3) 36°, 84°, 130°; 4) 50°, 60°, 100°.

1462. Можно ли составить выпуклый четырехгранный угол из плоских углов: 1) 30°, 70°, 130°, 50°; 2) 50°, 60°, 140°, 110°; 3) 160°, 30°, 110°, 45°.

1463. В трехгранном угле $SABC$ углы $BSC = 90°$, $ASB = 60°$, $ASC = 60°$. Доказать, что ребро SA составляет с плоскостью BSC угол 45°.

1464. В трехгранном угле один плоский угол равен 60°, два другие по 45°. Доказать, что двугранный угол между ними прямой.

1465. В куб с ребром a вписан правильный тетраэдр. Выразить как функции ребра куба: 1) ребро тетраэдра; 2) расстояние от центра тетраэдра до его граней; 3) высоту тетраэдра; 4) площадь одной грани тетраэдра. Определить: (а) двугранный угол α между смежными гранями тетраэдра, (б) сумму плоских углов при каждой вершине тетраэдра и куба.

1466. Заполнить следующую таблицу:

№№ п/п	Наименование элементов	Куб	Тетраэдр
1	Число граней		
2	Число вершин		
3	Число ребер		
4	Число диагоналей		

1467. В куб с ребром a вписан правильный октаэдр (рис. 10). Выразить как функции ребра куба: 1) ребро октаэдра; 2) расстояние от центра октаэдра до его граней; 3) сумму площадей всех граней октаэдра. Определить: (а) двугранный угол α между смежными гранями октаэдра, (б) сумму плоских углов при каждой вершине октаэдра.

1468. Указать количественное соотношение одних и тех же элементов октаэдра и гексаэдра.

1469. Чему равно отношение ребра октаэдра, вписанного в куб, к ребру этого куба?

1470. Найти отношение расстояния между противоположными вершинами октаэдра и диагонали описанного куба.

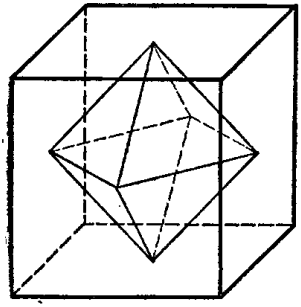

Рис. 10.

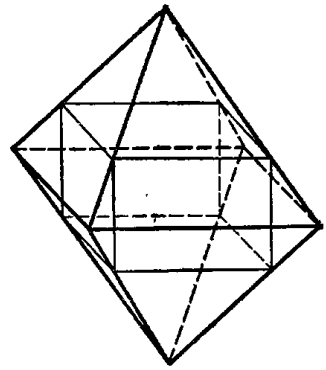

Рис. 11.

1471. Куб вписан в октаэдр с ребром a (рис. 11). Выразить как функцию ребра октаэдра: 1) ребро куба; 2) диагонали куба; 3) диагональ одной грани куба; 4) площадь одной грани куба.

1472. Дан октаэдр с ребром a. Определить площадь его осевого сечения.

1473. Найти отношение расстояния между противоположными вершинами октаэдра к диагонали вписанного в него куба.

1474. Найти отношение диагонали куба, вписанного в октаэдр, к высоте грани этого октаэдра.

1475. Дан икосаэдр с ребром b. Определить: 1) двугранный угол между смежными гранями икосаэдра; 2) расстояние между противоположными вершинами икосаэдра; 3) расстояния от центра икосаэдра до его граней; 4) сумму площадей всех его граней.

1476. В додекаэдр с ребром a вписан икосаэдр.
1) Заполнить следующую таблицу:

№№ п/п	Наименование элементов	Икосаэдр	Додекаэдр
1	Число вершин		
2	Число граней		
3	Число ребер		
4	Число диагоналей		

2) Определить: (а) сумму плоских углов при каждой вершине икосаэдра и додекаэдра, (б) двугранный угол между смежными гранями икосаэдра и додекаэдра.

3) Выразить как функцию ребра додекаэдра:

(а) расстояние между противоположными гранями додекаэдра;

(б) расстояние от центра додекаэдра до его граней;

(в) расстояние от центра додекаэдра до его вершин;

(г) расстояние от центра додекаэдра до его ребер;

(д) расстояние от центра до граней икосаэдра;

(е) длину ребра икосаэдра;

(ж) площадь грани додекаэдра;

(з) площадь грани икосаэдра.

§ 89. Параллелепипеды и призмы

1477. Можно ли куб пересечь плоскостью так, чтобы в сечении получить ромб, параллелограмм, трапецию?

1478. Ребро куба равно 3. Найти кратчайшее расстояние от его диагонали до не пересекающего ее ребра куба.

1479. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб. Диагонали параллелепипеда образуют с основанием углы 30° и 45°. Найти острый угол ромба.

1480. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 7 см. Диагональ боковой грани 5 см. Найти высоту призмы.

1481. Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к боковой грани под углом 30°. Определить наклон ее к основанию.

1482. В прямоугольном параллелепипеде измерения равны 5 см, 12 см и 16 см. Концы трех ребер, выходящих

из одной вершины, соединены. Вычислить периметр образовавшейся фигуры.

1483. Вычислить длину диагонали прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 1) 5; 6; 7; 2) 2; 4; 6; 3) 3; 3; $\sqrt{7}$.

1484. Определить диагонали прямого параллелепипеда, каждое ребро которого равно 7 см, а один из углов четырехугольника, лежащего в основании, равен 60°.

1485. Боковое ребро прямого параллелепипеда равно 8 см, стороны основания равны 11 см и 7 см, диагональ основания равна 14 см. Определить диагонали параллелепипеда.

1486. Чему равен периметр сечения, проходящего через концы трех ребер, выходящих из одной вершины куба, если ребро куба равно a.

1487. В прямоугольном параллелепипеде боковое ребро равно 0,5 дм, площадь диагонального сечения 2,05 дм^2, а площадь основания 3,6 дм^2. Определить стороны основания.

1488. В прямом параллелепипеде стороны оснований, диагональ основания и боковое ребро соответственно равны 2,9 дм, 3,6 дм, 2,5 дм, $4\sqrt{2}$ дм. Вычислить площадь сечения, проведенного через бо́льшую сторону основания и одну из вершин другого основания.

1489. Определить площадь сечения, проходящего через концы трех ребер, выходящих из одной вершины куба, если ребро куба равно a.

1490. В основании наклонного параллелепипеда лежит ромб $ABCD$ со стороной a и острым углом α. Боковое ребро равно $2a$ и наклонно к плоскости основания под углом 60°. Вычислить площади диагональных сечений, если одно из них перпендикулярно к плоскости основания.

1491 (устно). Сколько диагоналей можно провести в четырехугольной, пятиугольной и в треугольной призме?

1492 (устно). Сколько углов в пятиугольной призме: (а) плоских, (б) двугранных, (в) трехгранных?

1493. Расстояния между боковыми ребрами наклонной треугольной призмы равны соответственно 9 см, 12 см, 15 см. Боковое ребро призмы равно 14 см и составляет с плоскостью основания угол 45°. Вычислить высоту призмы и площадь перпендикулярного сечения.

1494. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна 1,5, высота призмы 2. Найти кратчайшее расстояние от стороны основания до не пересекающей ее диагонали призмы.

1495. Каждое ребро правильной треугольной призмы равно a. Провести плоскость через середину бокового ребра перпендикулярно к диагонали противолежащей боковой грани и вычислить площадь сечения.

1496. Боковое ребро наклонной призмы равно 12 см и наклонено к плоскости основания под углом 30°. Определить высоту призмы.

1497. Высота правильной треугольной призмы равна h. Через одно ребро основания и противоположную ему вершину другого основания проведена плоскость. Найти площадь сечения, если сторона основания призмы равна a.

1498. В правильной четырехугольной призме проведена плоскость через середину оси и середины двух последовательных сторон основания. Зная, что сторона основания равна a, а боковое ребро b, определить: 1) площадь полученного сечения и 2) угол между проведенной плоскостью и плоскостью основания.

1499. Основанием прямой призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 12 см и 5 см. Через боковое ребро, соединяющее вершины прямых углов оснований, и середину гипотенузы треугольника, лежащего в основании, проведена плоскость.

Доказать, что линия пересечения этой плоскости с боковой гранью параллельна указанному боковому ребру. Вычислить площадь сечения, если боковое ребро призмы равно 10 см.

§ 90. Поверхность параллелепипеда и призмы

1500. Диагональ куба равна $2\sqrt{3}$. Определить полную поверхность куба.

1501. Поверхность куба 54 дм^2. Определить его ребро.

1502. Определить поверхность прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: 5 см, 11 см, 8 см.

1503. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с диагоналями в 6 см и 8 см; диагональ боковой грани 13 см. Определить полную поверхность этого параллелепипеда.

1504. По стороне основания a и боковому ребру b определить полную поверхность правильной четырехугольной призмы ($a = 3{,}2$ см, $b = 5{,}1$ см).

1505. Плоскость, проходящая через сторону основания правильной треугольной призмы и середину противолежащего ребра, образует с основанием угол 45°. Сторона основания 4 см. Определить боковую поверхность призмы.

1506. Одно из боковых ребер призмы равно 13 см и составляет с каждой из двух смежных сторон основания угол 30°. Найти боковую поверхность призмы, если основанием призмы служит правильный треугольник со стороной в 8 см.

1507. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб с диагоналями 3 дм и 4 дм. Диагональ боковой грани равна 6,5 дм. Определить полную поверхность параллелепипеда.

1508. Вычислить полную поверхность призмы, основание которой есть ромб с диагоналями 16 см и 22 см; боковые грани призмы — квадраты.

1509. Определить боковую поверхность правильной шестиугольной призмы, если ее меньшая диагональ равна n и составляет с плоскостью основания угол γ.

1510. В основании прямой призмы лежит прямоугольный равнобедренный треугольник. Диагональ меньшей боковой грани призмы равна d и составляет с основанием угол φ. Определить боковую поверхность призмы.

1511. Меньшая диагональ прямого параллелепипеда, в основании которого лежит ромб, составляет с плоскостью основания угол α. Сторона ромба равна a, острый угол β. Определить боковую поверхность параллелепипеда.

1512. В прямоугольном параллелепипеде диагональ d образует с основанием угол β. Угол между диагональю основания и его стороной α. Определить боковую поверхность параллелепипеда ($\alpha = 21° 35'$, $\beta = 54° 24'$, $d = 17{,}89$ м).

1513. В прямом параллелепипеде основание — ромб; меньшая диагональ ромба равна d, а острый угол α. Высота параллелепипеда равна $\frac{d}{2}$. Найти его полную поверхность ($d = 25{,}87$, $\alpha = 75° 20'$).

1514. Сторона основания правильной пятиугольной призмы равна a, высота призмы равна $\frac{1}{4}d$, где d — диагональ основания. Вычислить полную поверхность призмы ($a = 23{,}79$ м).

1515. Основанием прямой призмы служит равнобедренный треугольник, в котором угол между равными сторонами a равен α. Из вершины верхнего основания проведены две диагонали равных боковых граней; угол между ними равен β. Найти боковую поверхность призмы ($a = 97{,}84$ см; $\alpha = 63° 28'$ и $\beta = 39° 36'$).

1516. В треугольной призме каждая сторона основания равна a. Одна из вершин основания имеет своей проекцией центр другого основания. Боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом α. Определить боковую поверхность призмы.

1517. В правильной пятиугольной призме сторона основания равна a, угол наклона диагонали призмы к плоскости основания равен α. Определить боковую поверхность призмы.

1518. Диагональ основания прямоугольного параллелепипеда составляет со стороной основания угол α, а с диагональю параллелепипеда угол β. Определить боковую поверхность параллелепипеда, если диагональ его основания равна l.

1519. Проекция диагонали правильной четырехугольной призмы на боковую грань равна k и составляет с диагональю призмы угол α. Определить боковую поверхность призмы.

1520. Определить боковую поверхность прямой призмы, боковое ребро которой равно b и составляет с диагональю большей боковой грани угол α. В основании призмы лежит прямоугольный треугольник с острым углом β.

§ 91. Пирамида

1521. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 14 см, а сторона основания 16 см. Найти боковое ребро.

1522. По данной стороне a и высоте h определить боковое ребро правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.

1523. Найти апофему правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной, если

сторона основания и высота каждой из них соответственно равны m и n ($m = 6\sqrt{3}$, $n = 4$).

1524. Дана пирамида, основанием которой является прямоугольник, а вершина проектируется в точку пересечения диагоналей основания. Все боковые ребра пирамиды равны 13 см, а высота — 12 см. Одна из сторон основания пирамиды равна 8 см. Найти другую сторону основания.

1525. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник, у которого основание равно 6 см, а высота 9 см; все боковые ребра равны 13 см. Определить высоту пирамиды.

1526. Построить сечение правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, проведенной через середины двух смежных боковых ребер параллельно апофеме, расположенной в противолежащей грани. Вычислить площадь сечения, если боковое ребро равно $5\sqrt{34}$ см, а высота пирамиды 20 см.

1527. Построить сечение правильной треугольной пирамиды плоскостью, проведенной через середины двух ребер основания параллельно высоте пирамиды. Вычислить площадь сечения, если радиус окружности, описанной около основания пирамиды, равен 6 см, а боковое ребро 10 см.

1528. Построить сечение правильной шестиугольной пирамиды плоскостью, проведенной через середины двух смежных боковых ребер параллельно высоте пирамиды. Вычислить площадь сечения, если радиус окружности, описанной около основания пирамиды, равен 30 см, а боковое ребро 50 см.

1529. Построить сечение правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, проведенной через середины двух смежных ребер основания параллельно противолежащему боковому ребру (секущая плоскость не пересекает высоты пирамиды). Вычислить площадь сечения, если высота пирамиды 16 см, а ребро основания $12\sqrt{2}$ см.

1530. Построить сечение правильной четырехугольной пирамиды плоскостью, проведенной через середины двух смежных боковых ребер параллельно высоте пирамиды. Вычислить площадь сечения, если боковое ребро равно 18 см, а диагональ основания $16\sqrt{2}$ см.

1531. Построить сечение правильной треугольной пирамиды плоскостью, проведенной через середины двух ребер основания параллельно апофеме пирамиды. Вычислить площадь сечения, если ребро основания равно $10\sqrt{3}$ см, а высота пирамиды 12 см.

1532. В правильной четырехугольной пирамиде плоскость, делящая двугранный угол при основании пополам, делит площадь противоположной грани в отношении 96 : 25 (считая от основания). Определить высоту пирамиды, если сторона ее основания равна 3 см.

1533. В пирамиде проведено сечение параллельно основанию, которое делит высоту пирамиды в отношении 2 : 3 (считая от вершины). Площадь основания пирамиды равна 100 см^2. Найти площадь сечения.

1534. Высота пирамиды разделена пополам и через точку деления проведена плоскость параллельно основанию. Площадь основания равна 50 см^2. Найти площадь сечения.

1535. Высота пирамиды разделена на три равные части и через точки деления проведены плоскости параллельно основанию. Площадь основания равна 100 см^2. Найти площади сечений.

1536. Высота пирамиды разделена на четыре равные части и через точки деления проведены плоскости параллельно основанию. Площадь основания равна 500 см^2. Найти площади сечений.

1537. Площадь основания пирамиды равна 400 см^2, а площадь сечения, параллельного основанию, равна 80 см^2. В каком отношении, считая от основания, площадь сечения делит высоту пирамиды?

1538. Высота пирамиды равна 30 см, а площадь сечения, параллельного основанию, относится к площади основания как 25 : 64. На каком расстоянии от основания пирамиды проведено сечение?

1539. Высота пирамиды равна 16 см; площадь основания равна 512 см^2. На каком расстоянии от вершины находится сечение, параллельное основанию, площадь которого равна 50 см^2.

1540. Высота пирамиды равна h; площадь сечения, параллельного основанию и удаленного от вершины на расстояние a, равна m. Определить площадь основания пирамиды.

1541. Ребро правильного тетраэдра равно a. Найти стороны, периметр и площадь сечения, параллельного

двум непересекающимся ребрам тетраэдра и отстоящего от его центра на расстояние $p\left(0 \leqslant p \leqslant \frac{a\sqrt{2}}{4}\right)$.

1542. Ребро правильного октаэдра равно a. Найти стороны, периметр и площадь сечения, параллельного грани октаэдра и отстоящего от его центра на расстояние $p\left(0 \leqslant p \leqslant \frac{a\sqrt{6}}{6}\right)$.

1543. Ребро куба равно a. Найти стороны, периметр и площадь сечения, перпендикулярного к диагонали куба и отстоящего от его центра на расстояние p, где $0 \leqslant p \leqslant \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

§ 92. Усеченная пирамида

1544. Боковое ребро правильной четырехугольной усеченной пирамиды равно 9 см, стороны оснований 2 см и 10 см. Найти высоту этой пирамиды.

1545. Высота правильной треугольной усеченной пирамиды равна 1 дм; стороны оснований 4 дм и 1 дм. Найти боковое ребро этой пирамиды.

1546. Стороны оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды соответственно равны 56 см и 24 см, а высота равна 63 см. Найти апофему этой пирамиды.

1547. Стороны оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды относятся как 3 : 5. Диагональ и высота пирамиды соответственно равны 6 см и 2 см. Найти стороны оснований.

1548. Площади диагональных сечений правильной четырехугольной усеченной пирамиды равны $20\sqrt{2}$ каждая; стороны ее оснований 8 и 2. Найти высоту этой пирамиды.

1549. Боковое ребро правильной треугольной усеченной пирамиды образует с основанием угол 45°; стороны оснований соответственно равны a и b $(a > b)$. Найти площадь сечения, проведенного через боковое ребро и ось пирамиды.

1550. Площадь диагонального сечения правильной четырехугольной усеченной пирамиды равна 12 см², диагональ пирамиды равна 5 см. Найти высоту пирамиды.

1551. В правильной треугольной усеченной пирамиде площадь сечения, проведенного через сторону нижнего

основания и противоположную вершину верхнего основания, равна 24 см², а двугранный угол между сечением и нижним основанием равен 30°; сторона нижнего основания пирамиды равна 8 см. Найти высоту пирамиды.

1552. Диагонали оснований правильной усеченной четырехугольной пирамиды равны d и $3d$, диагональ пирамиды равна a.

Найти площади двух параллельных сечений, одно из которых проходит через диагональ пирамиды параллельно диагонали ее основания, а другое через середину оси.

1553. Стороны оснований правильной 6-угольной усеченной пирамиды равны a и $3a$; расстояние между двумя параллельными ребрами, лежащими в плоскостях различных оснований и различных боковых граней, равно k. В пирамиде проведены два параллельных сечения: одно проходит через упомянутое ребро, а другое через середину оси. Найти площади сечений.

§ 93. Поверхность пирамиды

1554. Сторона основания и апофема правильной треугольной пирамиды соответственно равны 16 см и 6 см, а боковое ребро равно 10 см. Найти боковую поверхность пирамиды.

1555. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $\sqrt{2}$ см, а боковое ребро равно 5 см. Найти полную поверхность этой пирамиды.

1556. По стороне основания a и высоте h определить полную поверхность правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.

1557. Боковая поверхность правильной треугольной пирамиды равна $\frac{1}{4}a^2\sqrt{15}$, а сторона основания равна a. Определить угол, который образует боковое ребро пирамиды с плоскостью основания.

1558. В правильной шестиугольной пирамиде бо́льшая диагональ основания равна d, плоский угол при основании в боковой грани равен α. Определить боковую поверхность пирамиды.

1559. Апофема правильной четырехугольной пирамиды равна l, двугранный угол при основании равен α. Определить полную поверхность пирамиды.

1560. Определить сторону основания правильной четырехугольной пирамиды по ее высоте 0,2 дм и боковой поверхности 0,06 дм^2.

1561. Вычислить высоту правильной четырехугольной пирамиды, если апофема составляет с основанием угол 60° и полная поверхность равна 144 дм^2.

1562. Вычислить полную поверхность правильной 6-угольной пирамиды, сторона основания которой равна 4 см; боковое ребро равно 5 см.

1563. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна a, двугранный угол при основании равен α. Определить полную поверхность пирамиды.

1564. Радиус окружности, вписанной в основание правильной треугольной пирамиды, равен r. Двугранный угол при основании пирамиды равен φ. Определить полную поверхность пирамиды.

1565. Основанием пирамиды служит квадрат со стороной a. Из боковых граней две перпендикулярны к основанию, а две другие образуют с ним угол α. Определить полную поверхность этой пирамиды.

1566. Апофема правильной треугольной пирамиды равна k и составляет с плоскостью основания угол α. Найти полную поверхность пирамиды.

1567. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна h. Двугранный угол при основании равен α. Определить полную поверхность пирамиды.

1568. Определить полную поверхность правильной четырехугольной пирамиды, боковое ребро которой равно b, а плоский угол при вершине равен α.

1569. Определить полную поверхность правильной треугольной пирамиды со стороной основания a, которая составляет с боковым ребром пирамиды угол α.

1570. Основанием пирамиды служит ромб с диагоналями в 6 см и 8 см; высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей и равна 1 см. Определить боковую поверхность этой пирамиды.

1571. Боковая поверхность пирамиды, основанием которой является параллелограмм со сторонами 20 см и 36 см и площадью 360 см^2, равна 768 см^2. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания. Определить высоту пирамиды.

1572. Дана пирамида, в основании которой лежит параллелограмм со сторонами в 5 см и 4 см, а одна из его диагоналей равна 3 см; высота пирамиды проходит

через точку пересечения диагоналей основания. Определить высоту пирамиды, если ее полная поверхность равна $\left(22+\sqrt{136}\right)$ см^2.

1573. Дана пирамида, в основании которой квадрат, высота пирамиды проходит через одну из вершин основания и равна 21 см. Боковая поверхность пирамиды 10 дм^2. Определить сторону основания пирамиды.

1574. В правильной четырехугольной усеченной пирамиде стороны оснований соответственно равны 8 см и 2 см. Высота пирамиды равна 4 см. Найти полную поверхность пирамиды.

1575. В правильной треугольной усеченной пирамиде высота равна 10 см, а стороны оснований 60 см и 120 см. Определить боковую поверхность пирамиды.

1576. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна a, угол между боковыми гранями равен φ. Определить боковую поверхность пирамиды.

1577. В правильной n-угольной усеченной пирамиде высота равна h и стороны оснований равны a и b $(a>b)$. Определить полную поверхность этой пирамиды.

§ 94. Цилиндр и его поверхность

1578. Площадь основания равностороннего цилиндра равна $\frac{\pi Q}{4}$. Найти площадь его осевого сечения.

1579. Дан цилиндр. Площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра, равна 36 см^2, высота цилиндра равна 6 см, а радиус основания — 5 см. Найти расстояние от оси цилиндра до плоскости сечения.

1580. Дан цилиндр, радиус основания которого 5 см, а высота 8 см. Расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости, параллельной оси цилиндра, равно 3 см. Показать, что это сечение есть квадрат.

1581. В правильную треугольную пирамиду вписан равносторонний цилиндр так, что его основание лежит в плоскости основания пирамиды. Высота цилиндра равна $\frac{b\sin 2\alpha}{2\sqrt{2}\sin(45^\circ+\alpha)}$. Определить боковое ребро пирамиды, если оно наклонено к плоскости основания под углом α.

1582. Площадь основания цилиндра относится к площади осевого сечения как 5 : 6. Определить угол между диагоналями осевого сечения.

1583. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 22,5 дм и образует с плоскостью основания угол 30°. Определить боковую поверхность цилиндра.

1584. Найти полную поверхность равностороннего цилиндра, если его боковая поверхность равна 80 см^2.

1585. Осевое сечение цилиндра — квадрат, диагональ которого равна 12 см. Найти полную поверхность цилиндра.

1586. Полная поверхность цилиндра равна $3(5\pi + 8)$ см^2, а площадь его основания — 12 см^2. Определить площадь осевого сечения цилиндра.

1587. Найти боковую поверхность цилиндра, описанного около правильного октаэдра так, что две вершины октаэдра лежат в центрах оснований цилиндра, а четыре вершины — на боковой поверхности. Ребро октаэдра равно $a = 10$ см.

§ 95. Конус и его поверхность

1588. Определить угол образующей равностороннего конуса с основанием.

1589. Образующая равностороннего конуса равна 8 см. Определить высоту конуса.

1590. Площадь основания равностороннего конуса равна 54π см^2. Определить площадь осевого сечения конуса.

1591. Площадь осевого сечения равностороннего конуса равна Q. Определить площадь основания конуса.

1592. Дан конус, высота которого равна 10 см, а площадь основания равна 25 см^2. Определить площадь сечения, параллельного основанию и удаленного от основания на 3 см.

1593. Площадь основания конуса равна πa^2, а площадь сечения, параллельного основанию, равна πb^2. Сечение отстоит от основания на расстояние c. Определить высоту конуса.

1594. Высота конуса разделена на шесть частей в отношении $2:3:4:5:6:7$, считая от вершины конуса. Через точки деления проведены плоскости сечений параллельно плоскости основания, площадь которого равна πQ. Определить площади сечений.

1595. Выразить полную поверхность равностороннего конуса как функцию радиуса его основания.

1596. Выразить боковую и полную поверхность равностороннего конуса как функцию его образующей l.

1597. Выразить боковую и полную поверхность равностороннего конуса как функцию его высоты h.

1598. Боковая поверхность конуса равна 15π см^2, а его радиус равен 3 см. Найти высоту конуса.

1599. Высота конуса равна 17,1 м, а его боковая поверхность 250 м^2. Определить радиус основания.

1600. Определить полную поверхность конуса, если угол между образующей и плоскостью основания 60°, а площадь осевого сечения 10 см^2.

1601. Радиус основания конуса R, образующая наклонена к плоскости основания под углом α. Определить боковую поверхность конуса и площадь сечения, проходящего через вершину конуса под углом β к его высоте.

1602. Боковая поверхность конуса равна Q, образующая равна l. Найти угол при вершине осевого сечения конуса ($Q = 81{,}312$ м^2, $l = 10$ м).

1603. Боковая поверхность конуса развернута на плоскость и угол сектора развертки равен 216°. Радиус основания конуса 3 м. Определить высоту конуса.

1604. Угол при вершине в осевом сечении конуса равен 70° 24′. Определить угол сектора развертки его боковой поверхности.

§ 96. Усеченный конус и его поверхность

1605. Радиусы оснований усеченного конуса соответственно равны 10 см и 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найти высоту конуса.

1606. Образующая усеченного конуса наклонена к основанию под углом в 45° и равна 30 см, а радиус большего основания равен $20\sqrt{2}$ см. Определить сумму длин окружностей оснований.

1607. Площадь оснований усеченного конуса 4 м^2 и 16 м^2. Через середину высоты проведена плоскость параллельно основанию. Найти площадь сечения.

1608. Радиусы оснований усеченного конуса и образующая соответственно равны R, r и l. Определить боковую и полную поверхность этого конуса при $R = 28{,}4$ см, $r = 13{,}8$ см и $l = 20$ см.

1609. Высота усеченного конуса есть средняя пропорциональная между радиусами его оснований; сумма радиусов равна a; угол, составленный образующей усеченного конуса с плоскостью его основания, равен α.

Определить боковую поверхность этого усеченного конуса, если $a = 45{,}4$ см и $\alpha = 42° 30'$.

1610. Радиусы оснований усеченного конуса и его образующая относятся как $1 : 4 : 5$; высота равна 8 дм. Найти боковую поверхность.

1611. Площади нижнего и верхнего оснований усеченного конуса и его боковая поверхность относятся как $a : b : c$. Определить угол между образующей и плоскостью нижнего основания.

§ 97. Объем параллелепипеда, призмы и цилиндра

1612. Определить объем прямоугольного параллелепипеда по трем его измерениям: $a = 13{,}5$ дм, $b = 10{,}4$ дм, $c = 16{,}8$ дм.

1613. В прямоугольном параллелепипеде стороны оснований соответственно равны 12 дм и 20 дм, а диагональ параллелепипеда наклонена к его основанию под углом 60°. Найти объем параллелепипеда.

1614. В параллелепипеде длины трех ребер, выходящих из общей вершины, равны a, b и c. Ребра a и b взаимно перпендикулярны, а ребро c образует с каждым из них угол α. Определить объем параллелепипеда (ответ исследовать).

1615. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 13 см, а диагонали его боковых граней равны $4\sqrt{10}$ см и $3\sqrt{17}$ см. Определить объем параллелепипеда.

1616. В прямом параллелепипеде стороны основания равны a и b; острый угол между ними равен 60°. Бóльшая диагональ основания равна меньшей диагонали параллелепипеда. Найти объем параллелепипеда.

1617. В основании прямого параллелепипеда лежит параллелограмм со сторонами 1 см и 4 см и острым углом 60°. Бóльшая диагональ параллелепипеда равна 5 см. Определить его объем.

1618. Определить объем правильной шестиугольной призмы, у которой наибольшая диагональ равна d, а боковые грани — квадраты.

1619. Найти объем куба, если расстояние от его диагонали до непересекающегося с ней ребра равно d.

1620. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб, площадь которого равна Q. Площади диагональных сечений равны S_1 и S_2. Определить объем параллелепипеда.

1621. Наибольшая диагональ правильной шестиугольной призмы равна d и составляет с боковым ребром призмы угол 30°. Найти объем призмы.

1622. Найти объем наклонной треугольной призмы, основанием которой служит равносторонний треугольник со стороной, равной a, если боковое ребро призмы равно стороне основания и наклонено к плоскости основания под углом 60°.

1623. Найти объем правильной треугольной призмы, если сторона ее основания равна a и боковая поверхность равновелика сумме площадей оснований.

1624. Расстояние между непересекающимися диагоналями двух смежных боковых граней куба равно d. Определить объем куба.

1625. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 2 см, 3 см и 6 см. Найти длину ребра такого куба, чтобы объемы этих тел относились как их поверхности.

1626. Объем правильной восьмиугольной призмы равен 8 м^3, а ее высота равна 2,2 м. Найти боковую поверхность этой призмы.

1627. Площадь основания прямой треугольной призмы равна 4 см^2, площади боковых граней равны 9 см^2, 10 см^2 и 17 см^2. Определить объем призмы.

1628. Основанием параллелепипеда служит ромб со стороной a и острым углом 30°. Диагональ одной боковой грани перпендикулярна к плоскости основания, а боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 60°. Найти полную поверхность и объем параллелепипеда.

1629. Основанием прямого параллелепипеда служит параллелограмм, один из углов которого равен 30°. Площадь основания равна 4 дм^2, а площади боковых граней параллелепипеда равны 6 дм^2 и 12 дм^2. Найти объем параллелепипеда.

1630. Определить объем правильной треугольной призмы, в которой сторона основания равна a, а диагонали боковых смежных граней образуют угол α.

1631. В основании прямой призмы лежит прямоугольный равнобедренный треугольник с катетом a. Высота призмы равна h. Определить объем призмы.

1632. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна d и составляет с боковой гранью угол β. Определить объем призмы.

1633. Основанием прямой призмы служит равнобочная трапеция, параллельные стороны которой равны 5 см и 11 см, высота основания 4 см; боковое ребро призмы равно 6 см. Вычислить полную поверхность и объем призмы.

1634. Вычислить массу снега, выпавшего на один гектар слоем 8 см толщиной. Плотность рыхлого снега равна 0,17.

1635. В правильной четырехугольной призме боковое ребро равно b. Диагональ призмы составляет с боковой гранью угол β. Определить объем призмы (исследовать ответ).

1636. Диагональ прямоугольного параллелепипеда d составляет с плоскостью основания угол α, а с одной из боковых граней угол β. Определить объем параллелепипеда.

1637. В правильной треугольной призме отрезок, соединяющий центр нижнего основания с одной из вершин верхнего основания, равен l и составляет с плоскостью основания угол φ. Определить объем призмы.

1638. В основании прямого параллелепипеда — ромб с углом 30°. Плоскость сечения, проходящего через два ребра оснований, составляет с основанием угол 60°. Найти объем параллелепипеда, если сторона ромба равна a.

1639. Определить объем правильной шестиугольной призмы, если ее бóльшая диагональ равна k и составляет с основанием угол α.

1640. В основании прямой призмы лежит четырехугольник с диагоналями m и n и углом между ними α. Высота призмы равна среднему арифметическому диагоналей основания. Определить объем призмы.

1641. Радиус основания равностороннего цилиндра равен R. Выразить объем цилиндра как функцию радиуса.

1642. Чугунная труба, внутренний диаметр которой равен $2r$ см, а внешний $2R$ см, имеет длину l см. Определить массу трубы (плотность чугуна 7,8 г/см^3).

1643. Масса медной трубки, длина которой 40 см, равна 1 кг. Определить внешний диаметр трубки, если ее внутренний диаметр равен 3 см (плотность меди 8,9 г/см^3).

1644. Объем цилиндра равен $16/\pi$. Боковая поверхность цилиндра развертывается в квадрат. Определить сторону развертки.

1645. Осевое сечение цилиндра — квадрат, диагональ которого равна 4 дм. Найти объем цилиндра.

1646. Боковая поверхность цилиндра развертывается в квадрат со стороной 2 дм. Найти объем цилиндра.

1647. Высота цилиндрической консервной банки, емкость которой равна 500 $см^3$, равна диаметру ее дна. Вычислить с точностью до 0,5 мм радиус и высоту этой банки.

1648. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 22,5 дм и образует с плоскостью основания угол 30°. Определить боковую поверхность и объем цилиндра.

§ 98. Объем пирамиды и конуса

1649. Боковая поверхность правильной треугольной пирамиды равна 18 дм. Вычислить объем этой пирамиды, если высота боковой грани 4 дм.

1650. Апофема правильной четырехугольной пирамиды равна 19 см, а диагональ основания 6 см. Найти боковую поверхность и объем пирамиды.

1651. Длина ребра правильного тетраэдра равна a; определить его поверхность и объем.

1652. Длина ребра правильного октаэдра равна a; определить его поверхность и объем.

1653. Вычислить объем и полную поверхность пирамиды, основание которой — прямоугольник со сторонами 2,8 см и 4,5 см; высота пирамиды равна диагонали основания.

1654. Основанием пирамиды служит прямоугольник с меньшей стороной a. Найти объем пирамиды, если две боковые грани перпендикулярны к основанию, а две другие наклонены к основанию под углами 30° и 60°.

1655. Основанием пирамиды служит прямоугольник со сторонами 6 см и 15 см, высота проходит через точку пересечения диагоналей основания, боковая поверхность равна 126 $см^2$. Определить объем этой пирамиды.

1656. В правильной четырехугольной пирамиде вершина основания удалена от противолежащего бокового ребра на расстояние m. Ребро образует с основанием угол φ. Определить объем пирамиды.

1657. Найти объем пирамиды, в основании которой лежит параллелограмм со сторонами 12 см и 15 см и острым углом 30°; высота пирамиды равна 30 см.

1658. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна H, угол при вершине диагонального сечения 2α. Определить объем пирамиды.

1659. В основании пирамиды, боковые грани которой наклонены к основанию под углом α, лежит прямоугольная трапеция с острым углом β. Определить объем пирамиды, если ее высота равна h.

1660. В правильной треугольной пирамиде центр основания удален от боковой грани на расстояние m. Боковая грань составляет с плоскостью основания угол α. Определить объем пирамиды.

1661. В треугольной пирамиде все боковые ребра равны и наклонены к плоскости основания под углом β. Две стороны основания имеют длину b. Угол между равными сторонами основания равен α. Определить объем пирамиды.

1662. Боковые грани правильной четырехугольной пирамиды наклонены к плоскости основания под углом α; радиус окружности, описанной около основания пирамиды, равен R. Определить объем пирамиды.

1663. Образующая конуса равна 36,7 дм и составляет с его осью угол 18°. Определить объем конуса.

1664. Площадь осевого сечения конуса 4,8 дм^2; высота конуса 3 дм. Найти объем конуса.

1665. Найти объем равностороннего конуса, если его высота равна $h = 3$ дм.

1666. В равностороннем конусе сторона осевого сечения равна 8 дм. Найти (с точностью до 0,1 дм) полную поверхность и объем конуса.

1667. Образующая конуса равна 2 дм и составляет с плоскостью основания угол 60°. Определить объем конуса.

1668. Длина образующей конуса равна $3\sqrt{3}$ см, а длина окружности основания $2\sqrt{2}\pi$ см. Найти объем конуса.

1669. Найти объем равностороннего конуса, сторона осевого сечения которого равна 40 см.

1670. Площадь основания конуса 9π см^2; полная поверхность его 24π см^2. Найти объем конуса.

1671. Высота и образующая конуса относятся как 4 : 5, а объем конуса 96π см^3. Найти его полную поверхность.

1672. Высота конуса 6 см, а боковая поверхность 24π см^2. Определить объем конуса.

§ 99. Объем усеченной пирамиды и усеченного конуса

1673. В правильной четырехугольной усеченной пирамиде диагонали оснований соответственно равны 8 см и 16 см, а высота равна 9 см. Найти объем этой пирамиды.

1674. В правильной четырехугольной усеченной пирамиде стороны основания равны 12 см и 20 см; апофема 5 см. Найти объем этой пирамиды.

1675. В правильной четырехугольной усеченной пирамиде диагонали оснований 36 см и 16 см, а апофема равна $\sqrt{131}$ см. Найти объем этой пирамиды.

1676. Объем правильной четырехугольной усеченной пирамиды равен $10^1/_3$ м^3, а стороны оснований — 5 м и 1 м. Найти боковое ребро этой пирамиды.

1677. Пирамиду, площадь основания которой 245 м^2, а высота 35 м, рассекли плоскостью, параллельной основанию, на две пирамиды — полную и усеченную. Определить объем каждой из них, если площадь основания отсеченной полной пирамиды равна 80 м^2.

1678. Объем усеченной пирамиды равен 475 м^3, а высота 15 м; площади ее оснований относятся как 4 : 9. Определить объем полной пирамиды.

1679. В правильной четырехугольной усеченной пирамиде сторона нижнего основания и боковое ребро равны a. Плоский угол боковой грани при нижнем основании равен α. Определить боковую поверхность пирамиды.

1680. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде сторона нижнего основания равна $4a$, боковая грань наклонена к основанию под углом α. Апофема пирамиды равна $2a$. Определить объем пирамиды.

1681. В правильной шестиугольной усеченной пирамиде стороны оснований равны a и b $(a > b)$, а двугранный угол при основании равен α. Определить объем пирамиды.

1682. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды 30 м и 20 м, а боковая поверхность равновелика сумме площадей оснований. Определить объем этой пирамиды.

1683. В правильной n-угольной усеченной пирамиде стороны оснований a и b, а боковое ребро составляет

с плоскостью большего основания угол α $(a > b)$. Определить объем этой пирамиды.

1684. Определить боковую поверхность и объем усеченного конуса, если его образующая составляет с плоскостью основания угол 60°, а площади оснований равны 25π см^2 и 64π см^2.

1685. Радиусы оснований усеченного конуса 20 см и 10 см. Образующая наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найти объем конуса.

1686. Найти высоту усеченного конуса, если его объем равен 20 дм^3 и радиусы оснований 3 дм и 1 дм.

1687. Усеченный конус, у которого радиусы оснований 3 см и 5 см, и полный конус такой же высоты равновелики. Чему равен радиус основания полного конуса?

1688. Высота усеченного конуса равна 3 см. Радиус одного основания вдвое больше радиуса другого, а образующая наклонена к основанию под углом 45°. Найти объем этого конуса.

1689. Объем усеченного конуса равен 248π см^3; его высота 8 см, радиус одного из оснований 4 см. Определить радиус второго основания.

1690. Радиусы оснований усеченного конуса R и r; образующая наклонена к большему основанию под углом α $(R > r)$. Определить объем этого конуса.

1691. Отношение площадей оснований усеченного конуса равно 4; образующая равна l и наклонена к плоскости основания под углом α. Определить объем конуса.

1692. В усеченном конусе помещается полный конус, имеющий с ним общее меньшее основание, общую высоту и образующие, соответственно параллельные образующим усеченного конуса. Определить объем усеченного конуса, зная угол $\alpha = 65° 49'$ между продолжениями его образующих, каждая из которых равна $a = 24{,}9$ дм.

§ 100. Шар и его части

1693. Радиус земного шара ≈ 6370 км. Определить длину экватора.

1694. Радиус земного шара ≈ 6370 км. Найти длину тропика (широта $23° 27'$) и полярного круга (широта $66° 33'$).

1695. Москва находится на 56° северной широты. Зная радиус земного шара из задачи 1693, найти радиус этого круга широты.

1696. Плоскость, перпендикулярная к диаметру шара, делит диаметр на две части: 3 см и 9 см. На какие части делится поверхность шара?

1697. Две параллельные плоскости, перпендикулярные к диаметру шара, делят его на три части: 2 см, 4 см и 6 см. Определить поверхность шара, образовавшихся сферических сегментов и сферического пояса.

1698. Поверхность шара равна 80π. Определить диаметр шара.

1699. Поверхность сферического сегмента, высота которого равна 10 см, равна 200π см^2. Определить радиус соответствующего шара.

1700. Поверхность сферического пояса, высота которого равна 15 см, равна 900π см^2. Определить радиус соответствующего шара.

1701. Радиус сферического сектора 45 см, угол осевого сечения 120°. Найти поверхность этого сектора.

1702. Поверхность сферического пояса равна 400π см^2, а его высота 10 см. Определить поверхность сферического сектора этого же шара; угол осевого сечения сектора равен 60°.

1703. В шаре проведены по одну сторону от центра два параллельных сечения; площади их равны 49π дм^2 и 4π м^2, а расстояние между ними 9 дм. Определить поверхность шара.

1704. Поверхность шара равна 324π см^2. Определить объем шара.

1705. Поверхность сферического сегмента, высота которого 8 см, равна 32π см^2. Найти объем шара.

1706. Плоскость, перпендикулярная к диаметру шара, делит его на отрезки, равные 3 см и 9 см. На какие части делится объем шара?

1707. Радиус шара 75 см, а радиус окружности основания сферического сектора этого шара 60 см. Определить объем сектора.

1708. Радиусы оснований сферического слоя 3 м и 4 м, а радиус его сферической поверхности 5 м. Определить объем слоя (два случая).

1709. Образующая конуса составляет с его осью угол $\alpha = 35° 18'$. Определить отношение объема этого конуса к объему описанного около него шара.

1710. Определить объем шара, описанного около усеченного конуса, в котором радиусы оснований R и r, а образующая наклонена к плоскости нижнего основания под углом α.

1711. Дуга осевого сечения сферического сегмента $\alpha = 65° 28'$; радиус шара, от которого отделен сегмент, $R = 24$ дм. Определить сферическую поверхность сегмента.

1712. Основанием пирамиды служит ромб со стороной a и острым углом α; двугранные углы при основании равны φ. Определить радиус шара, вписанного в эту пирамиду.

1713. Найти радиус шара, вписанного в пирамиду, основанием которой служит треугольник со сторонами 13 см, 14 см и 15 см; вершина пирамиды удалена от каждой стороны основания на 5 см.

1714. Найти объем шара, вписанного в правильную четырехугольную пирамиду, сторона основания которой 12 см, а высота равна 8 см.

1715. В правильную треугольную пирамиду, боковая грань которой наклонена к плоскости основания под углом α, вписан шар, объем которого равен m дм^3. Определить объем пирамиды.

§ 101. Тела вращения

1716. Прямоугольный треугольник с гипотенузой a и острым углом α вращается вокруг гипотенузы. Определить объем тела вращения.

1717. Ромб с меньшей диагональю d и углом α вращается вокруг оси, перпендикулярной к его стороне и проходящей через вершину острого угла. Определить поверхность тела вращения.

1718. В основание конуса вписан квадрат со стороной a. Плоскость, проходящая через вершину конуса и одну из сторон этого квадрата, дает в сечении треугольник, угол при вершине которого α. Найти объем конуса.

1719. Определить объем тела, полученного при вращении параллелограмма вокруг большей стороны, если известно, что меньшая сторона параллелограмма равна a, острый угол равен α и угол, составленный меньшей диагональю параллелограмма с бо́льшей его стороной, равен β.

1720. Сторона ромба равна a, острый угол 2α; этот ромб вращается вокруг оси, проходящей через вершину данного угла параллельно меньшей диагонали. Определить объем тела, полученного при вращении.

1721. В треугольнике ABC даны углы α и β, прилежащие к стороне AC, и высота h, опущенная на сторону AC. Определить объем тела, образованного вращением треугольника вокруг стороны AC.

1722. В треугольнике ABC даны углы α и β, прилежащие к стороне AC, и высота h, опущенная на сторону AC. Определить объем тела, образованного вращением треугольника ABC вокруг прямой, проведенной через вершину B параллельно стороне AC.

1723. Определить поверхность тела, образуемого вращением равнобедренного треугольника вокруг прямой, параллельной основанию треугольника и проходящей через его вершину, если известно, что высота равнобедренного треугольника равна h и угол при вершине равен α.

1724. Определить отношение объемов двух тел, образуемых вращением равнобедренного треугольника с углом при основании α, вокруг одной из боковых сторон и вокруг основания.

1725. Прямоугольный треугольник с острым углом α вращается один раз вокруг катета, противолежащего углу α, а второй раз вокруг другого катета. Найти отношение поверхностей и объемов получающихся при таких вращениях конусов.

1726. Ромб, у которого меньшая диагональ d и острый угол α, вращается вокруг стороны. Определить объем тела вращения.

1727. Определить объем тела, полученного при вращении равнобедренного треугольника с углом при вершине α вокруг оси, проходящей через конец основания параллельного одной из боковых сторон, равной a.

1728. Параллельные стороны трапеции суть $AB = m$ и $CD = n$, а углы, прилежащие к AB, равны α и β. Определить объем тела, полученного при вращении трапеции вокруг стороны AB.

1729. Тупоугольный треугольник с острым углом α и прилежащей меньшей стороной a вращается вокруг стороны, лежащей против тупого угла. Определить

объем тела вращения, если другая меньшая сторона составляет угол β с высотой, проведенной из вершины тупого угла.

1730. В треугольнике даны катет a и противолежащий ему угол α. Определить объем тела, полученного при вращении этого треугольника вокруг оси, лежащей в плоскости треугольника и проходящей вне треугольника через вершину прямого угла под углом α к данному катету.

1731. Равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона равна b, а угол при вершине α, вращается около боковой стороны. Определить объем и поверхность тела вращения ($\alpha = 120°$).

1732. Равнобедренный треугольник с высотой h, опущенной на основание, и углом при основании α вращается вокруг оси, расположенной в плоскости треугольника параллельно высоте на расстоянии от нее, равном боковой стороне. Определить объем тела вращения.

1733. Прямоугольник вращается вокруг оси, проведенной через вершину параллельно диагонали; периметр прямоугольника равен $2p$, угол между диагональю и большей стороной равен α. Найти поверхность тела вращения.

1734. Сумма радиуса основания и образующей конуса равна m, а угол, составленный образующей конуса с плоскостью основания, равен α. Вычислить полную поверхность конуса.

1735. В треугольнике даны основание a и прилежащие углы α и $90° + \alpha$. Определить объем тела, полученного от вращения этого треугольника около его высоты.

1736. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна c, острый угол α. Найти объем тела, образованного вращением этого треугольника около прямой, проведенной через вершину прямого угла параллельно гипотенузе.

1737. Площадь прямоугольного треугольника равна S; один из острых углов равен α. Через вершину этого острого угла проведена прямая, перпендикулярная к гипотенузе и лежащая в плоскости треугольника. Определить объем тела, образуемого вращением треугольника около упомянутой оси.

1738. Площадь равнобедренного треугольника Q, а угол при вершине β. Вычислить полную поверхность тела, образованного вращением этого треугольника около прямой, перпендикулярной к основанию и проведенной через один из его концов.

1739. В треугольнике даны стороны b и c и угол между ними α; этот треугольник вращается около оси, которая проходит вне его через вершину угла α и образует равные углы со сторонами b и c. Определить объем тела вращения.

ОТВЕТЫ

Глава 1

5. 1) 3; 2) $1\frac{131}{180}$; 3) 2; 4) 5,74. **6.** 1) $4\frac{8}{15}$; 2) $\frac{1241}{12\,491}$; 3) 152,3; 4) 40,06; 5) $1\frac{17}{55}$; 6) $3\frac{55}{57}$. **7.** 1) 4; 2) 4; 3) $\frac{1}{9}$; 4) $\frac{8}{33}$; 5) 0,3; 6) $1\frac{167}{328}$; 7) 30; 8) $75\cdot10^{-5}$. **8.** 1) 1,632 т; 2) 4,5 т; 3) $\approx$ 155,5 га; 4) 64,35. **9.** 51%. **10.** 0,2 т. **11.** $2132\frac{4}{13}$. **12.** $\approx$2,27%; $\approx$ 2,55%; $\approx$ 3,85%; $\approx$ 5,31%. **13.** 1) 25%; 2) 50%; 3) $\approx$ 38%; 4) $\approx$ 14,3%. **14.** 1) $3a^2+5a-7$; 2) x^2+3; 3) $-4x^2+2xy-6y^2$; 4) $5a^2+3a-10$. **15.** 1) $2y$; 2) $4xy$; 3) x^2+3y^2; 4) $(a-b)+2$. **16.** $14\frac{11}{15}$. **17.** 12. **18.** -1. **19.** 1) $7a^2b^2(ab+7)$; 2) $8y^3(2x-y)$; 3) $15x^m(x-4)$; 4) $(b^m-c^m)(b^m+c^m)$; 5) $a^{n+2}(b^m-c^m)(b^m+c^m)$; 6) $a^{m-n-4}(a^{2n+7}-1)$. **20.** 1) $x(a-b)(5-3x-6x^2)$; 2) $m(x^2+1)\times$ $\times(3-2m+4m^2)$; 3) $4x(a+b+c)(x+1)^2$; 4) $16x^2(p-q)(x+1)^2$. **21.** 1) $(a-b)(x^2+x-1)$; 2) $(a+b)(x^2-x+1)$; 3) $x(a+b-c)\times$ $\times(x+1)$; 4) $x(a+b+c)(x-1)$. **22.** 1) $(a+b+1)(a+b-1)$; 2) $(m-n+2)(m-n-2)$; 3) $(3+m-n)(3-m+n)$; 4) $(2m-5n+6)\times$ $\times(2m-5n-6)$; 5) $(m+n+p-q)(m+n-p+q)$. **23.** 1) $(x^4-x^2+1)\times$ $\times(x^2+x+1)(x^2-x+1)$; 2) $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$; 3) $(a+1)\times$ $\times(a+2)(a+3)$; 4) $(a-2)(2a^2+5a+6)$; 5) $(a+1)(a+2)(a+5)$; 6) $(a^2+a+1)(a^2+5)$; 7) $2xy(6x+5y)(36x^2-30xy+25y^2)$; 8) $x(x-1)(x+1)$. **24.** 1) $\frac{a}{a+b}$; 2) $\frac{a^2-b^2}{a^2b^2}$; 3) $\frac{p}{p+q}$; 4) $\frac{2}{b}$. **25.** $\frac{c-b}{2(a-b)}$. **26.** $-\frac{40}{817}$. **38.** 0,0014%. **40.** 1,2%. **41.** 60 кг ($\pm$1,2). **42.** 0,073%. **43.** 0,003%. **44.** 251 см^2 ($\pm$ 0,85%). **45.** 0,0064%. **46.** 0,006%. **47.** 0,064%. **48.** 0,9 мм. **49.** Второе. **50.** Последняя едня цифра 2 ненадежная. **51.** 0,22%. **52.** 0,16%. **53.** 0,15 кг. **54.** 0,3%. **55.** 0,68%. **56.** 0. **57.** 0,1%. **58.** 38,5 кг; 0,4%. **59.** 24; 0,95. **60.** 0,2 см; 0,05. **61.** 7,93; 0,08%. **62.** 0,5%. **63.** $133\cdot10$ ($\pm$0,3%). **64.** 8,1 ($\pm$0,079).

65. 76,8 см ($\pm$ 0,4 см). **66.** 0,33%. **67.** 106,6 м ($\pm$ 0,05%). **68.** 97 ($\pm$3,2) см^3. **69.** 13,333 ($\pm$0,001). **70.** 28,5 ($\pm$0,1%). **71.** 22,6 ($\pm$0,1%). **72.** 21,6 ($\pm$0,03) см. **73.** 57 см. **74.** 0,2%. **75.** 0,0043. **87.** [2; 8]. **89.** {1; 2; 3; 6; 9; 18}. **91.** 1) [2; 5]; 2) [1; 7]. **94.** 1) 9,60628...; 2) 0,9453...; 3) 1,38650...; 4) 2,6007...; 5) 231,32157...; 6) 3,58765. **95.** 1) $37\frac{7}{9}$; 2) $30\frac{28}{75}$; 3) $27\frac{431}{495}$; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $4\frac{5}{9}$; 6) $4\frac{8}{99}$; 7) $2\frac{7}{15}$; 8) $\frac{7}{18}$. **96.** 1) 3,145; 2) 3,968; 3) 5,872; 4) 7,003; 5) 2,510; 6) 1,633. **97.** 1) 5,198; 2) 5,843; 3) 5,873. **98.** 1) 4,60; 2) 6,00; 3) 15,00; 4) 625,00; 5) 16,00; 6) 49,00. **99.** 1) 0,6; 2) 1,5; 3) 1,5. **100.** 1) 0,2; 2) 24,3; 3) 25. **101.** 1) 11,456...; 2) 5,20987... **102.** 1) 25,038...; 2) 0,72... **106.** См. рис. 12; $10\frac{2}{3}$ ед^2. **108.** См. рис. 13. **109.** 2) См. рис. 14. **113.** См. рис. 15; 18 ед^2. **115.** -3; 11. **117.** (1; 2). **119.** (-6; 0); (0; 3); (6; 0); (0; -3). **122.** 1) $-1\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $-1\frac{1}{2}$. **123.** 1) -4; 2) 2; 3) 1; 4) 3. **124.** 1,5. **125.** -5. **127.** 1) (2; 1); 2) (2; 1); 3) (2; 1); 4) (3; 2); 5) (3; 2); 6) (3; 2). **128.** 1) $k_1 \neq k_2$; 2) $k_1 = k_2$, $b_1 \neq b_2$; 3) $k_1 = k_2$, $b_1 = b_2$. **129.** 1) См. рис. 16; 2) см. рис. 17; 3) см. рис. 18; 5) см. рис. 19; 6) см. рис. 20; 7) см. рис. 21; 8) см. рис. 22. **130.** $c = \frac{100}{n}$. **131.** $xy = 24$; $x > 0$; $y > 0$. **137.** См. рис. 23; $ah = 18$. **139.** 1) См. рис. 24; 2) см. рис. 25; 3) см. рис. 26. **140.** 1) $-1\frac{4}{7}$; 2) 2. **141.** 1) См. рис. 27; 2) см. рис. 28; 4) см. рис. 29; 6) см. рис. 30. **142.** 1) 0; -3; 2) -3; 3) решений не имеет; 4) -6; $-1\frac{1}{3}$. **143.** 1)—4) Решений не имеет; 5) $3\frac{2}{7}$; 6) 1. **144.** 1) 3; 2) 4. **145.** $-\frac{1}{2}$. **146.** Решений не имеет. **147.** Нет решений. **148.** 1) $\frac{1-m}{b(1+m)}$; 2) $\frac{k+1}{b-k}$; 3) $\frac{v(1+um)}{um-1}$; 4) $\frac{d^2-n^2}{2n}$; 5) $\frac{a(t-m)}{t+m}$. **149.** 1) $a+b$; 2) $m-an-n$; 3) am; 4) $d-c$. **150.** $\frac{3}{5}$. **151.** $\frac{1}{3}$. **152.** 1) (3, 2); 2) (1; 1); 3) (0,2; -1); 4) (0,2; -1); 5) (2; 3); 6) (2; 3). **153.** 1) (5; -8); 2) (98; 164); 3) $\left(\frac{11}{23}; \frac{14}{23}\right)$; 4) $\left(1\frac{9}{28}; \frac{5}{8}\right)$. **154.** 1) (0; 1; -1); 2) (2; 2; 2); 3) (1; 2; 3); 4) (2; 1; 2); 5) (3; 2; 1); 6) (1; 3; 4). **155.** 1) (1; 1; 1); 2) (1; 1; 1); 3) (1; 1; 1); 4) (1; 3; 2). **156.** 1) (9; 7; 5; 3; 1); 2) $\left(\frac{3a-2b+c}{21}; \frac{3b-2c+d}{24};\right.$

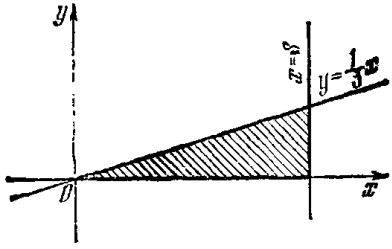

Рис. 12.

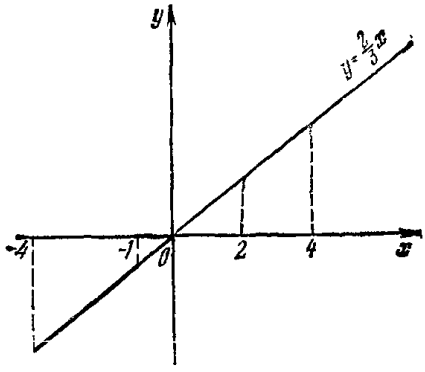

Рис. 13

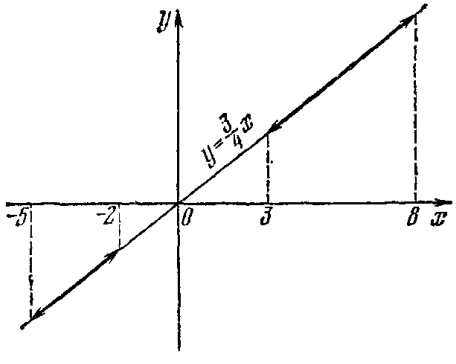

Рис. 14.

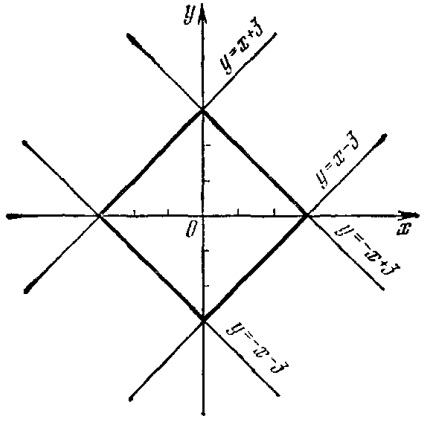

Рис. 15.

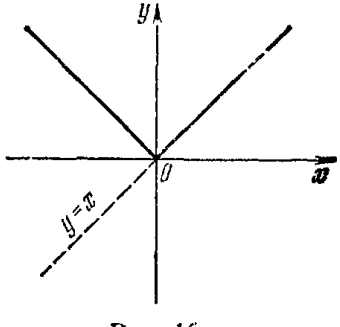

Рис. 16.

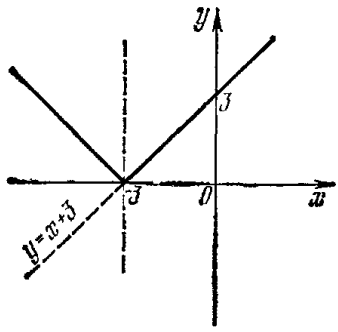

Рис. 17.

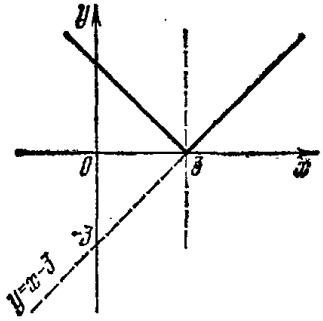

Рис. 18.

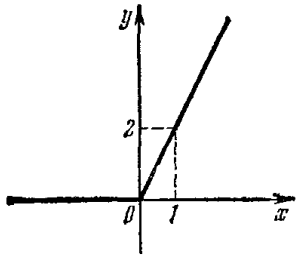

Рис. 19.

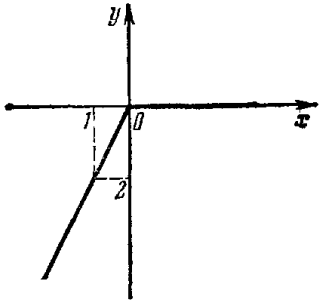

Рис. 20.

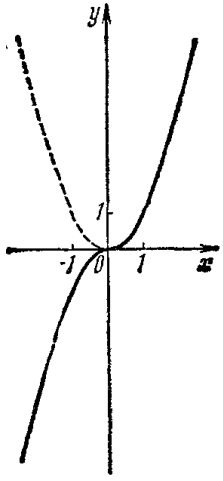

Рис. 21.

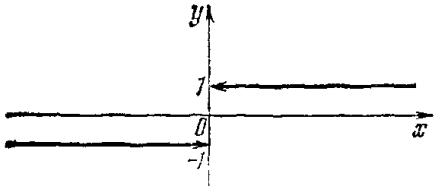

Рис. 22.

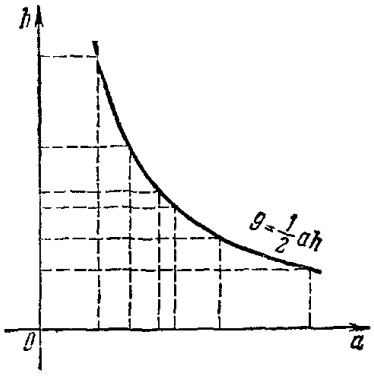

Рис. 23.

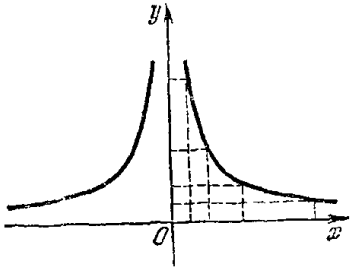

Рис. 24.

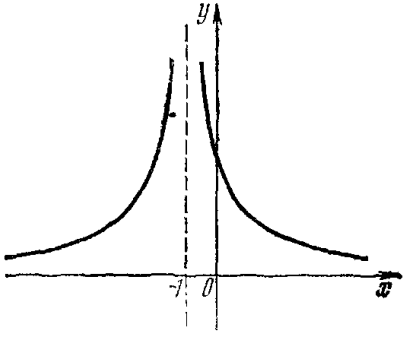

Рис 25.

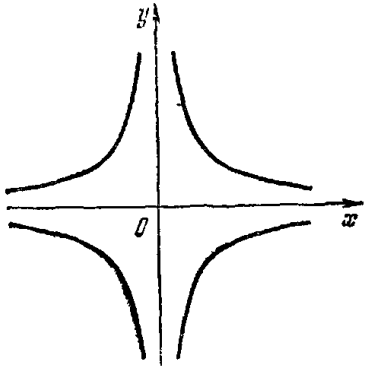

Рис. 26.

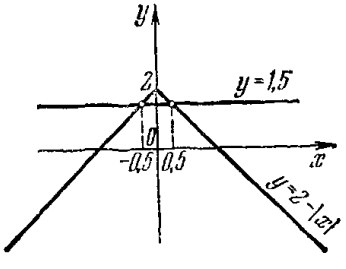

Рис. 27.

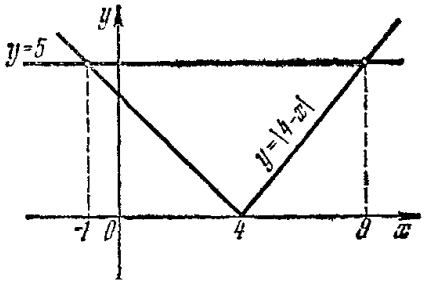

Рис. 28.

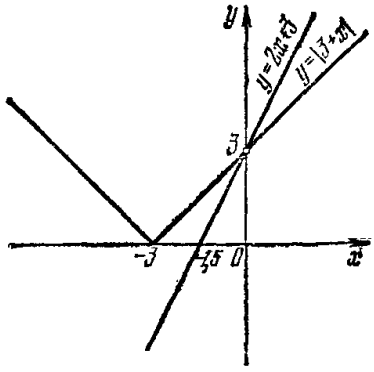

Рис. 29.

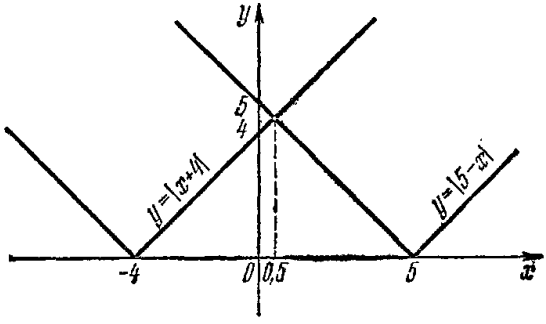

Рис. 30.

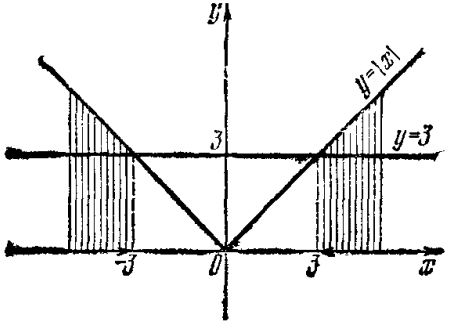

Рис. 31.

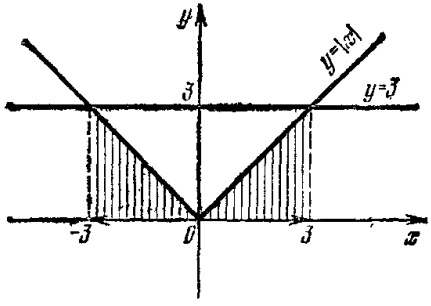

Рис. 32.

$\frac{3c-2d+a}{24}; \frac{3d-2a+b}{24}\Big)$; 3) (1; 1; 1; 1); 4) (1; 1; 1; 1).

157. 1) $\left(\frac{c+d}{2a}; \frac{c-d}{2b}\right)$; 2) $\left(\frac{21m-10n}{5}; \frac{20n-9m}{5}\right)$.

158. 1) $\left[\frac{(2a+b)^2}{2(a+b)}; \frac{(2a-b)^2}{2(a-b)}\right]$; 2) решений не имеет; 3) $[(a-c+b); (a+c-b)]$; 4) $\left(\frac{5k+4nl}{m+n}; \frac{5k-4ml}{m+n}\right)$.

159. 1) $\left(\frac{1}{a-2}; \frac{1}{a+2}\right)$; 2) $\left(\frac{2}{a+b}; \frac{2}{a-b}\right)$; 3) $\left(\frac{a-b}{c-b}; \frac{a-b}{a-c}\right)$; 4) $\left(2a-1; \frac{2a+1}{a}\right)$. **160.** 1) $\frac{a(a-c)}{a^2+b^2}; \frac{b(a-c)}{a^2+b^2}$; 2) (a^2+b^2); (a^2-b^2). **161.** При $a=3$ и $b=5$ бесконечное множество решений; при $a=3$ и $b\neq 5$ решений не имеет. **162.** 1) $23<25$; 2) $-23>-25$; 3) $-4{,}8>-17$. **163.** 1) $3\leqslant x\leqslant 8$; 2) $3<x<8$; 3) $3\leqslant x<8$ или

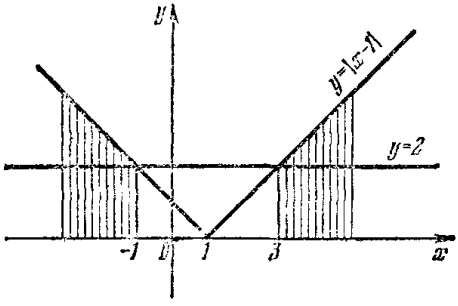

Рис. 33.

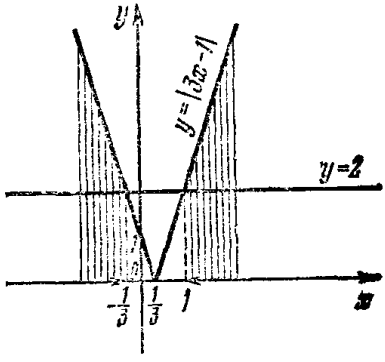

Рис. 34.

$3<x\leqslant 8$. **165.** $ab>0$. **166.** $c=d>0$. **178.** 1) $x>1$; 2) $x>3\frac{1}{3}$; 3) $x>-4$; **179.** 1) $x<-3$; $x>3$; см. рис. 31; 2) $-3<x<3$; см. рис. 32; 3) $x\leqslant -1$; $x\geqslant 3$; см. рис. 33. **180.** 1) $x<-\frac{1}{3}$ и $x>1$; см. рис. 34; 2) $-1\frac{1}{2}<x<1$; см. рис. 35. 3) $x\leqslant -1$ и $x\geqslant 5$; см. рис. 36. **181.** 1) $-3\leqslant x\leqslant 1$; см. рис. 37; 2) $x<-8$ и $x>-2$; см. рис. 38; 3) $2\leqslant x<8$; см. рис. 39. **182.** 1) $0{,}5\leqslant x<2$; 2) $-0{,}5\leqslant x\leqslant 2$; 3) $2\geqslant x\geqslant -6$; 4) $1<x<5$. **183.** 1) $5<x+y<12$; 2) $6{,}2<x+y<13$; 3) $5<x+y<13$; 4) $4\frac{1}{2}<x+y<8$.

184. 1) $-2{,}5<x<1$; 2) $x>7\frac{3}{7}$; 3) $-5<x<-4$ и $x>6$; 4) несовместна. **185.** 1) $x>1\frac{3}{4}$; 2) $x<-\frac{17}{13}$; 3) $m>1$; 4) несовместна;

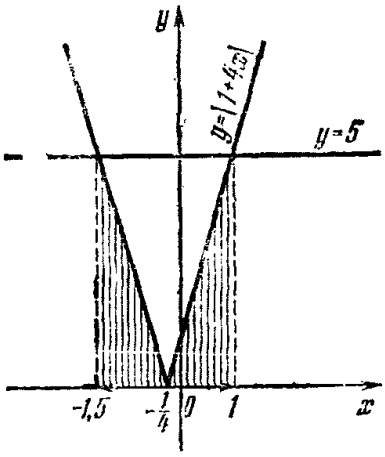

Рис. 35.

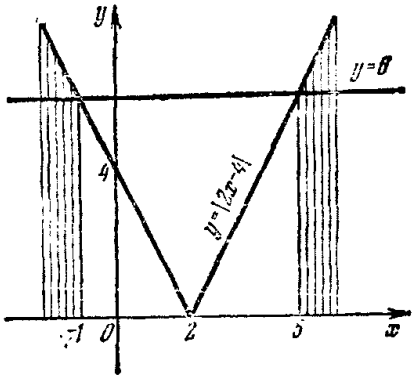

Рис. 36.

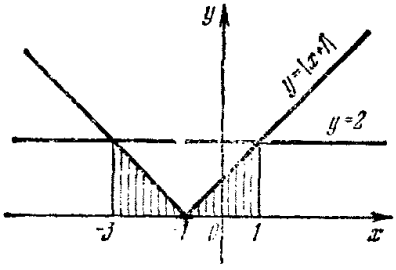

Рис. 37.

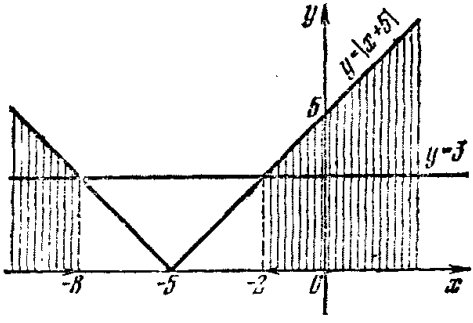

Рис. 38.

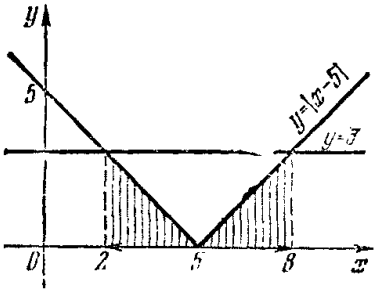

Рис. 39.

5) $x<-6$. **186.** 1) $-\frac{4}{11}<x<\frac{9}{5}$; 2) $x>\frac{12}{19}$. **187.** $k=7$; 8; 9; 10; 11; ... **188.** $a=0$; $x=1$; $y=\frac{1}{2}$. **189.** 0; 1; 2; 3; 4; 5. **202.** 1) $x\geqslant 4$; 2) $x\geqslant 2$; 3) $x\geqslant\frac{4}{5}$; 4) $x\geqslant -6$; 5)–8) вся числовая ось.

203. 1) $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & \text{при } a>0,\\ -a & \text{при } a<0,\\ 0 & \text{при } a=0;\end{cases}$ 2) $\sqrt{(-1)^2}=-(-1)=1$; 1;

3) $\sqrt{(-15)^2}=15$; 4) $\sqrt{(-3)^2}=3$; 5) $\sqrt{(2-x)^2}=\begin{cases} 2-x & \text{при } x<2,\\ x-2 & \text{при } x>2,\\ 0 & \text{при } x=2.\end{cases}$

204. 3) x^2+x+1; 4) $\sqrt{x^2+2x+1}=|x+1|=\begin{cases} x+1 & \text{при } x>-1,\\ -(x+1) & \text{при } x<-1,\\ 0 & \text{при } x=-1.\end{cases}$

206. 1) $2-\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{3}-1$; 3) $\sqrt{2}-1$. **207.** 1) $\sqrt{5}-2$; 2) $2-\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{10}-3$. **208.** 1) $7-x$; 2) $x-7$; 3) $12-x$; 4) $x-12$. **209.** 1) $\sqrt[2n\pm 1]{-a}=-\sqrt[2n\pm 1]{a}$ при $a\geqslant 0$; 2) $\sqrt[3]{-10}=-\sqrt[3]{10}$; 3) $-\sqrt[3]{15}$; 4) $-\sqrt[5]{3}$; 5) $-\sqrt[7]{4}$; 6) $-\sqrt[3]{3-x}$; 7) $\sqrt[3]{3x-7}$; 8) $\sqrt[3]{4x-10}$. **210.** 1) 4; 2) $2\sqrt{2}$; 3) $\sqrt{2}$; 4) $\sqrt{5}$. **211.** 1) $\sqrt{a}$; 2) $\sqrt{a}$; 3) $\sqrt[3]{a^2}$; 4) $\sqrt{a}$. **212.** 1) $\sqrt[7]{ab^2c}$; 2) $\sqrt{(a+b)\cdot c}$; 3) $\sqrt{(a-b)\cdot c}$. **213.** 1) $\sqrt[4]{4}$ и $\sqrt[4]{3}$; 2) $\sqrt[6]{25}$ и $\sqrt[6]{3}$; 3) $\sqrt[12]{343}$ и $\sqrt[12]{12}$. **214.** 1) $\sqrt[6]{a^3}$ и $\sqrt[6]{b^2}$; 2) $\sqrt[6]{a^3b^3}$ и $\sqrt[6]{m^2n^2}$; 3) $\sqrt[4]{a^2b^3}$ и $\sqrt[4]{a^2b^8}$. **215.** 1) $\sqrt[mn]{(a+b)^m}$ и $\sqrt[mn]{(a+b)^n}$; 2) $\sqrt[6mn]{a^{3m}(b-c)^{3m}}$ и $\sqrt[6mn]{a^{2n}(b-c)^{2n}}$; 3) $\sqrt[n^2-1]{(2a-1)^{n-1}\cdot a^{n-1}}$ и $\sqrt[n^2-1]{(ab^2)^{n+1}}$; 4) $\sqrt[km]{(a-b)^{2m}}$ и $\sqrt[km]{(a+b)^{2k}}$. **216.** 1) $2a^2$; 2) $3a^3b$; 3) $3a^3b$. **217.** 1) $\frac{1}{42}$; 2) $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{2a^2bc^2}{mn^2}$. **218.** 1) $\frac{2a^2bc^3}{(a+b)(a-b)^2}$;

2) $\frac{7(a+b)^2\cdot\sqrt{2}}{a-b}$; 3) $\frac{2a^2b^2c\sqrt[6]{bc}}{a+b}$; 4) $\frac{8ab^2c^3}{13(a+b)^2}\sqrt{2ab}$.

219. 1) $\frac{3abc\sqrt[3]{3a^2b}}{(a-b)^2}$; 2) $ab^2\left(\frac{a-b}{abx}\right)^n\sqrt{ab(a-b)}$; 3) $\frac{x^4}{a-b}\sqrt[n]{x(b+c)^2}$.

220. 1) $\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{7}$; 4) $\sqrt[3]{12}$. **221.** 1) $b^2\sqrt{ac}$; 2) $\sqrt[3]{bc^2}$; 3) $\sqrt[4]{m^{11}(m+n)}$. **222.** 1) $\sqrt[5]{(a+b)(a-b)^2}$; 2) $\frac{1}{b^2}\sqrt[4]{c^3(m-n)^3}$;

3) $cd^2(a-b)\sqrt[5]{bc^2(a-b)^2}$; 4) $\sqrt[3]{(a+b)(a-b)(c+d)}$.

223. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; 2) $\frac{1}{3}\sqrt{3}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{5}\sqrt{5}$; 5) $\frac{1}{6}\sqrt{6}$; 6) $\frac{1}{7}\sqrt{7}$; 7) $\frac{1}{4}\sqrt{2}$; 8) $\frac{1}{10}\sqrt{10}$. **224.** 1) $\frac{1}{3}\sqrt{6}$; 2) $\frac{1}{5}\sqrt{10}$; 3) $\frac{1}{7}\sqrt{21}$; 4) $\frac{1}{4}\sqrt{10}$; 5) $\frac{1}{6}\sqrt{21}$; 6) $\frac{1}{17}\sqrt{153}$. **225.** 1) $\frac{1}{2}\sqrt{11}$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt{22}$; 3) $\frac{1}{3}\sqrt{39}$; 4) $\frac{1}{3}\sqrt{78}$; 5) $\frac{1}{6}\sqrt{246}$; 6) $\frac{1}{6}\sqrt{51}$. **226.** 1) $\frac{1}{y}\sqrt{xy}$; 2) $\frac{1}{y}\sqrt[3]{xy^2}$; 3) $\frac{1}{y}\sqrt[4]{xy^3}$; 4) $\frac{1}{y}\sqrt[5]{xy^4}$; 5) $\frac{1}{x-y}\sqrt[3]{x^2-y^2}$; 6) $\frac{1}{a+b}\sqrt[3]{a(a-b)(a+b)^2}$. **227.** 1) $x\sqrt[3]{x(m+n)}$; 2) $\frac{a^3}{b}\sqrt{ab+c}$; 3) $a^4\sqrt[5]{b(a^2-bc^2)}$. **232.** 1) $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $\frac{3}{7}\sqrt{3}$, $-\frac{4}{3}\sqrt[3]{2}$, $-\frac{6}{5}\sqrt[5]{2}$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt{6xy}$; 3) $\frac{a+b}{ab}\sqrt[3]{3a^2b^2}$; 4) $60a^2\sqrt{(a-b)c}$, $a>b$.

233. 1) $\frac{a-2b}{ac}\sqrt[3]{a^2bc^2}$; 2) $\frac{(2a+1)\sqrt[6]{(2a+1)(a+b)(a-b)^5}}{(3a-1)(2-b)(a-b)}$; 3) $a^2\sqrt{a^nb^{n+1}c^{n+1}}$; 4) $(a+b)bc\sqrt[n]{mb^2c^3}$; 5) $\frac{(a-b)(b+c)^6(a+c)^3}{b^4c^5(a+b)(a-c)}\times$ $\times\sqrt[n]{(a+b)^2(b+c)(a^2-c^2)}$. **234.** 1) — 2) Не подобны; 3) $4\sqrt{a}\infty 5\sqrt{a}\infty 7\sqrt{a}$; 4) $(a+b)\sqrt{a+b}\infty(a+b)^3\sqrt{a+b}$. **235.** 1) $5(a+b)\sqrt[3]{a+b}\infty -4(a+b)^2\sqrt[3]{a+b}\infty -(a+b)\sqrt[3]{a+b}$; 2) $\frac{1}{a-b}\sqrt[3]{a^2-b^2}\infty -\frac{1}{b}\sqrt[3]{a^2-b^2}\infty\sqrt[3]{a^2-b^2}\infty -ab\sqrt[3]{a^2-b^2}$; 3) $\frac{1}{x-y}\sqrt[5]{x^2-y^2}\infty -\frac{20x}{(x-y)^2}\sqrt[5]{x^2-y^2}\infty\frac{1}{2}\sqrt[5]{x^2-y^2}$; — у2; 4) $\frac{1}{a}\sqrt[n]{a^2}\infty b^2\sqrt[n]{a^2}\infty(a+b)^3\sqrt[n]{a^2}$. **236.** 1) $-10\frac{2}{3}\sqrt{6}-21\sqrt{2}$; 2) $13{,}41\sqrt{5}$; 3) $117\frac{3}{4}\sqrt{2}$; 4) $-1\frac{7}{18}\sqrt{3}+1\frac{31}{75}\sqrt{5}$.

237. 1) $29a\sqrt{a}$; 2) $a\sqrt[3]{a}(1-2a+7\sqrt[3]{a})$; 3) $\sqrt[6]{a+b}(a+b-5)$. **238.** 1) $1\frac{5}{6}\sqrt{6(a-b)}+1$; 2) $\frac{a^4+a^2-a}{a(1-a^2)}\cdot\sqrt[3]{a(a^2-1)}$; 3) $\frac{a-b-4a^3}{4a^2}\sqrt{2a(a+b)}$. **239.** 1) $\frac{16a^2-16ab-9b-3a}{4(a-b)}\sqrt{a^2-b^2}$; 2) $\left(a-\frac{a}{a-b}\right)\sqrt{a-b}-\sqrt{b(b^2-a^2)}$. **240.** 1) 180; 2) $-42\sqrt{2}$; 3) 6; 4) 18; 5) $\frac{45}{17}\sqrt[4]{3}$. **241.** 1) $(a+b)^2$; 2) $\frac{5}{a^2-b^2}\sqrt[4]{(a^2-b^2)^2(a-b)}$; 3) $\frac{(a+b)(c-d)}{b}$; 4) $\frac{(a-1)(a^2+4)}{a(1-4a)}$. **242.** 1) 16,5; 2) 250;

3) $a\{(c-d)[a-b(c-d)]+b^2\}$; 4) $\frac{c^2-b^2}{2}$. **243.** 1) $a-b$; 2) $\sqrt{a^3}+\sqrt{b^3}$; 3) $\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}$; 4) a^3-b^3. **244.** 1) 3; 2) 8; 3) $48\sqrt{3}$; 4) $\frac{4}{9}\sqrt{2}$. **245.** 1) $\frac{a^3}{b}$; 2) $(a+b)^3(a-b)$; 3) $a^2b^2\sqrt[3]{a-b}-ab$. **246.** 1) $2\sqrt[6]{32}$; 2) $\sqrt[6]{3^6\cdot 2^1}$; 3) $3\sqrt[4]{3}$. **247.** 1) $6\sqrt[6]{a^2b^3}$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt[6]{a^1b^2(a+b)^5}$. **248.** 1) $2+2\sqrt[6]{2}+2\sqrt[4]{2}$; 2) $4\sqrt[4]{200}+5\sqrt[12]{2048}-\sqrt[4]{50}$; 3) $4\sqrt[6]{2}-40\sqrt[9]{2}+\sqrt[6]{32}$; 4) $\sqrt{6}+\sqrt[6]{32}-\sqrt[6]{243}-\sqrt[3]{6}$. **249.** 1) $\sqrt[4]{2}$; 2) $\frac{1}{3}\sqrt[8]{4\cdot 3^7}$; 3) $\sqrt[5]{3}$; 4) $9b\sqrt[6]{a^2b^5}$; 5) $40\sqrt[12]{a^9b^4}$. **250.** 1) $m\sqrt[6]{ab}(1-m^2)+m^2$; 2) $\frac{4\sqrt{3}}{9b}+\frac{2}{\sqrt[6]{ab}}-\frac{10b}{3a\sqrt[6]{ab}}$; 3) $\frac{2}{3b}+\frac{8a^2b^2}{3}\sqrt[6]{ab^5}+\frac{2}{3a}\sqrt[8]{b^7}$; 4) $a\sqrt{3ab}-a\sqrt[4]{12ab^3}+2ab$. **251.** 1) $\sqrt[5]{3a^5b}+\sqrt[8]{2ab}$; 2) $\sqrt{2a}$. **252.** 1) $\sqrt{m}-\sqrt[4]{mn}$; 2) $\sqrt[3]{x}$. **253.** 1) $\frac{2}{5\sqrt{2}}$; 2) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$; 3) $\frac{5}{7\sqrt{5}}$; 4) $\frac{a}{b\sqrt{a}}$; 5) $\frac{a}{b\sqrt[5]{a}}$. **254.** 1) $\frac{a^2+ab+b^2}{5b(a+b+\sqrt{ab})}$; 2) $\frac{a+b-1}{b\left(\sqrt[4]{a+b}+1\right)\left(\sqrt{a+b}+1\right)}$; 3) $\frac{a-b-1}{a\left(\sqrt[4]{a-b}+1\right)\left(\sqrt{a-b}+1\right)}$. **255.** 1) $\frac{5\sqrt[3]{3}}{3}$; 2) $\frac{3\sqrt[4]{27}}{5}$; 3) $\frac{\sqrt[5]{1000}}{3}$; 4) $\frac{4\sqrt[5]{a}}{b}$. **256.** 1) $\frac{\sqrt{a-b}}{b}$; 2) $\frac{\sqrt{a+b}}{a}$; 3) $\frac{(a-b)\sqrt[3]{a+b}}{a+b}$; 4) $\frac{(7a+1)\sqrt[6]{a+b}}{a(a+b)}$. **257.** 1) $\frac{a\sqrt[n]{a+b}}{a+b}$; 2) $\frac{b\sqrt[n]{(a-b)^3}}{a-b}$; 3) $\sqrt[3]{(a^2-9)^2}$. **258.** 1) $\frac{2(3+\sqrt{3})}{3}$; 2) $\frac{5(3-\sqrt{3})}{6}$; 3) $\frac{6(5+\sqrt{2})}{23}$. **259.** 1) $5\sqrt{3}+4\sqrt{2}$; 2) $\frac{(\sqrt{m}+1)(3\sqrt{m}-2\sqrt{n})}{9m-4n}$; 3) $\frac{(m-n)(2\sqrt{m}+3\sqrt{n})}{4m-9n}$. **260.** 1) $\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{n}$; 2) $\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{b}$; 3) $\frac{m^2+5+\sqrt{m^4-25}}{10}$; 4) $\sqrt{m+n}-\sqrt{m-n}$. **261.** 1) 1; 2) $\frac{1}{n}$. **262.** 1) 1; 2) $\frac{1}{y}\sqrt{1-y^2}$. **263.** 1) $\sqrt{a}-\sqrt{b}$;

2) $\sqrt{y}-\sqrt{x}$. **264.** 1) $\frac{1-x}{x}$; 2) $\sqrt{m(1-m)}$, **265.** 1) $\frac{[(a+b)^2-b^2(2a+b)](a+b)}{a^2}$; 2) $\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(x^2-1)}{4x^2}$. **266.** 1) $\sqrt[3]{a+b}-\sqrt[3]{a-b}$; 2) 1. **267.** 1) $a\sqrt{1-a^2}$; 2) 2, если $x>1$; 0, если $0<x<1$. **268.** 1) $\sqrt{uv}$; 2) $-\frac{\sqrt{2}}{2t}$. **269.** 1) $\sqrt[3]{ab}$; 2) $\frac{\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+1)^2}$. **270.** 1) 1; 2) 1; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{9}$; 5) 0,01. **271.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $-\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{1}{4}$. **272.** 1) $-\frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{27}$; 3) $-\frac{1}{16}$; 4) -64. **273.** 1) 1; 2) $345\cdot10^{-6}$; 3) $2\frac{233}{360}$; 4) $22\frac{5}{7}$. **274.** 1) $\frac{(a^2+b^2)^2}{a^2b^2(a+b)^2}$; 2) $\frac{a-b}{2ab(a+b)^2}$; 3) $-\frac{a^4}{a^2+b^2}$. **275.** 1) 37,5; 2) $78\frac{15}{16}$; 3) 1,74; 4) 8,5. **276.** 1) $\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{b}$; 2) $2\sqrt{ab}(\sqrt{a}-\sqrt{b})$; 3) $\frac{\sqrt{a}(a-1)^2}{a^2}$. **277.** 1) a^2+ab+b^2; 2) $\frac{2a^2+b}{2(a^2+b)}$. **278.** 1) a; 2) $2(a+\sqrt{a^2-1})$. **279.** 1) $-c$; 2) 0. **280.** 1) 0; 2) $-\frac{x}{y}$. **281.** 1) 1; 2) $4\sqrt{b}$. **282.** $8a\sqrt{a}+6$. **283.** $2y(x-y)$. **284.** $\frac{b^5}{a^{10}}$. **285.** $a^3b\sqrt[3]{b}$. **286.** 0. **287.** -1. **288.** 1. **289.** $\left(\sqrt[5]{a^2}-1\right)^2$. **291.** $2\sqrt{x-1}$, если $x\geqslant2$; 2, если $1\leqslant x\leqslant2$. **292.** 1. **294.** $25\frac{3}{8}+13\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

Глава 2

305. $AB=|\overrightarrow{AB}|$; $a=|\boldsymbol{a}|$. **306.** Если прямые, на которых расположены векторы, параллельны или совпадают, то векторы (в этом случае) называются коллинеарными. Направления таких векторов могут совпадать и быть противоположными. **309.** 1) 5; 2) $\approx1{,}8$; 3) 4; 4) $\sqrt{2}$; 5) $3\sqrt{2}$; 6) $5\sqrt{2}$. **310.** $3\sqrt{2}+\sqrt{34}+8\approx18{,}1$. **312.** $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2$; $|\boldsymbol{R}|=|\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2|=20$. **313.** См. рис. 40; $AB=|\overrightarrow{AB}|=2\sqrt{5-2\sqrt{3}}$; $A_1B_1=|\overrightarrow{A_1B_1}|=\sqrt{28\frac{3}{4}-1{,}5\sqrt{6}}$; $x=|\overrightarrow{BB_1}|=\sqrt{22\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\sqrt{6}-2\sqrt{3}-6\sqrt{2}}$.

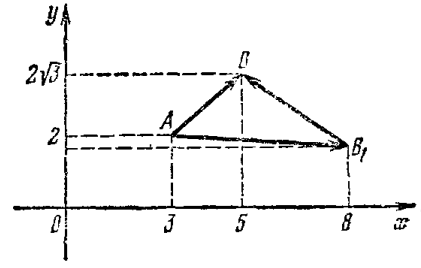

Рис. 40.

314. 1) 45°; 2) 45°; 3) 135°; 4) 135°. **317.** (а) Замкнутым векторным многоугольником; (б) 0;

(в) вектор, равный нулю. 318. $|a-b|=22$. 320. $|c+b|\approx 18{,}3$; $|b+d|\approx 25{,}7$. 324. 30Н. 325. 30°. 327. 68° 10′. 331. $12\sqrt{3}$. 332. $\overrightarrow{AB}=9j$; $\overrightarrow{AD}=12i$. 334. $\overrightarrow{AB}=3\sqrt{3}\,j$; $BC=7i$; $\overrightarrow{CD}=3\sqrt{3}\,(2i-j)$; $\overrightarrow{AD}=(7+6\sqrt{3})\,i$; $\overrightarrow{BD}=(7+6\sqrt{3})\,i-3\sqrt{3}j$; $\overrightarrow{AC}=7i+3\sqrt{3}j$; $\overrightarrow{AM}=3{,}5i+3\sqrt{3}j$; $\overrightarrow{AN}=(7+3\sqrt{3})\,i+1{,}5\sqrt{3}j$; $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}[(7+6\sqrt{3})\,i-3\sqrt{3}j]$. 335. $a=a_xi+a_yj$; $a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$. 336. $a_x=a\cdot\cos\varphi$; $a_y=a\cdot\sin\varphi$. 337. $a_x=4$; $a_y=3$; $a=5$. 338. $a_x=-3$; $a_y=1$; $\sqrt{10}$. 340. 1) $a_x=5$, $a_y=5\sqrt{3}$; 2) $a_x=6\sqrt{3}$, $a_y=6$; 3) $a_x=a_y=\frac{7}{2}\sqrt{2}$; 4) $a_x=-18$, $a_y=0$; 5) $a_x=0$, $a_y=6$; 6) $a_x=-2{,}4$, $a_y=2{,}4\sqrt{3}$. 341. (а) 1) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$; 3) $8{,}2\sqrt{2}$; 4) 12; 5) 12; 6) $\frac{14\sqrt{3}}{3}$; 7) 4. 342. (б) 1) $\{1; 7\}$; 2) $\{9; 1\}$; 3) $\left\{\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right\}$; 4) $\left\{3; \frac{1}{3}\right\}$; 5) $\{25; 20\}$; 6) $\{-16; 12\}$; 7) $\{-15; -12\}$; 8) $\{16; -12\}$; 9) $\left\{\frac{5}{6}; \frac{2}{3}\right\}$; 10) $\left\{-1\frac{1}{4}; -1\right\}$; 11) $\{0; 31\}$. 343. 1) $\sqrt{58}$; 2) 7; 3) 8; 4) $2\sqrt{10}$. 344. 1) $7\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{10}$; 3) $\sqrt{181}$; 4) $\sqrt{514}$; 5) $\frac{1}{2}\sqrt{13}$; 6) $\frac{1}{3}\sqrt{41}$. 345. 1) $-2i-j$; 2) $2i+j$; 3) $-i-j$; 4) $i+j$; 5) $-i$; 6) $6i-5j$. 346. 1) $a^0=\frac{2}{\sqrt{13}}\,i+\frac{3}{\sqrt{13}}\,j$; 2) $a^0=-\frac{2}{\sqrt{13}}\,i+\frac{3}{\sqrt{13}}\,j$; 3) $a^0=\frac{2}{\sqrt{13}}\,i-\frac{3}{\sqrt{13}}\,j$; 4) $a^0=-\frac{2}{\sqrt{13}}\,i-\frac{3}{\sqrt{13}}\,j$; 5) $a^0=\frac{5}{\sqrt{41}}\,i+\frac{4}{\sqrt{41}}\,j$. 347. 1) $\left\{3\frac{1}{4}; -1\frac{1}{2}\right\}$; 2) $\left\{1\frac{3}{4}; 7\frac{1}{2}\right\}$; 3) $\left\{-1\frac{3}{4}; -7\frac{1}{2}\right\}$; 4) $\left\{-3\frac{1}{4}; 1\frac{1}{2}\right\}$; 5) $\left\{5\frac{3}{4}; 1\frac{1}{2}\right\}$; 6) $\{4; -6\}$; 7) $\left\{-\frac{1}{64}; -34\frac{1}{2}\right\}$; 8) $\left\{-\frac{1}{2}; 33\right\}$; 9) $\left\{1\frac{1}{4}; 2\frac{1}{4}\right\}$; 10) $\left\{4\frac{7}{16}; 3\frac{3}{3}\right\}$. 348. $\frac{1}{2}$. 349. $\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. 350. пр. $(a+b+c)=-1$; пр. $(3a+2b+c)=-\frac{1}{2}$; пр. $(a+2b+3c)=-3\frac{1}{2}$; пр. $(2a+3b-4c)=3\frac{1}{2}$. 352. 135°. 356. 1) 44; 2) 7; 3) 0; 4) -16. 365. 1) $4\sqrt{3}+63i$; 2) $3a\sqrt{a}+2a\sqrt{a}i$. 366. $1-i$; $2+i$; $8-5i$; $\sqrt{2}-3i$; $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\,i$. 368. 1) $\sqrt{10}$; $\sqrt{5}$; $2\sqrt{5}$; 1; $\sqrt{13}$. 369. 1) (а) i; $-i$; $-i$; 1; $-i$; 1; -1; i; i; -1; 1; $-i$; i; $-i$; $-(-1)^n i$. (б) $1-i$; 2; $3+i$; $-2i-1$; 1; -3; $[(-1)^{n+1}+1]\,i$; 2) $13\sqrt{13}$; 3) 13; 4) $26+74i$, $2\sqrt{1538}$.

570. 1) $1-i$; 2) $9+11i$; 3) $-1+12i$. **378.** 1) $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$; 2) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$; 3) $\left(1\frac{2}{3}; -4\right)$; 4) $\left(1\frac{3}{25}; 10\frac{1}{4}\right)$. **379.** 1) $\left(-1; 1\frac{2}{5}\right)$; 2) $(-9; -9)$; 3) $\left(1\frac{2}{11}; 1\frac{5}{11}\right)$; 4) $\left(1\frac{5}{24}; 2\frac{13}{24}\right)$. **380.** 1) $\left(1\frac{1}{3}; 1\frac{2}{3}\right)$; 2) $\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$; 3) $(5; -2)$; 4) $\left(-20\frac{21}{29}; 16\frac{20}{29}\right)$. **381.** 1) $\left[\frac{5a-3b^2}{5a-2b}; \frac{a(3b-2)}{5a-2b}\right]$; 2) $\left(\frac{2a-b^2}{2a}; -\frac{b}{3}\right)$; 3) $\left[\frac{2a+7b}{3b-a}; \frac{2a^2+21b^2}{b(a-3b)}\right]$; 4) $\left[\frac{3(a+3b)}{2(5-a-b)}; -\frac{a+3b}{4}\right]$. **382.** 1) $0{,}9+i$; 2) $1\frac{1}{2}+4\frac{1}{2}i$; 3) $-\left(2\frac{1}{3}+9\frac{1}{2}i\right)$. **383.** 1) $2(a+bi)$; 2) $-2(9a+4bi)$; 3) $2(2a-5ci)$. **384.** 1) $10x-4yi$; 2) $-x+4yi$. **386.** 1) 10; 2) $6\sqrt{2}$; 3) 28; 4) $3i$; 5) $6a$; 6) $-ab$; 7) $-6+10i$; 8) $8-6i$; 9) $-24+21i$. **387.** 1) $3-11i$; 2) $\sqrt{2}(1+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})i$; 3) $0{,}4+1{,}9i$; 4) $43-36i$. **389.** 1) $7+i\sqrt{5}$; 2) 34; 2) 34} 3) $9+i\sqrt{3}$; 4) 3. **391.** 1) $1-2i\sqrt{2}$; 2) $-\frac{4}{5}+\frac{7}{5}i$; 3) $2-3i$; 4) $-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$. **392.** 1) $\frac{8+i\sqrt{6}}{10}$; 2) $\sqrt{2}$; 3) $1-2i\sqrt{2}$; 4) $\frac{1+3i}{2}$; 5) $\frac{-22\sqrt{3}+9i}{21}$; 6) $-1+2i$. **393.** $2\sqrt{10}$; $2\sqrt{17}$; $\sqrt{533}$; $\frac{1}{41}\sqrt{533}$. **394.** 1) 1; 2) 4. **395.** 1) $6\sqrt{97}$; 2) $2\sqrt{2663-18\sqrt{2}} \approx 103$. **396.** 1) $7-6i\sqrt{2}$; 2) $-\frac{1}{2}(1-i\sqrt{3})$; 3) $-2(2+i\sqrt{5})$. 4) $-\frac{1}{8}(1+i\sqrt{3})$. **397.** 1) $-(49+12\sqrt{5})$; 2) $-(14+12i\sqrt{2})$; 3) $-(29-12\sqrt{5})$; 4) $-3+12i\sqrt{3}$. **398.** 1) $-\frac{1}{4}(7+4i\sqrt{2})$; 2) $-10-9i\sqrt{3}$; 3) $a(a^2-3b^2)+b(b^2-3a^2)i$; 4) $(a^2-b^2)+2abi$. **399.** 1) $\pm(2+i)$; 2) $\pm(3-2i)$; 3) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(3-i\sqrt{5})$. **400.** 1) $-5+12i$; 2) $5-12i$; 3) $26+74i$. **401.** 1) $(a+i)(a-i)$; 2) $(\sqrt{3}+ai)\times(\sqrt{3}-ai)$; 3) $(3+ai)(3-ai)$; 4) $(x+yi)(x-yi)$. **402.** 1) $\frac{4}{3}(\cos 289°28' + i \sin 289°28')$; 3) $\cos 180° + i \sin 180°$. **403.** 1) $2-2i$; 2) $\frac{2}{5}(1-2\sqrt{3})+\frac{2}{5}(2+\sqrt{3})i$. **404.** 1) $-\frac{1}{2}\sqrt{6}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{3}(\sqrt{3}+i)$. **407.** 1) $-\frac{1}{2}(1+i)$; 2) $\frac{1}{2}(1-i\sqrt{3})$; 3) $1+i\sqrt{3}$; 4) $-\frac{1}{2}(1+i\sqrt{3})$. **408.** 1) $1-i$; 2) $-2i$; 3) 1;

4) $1-i$. **409.** 1) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}+\frac{1+\sqrt{3}}{2}i$; 2) $-\frac{1}{2}(1+i\sqrt{3})$.
410. 1) $0{,}1i$; 2) $\cos 75^\circ + i\sin 75^\circ$. **411.** 1) $2{,}5i$; 2) $\sqrt{2}(1+i)$.
412. 1) $-0{,}54(1+i\sqrt{3})$; 2) $0{,}1(1+i\sqrt{3})$; 3) $\frac{6}{49}(\sqrt{3}-i)$;
4) $\frac{5}{3}(\sqrt{3}+i)$. **413.** 1) $-2^9\cdot i$; 2) 1; 3) $\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$; 4) $-\frac{1}{8}$.
415. 1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$; 2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$; 3) $\cos\frac{\pi}{12}-i\sin\frac{\pi}{12}$.
416. 1) $2\sqrt{2}(1+i)$, $-4(\cos 15^\circ - i\sin 15^\circ)$, $4(\sin 15^\circ - i\cos 15^\circ)$;
2) $\cos(48^\circ + k\cdot 60^\circ) + i\sin(48^\circ + k\cdot 60^\circ)$, $k=0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5$;
3) $\cos(7^\circ 30' + k\cdot 120^\circ) + i\sin(7^\circ 30' + k\cdot 120^\circ)$, $k=0;\ 1;\ 2$.
417. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$; $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$; $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$; $\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$;
2) $\cos 15^\circ + i\sin 15^\circ$; $\sin 15^\circ + i\cos 15^\circ$; $-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$; $-\cos 15^\circ -$
$- i\sin 15^\circ$; $-\sin 15^\circ - i\cos 15^\circ$; $\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$. **418.** 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$;
$-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{i}{2}$; 2) $\cos\frac{45^\circ+360^\circ k}{7}+i\sin\frac{45^\circ+360^\circ k}{7}$, $k=0;\ 1;\ 2;\ 3;$
$4;\ 5;\ 6$. **422.** $-2i$; 1; 3; **423.** $x^3-3x^2+4x-2=0$.

Глава 3

426. $a=2$; $y=2x^2$. **427.** $a=-\frac{4}{3}$; $y=-\frac{4}{3}x^2$.
432. 3) См. рис. 41; 4) см. рис. 42. **433.** 1) $h=15+10t-4{,}9t^2$;

2)

t	0	1	2	≈ 3 с
h	15	20,1	15,4	0

; 3) (а) $t\approx 1$ с; (б) $h\approx 20{,}1$ м; (в) $t\approx 3$ с.
434. 1) $S=x(4-x)$. **435.** 1) См. рис. 43; 2) см. рис. 44;
3) см. рис. 45; 4) см. рис. 46. **437.** 1) $y_{\min}=5$ при $x=-1$;
2) $y_{\min}=-3$ при $x=4$; 3) $y_{\max}=4$ при $x=1$; 4) $y_{\max}=8$ при
$x=\frac{1}{2}$; 5) $y_{\min}=-3$ при $x=4$; 6) $y_{\min}=-9\frac{5}{8}$ при $x=-3\frac{3}{4}$.
438. (а) 1) Определена при $x\neq 0$, изменяется в интервалах
$-\infty < f(x) < -2\sqrt{k}$ и $2\sqrt{k} < f(x) < \infty$; 2) $x=0$ — точка разрыва.
439. 1) См. рис. 47; 2) см. рис. 48. **440.** 1) ± 5; 2) ± 7; 3) ± 6.
441. 1) ± 5; 2) ± 4; 3) $\pm\frac{1}{2}$. **442.** 1) ± 4; 3) $\pm\frac{1}{5}\sqrt{10}$; 4) $\pm\sqrt{10}$;
5) $\pm 0{,}4$; 6) $\pm\frac{9}{20}$. **443.** 4) $\pm\frac{1}{2a}$; 6) $\pm\frac{1}{a-b}$; 7) $\pm\frac{5b}{a}$;

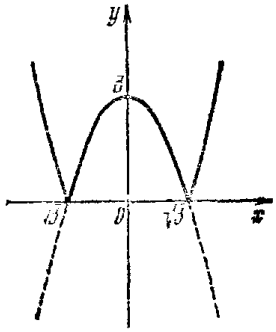

Рис. 41.

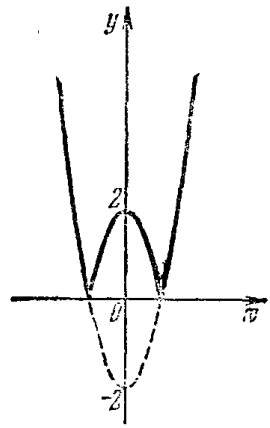

Рис. 42.

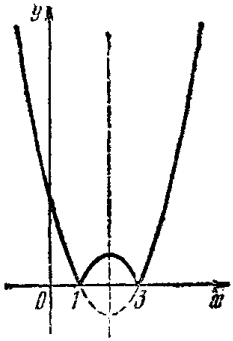

Рис. 43.

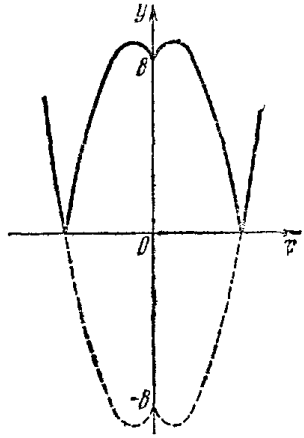

Рис. 44.

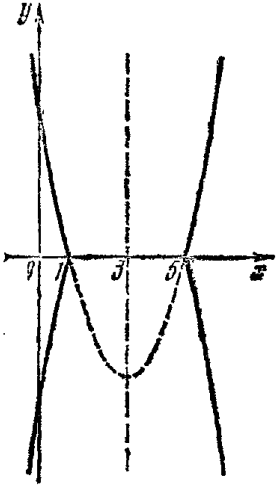

Рис. 45.

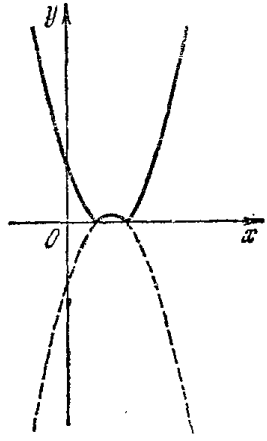

Рис. 46.

8) $\pm 0{,}9a$. **444.** 1) $\pm i$; 2) $\pm 5i$; 3) $\pm 5i$; 5) $\pm \frac{i}{19}\sqrt{133}$. **445.** 3) 0; $-4\frac{1}{4}$; 4) 0; $\frac{3}{4}$. **446.** 3) 0; $-8\frac{29}{60}$; 4) 0; 50,68. **447.** 1) 0; $-\frac{b}{a}$; 2) 0; $\frac{b}{a}$; 3) 0; $\frac{a^2+a+2b}{1-a}$; 4) 0; $\frac{a^3-b}{a}$. **448.** 1) $x_1=x_2=0$; $x_3=\frac{1}{3}a$; 2) 0; $1\frac{1}{2}a$; 5) 0; $\frac{2ab}{a+b}$. **449.** 1) $x_1=x_2=2$; 2) -2; 12; 3) 1; 3; 4) -1; 3; 7) -2; 5; 10) -1; 15. **450.** 1) 2; 4; 2) -8; 12; 3) -6; 5; 4) -3; 4; 7) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 8) $2\frac{1}{2}$; 3. **451.** 1) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 6) 0; 60. **452.** 1) (б) 30; (в) -90; (г) $\frac{13}{36}$; (д) $\frac{35}{216}$; (е) $\frac{18}{65}$; 2) (а) $3\frac{5}{6}$; (б) $2\frac{3}{4}$; (в) $3\frac{2}{3}$; (ж) 275. **453.** 1) $-\frac{5}{6}$; 5; 2) $-0{,}7$; 5; 3) 0; $\frac{1}{2}$; 4) $-6\frac{3}{7}$; 2. **456.** 1) $\frac{1}{4}$; $6\frac{1}{4}$; 2) $-\frac{7}{9}$; 2. **457.** 1) См. рис. 49; 2) см. рис. 50. **458.** 1) 0; 2; 2) 0; -2; 3) 0; 4. **459.** 2) -3; 2; 3) -2; 5. **460.** См. рис. 51; 1) -5; 6; 2) $-2{,}5$; 3; 3) $-\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 4) $-\frac{1}{3}$; 2. **461.** 1) $a-b$; $2a+b$; 2) $2a$; $\frac{a}{b}$; 3) $\frac{a^2\pm b^2}{2}$; 4) $3b\pm 2a$. **462.** 1) $-2a$; 2) $\frac{d^2}{c-d}$; $c+d$; 3) a; $2a$; 4) $-\frac{a^2+b^2}{a+b}$; $-\frac{ab}{a+b}$. **463.** 1) $\frac{2c\pm 1}{c+d}$; 2) $\pm\sqrt{\frac{k(c+d)}{c}}$; 3) $-\frac{2m}{m+n}$; $\frac{2d}{m+n}$. **464.** 1) $-(a+b)$; $b-a$; 3) $\pm\frac{c}{2}$. **465.** 1) $\frac{a}{a+1}$; $\frac{3a}{a+1}$; 2) a; $\frac{1-a}{1-b}$. **466.** 1) $x=6$; 2) (а) $b=-c$; (б) $a=c$; (в) $b=0$; (г) $c=0$; (д) $b=0$; $c=0$; (е) $b=\pm 3\sqrt{\frac{ac}{2}}$. **475.** 2) $\frac{1}{ab}(ax+b)(bx+a)$; 4) $(2x-a)(2x-1)$. **476.** 2) $(ax-2)(x-3)$; 3) $(ax-1)(bx+2)$. **478.** 1) $y=0$ при $1<x<3$; 2) $y<0$ при $-\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4}$; 3) $y<0$ при $-3<x<2{,}5$; 4) $y<0$ при $-\frac{1}{3}<x<1{,}5$. **479.** 1) $y<0$ при $x\neq 1$; $y=0$ при $x=1$; 2) $y>0$ при $x\neq 1$; $y=0$ при $x=1$; 3) $y<0$ при $x\neq -3$; $y=0$ при $x=-3$; 4) $y>0$ при $x\neq -3$; $y=0$ при $x=-3$. **480.** 1) $y<0$ при $x\neq -\frac{1}{4}$; $y=0$ при $x=-\frac{1}{4}$; 2) $y>0$ при $x\neq\frac{2}{3}$; $y=0$ при $x=\frac{2}{3}$; 3) $y>0$ при $x\neq 1\frac{1}{2}$; $y=0$ при $x=1\frac{1}{2}$; 4) $y>0$ при $x\neq 4$; $y=0$ при $x=4$. **481.** 1) $y>0$ на всей оси; 2) $y<0$ на всей оси; 3) $y>0$ на всей оси; 4) $y<0$ на всей оси.

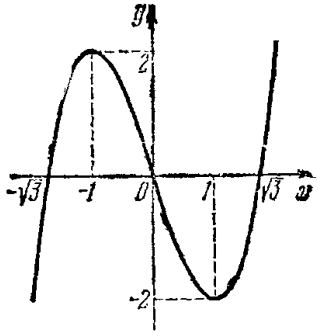

Рис. 47.

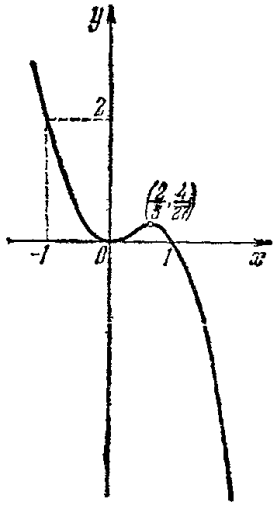

Рис. 48.

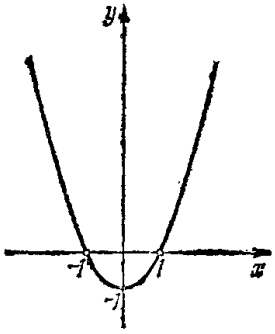

Рис. 49.

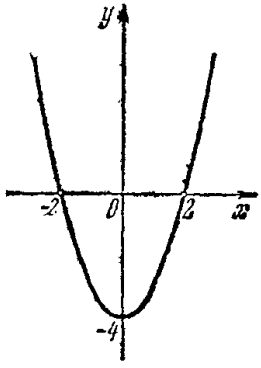

Рис. 50.

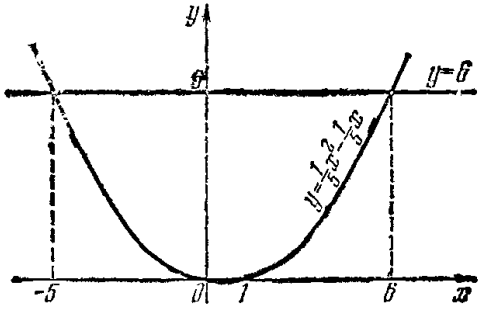

Рис. 51.

482. 1) $y>0$ на всей оси; 2) $y<0$ на всей оси; 3) $y>0$ на всей оси; 4) $y<0$ на всей оси. **483.** 1) $y>0$ в интервале $-2<x<5$; 2) $y<0$ при $x\neq 2$; $y=0$ при $x=2$; 3) $y>0$ на всей оси; 4) $y<0$ при $-2\frac{1}{3}<x<1$; 5) $y<0$ на всей оси; 6) $y<0$ при $-5<x<3\frac{1}{3}$. **484.** 1) $x<-1$ и $x>1$; 2) $-1<x<1$; 3) $x<-2$ и $x>2$; 4) $-2<x<2$; 5) $x<-4$ и $x>4$; 6) $-|a|<x<|a|$. **485.** 1) $x<-18$ и $x>18$; 2) $x<-\frac{\sqrt{51}}{3}$ и $x>\frac{\sqrt{51}}{3}$; 3) $x<-\frac{1}{a^2}$ и $x>\frac{1}{a^2}$; 4) $-(2a+3b)<x<2a+3b$. **486.** 1) $x<0$ и $x>2$; 2) $-3<x<0$; 3) $x<0$ и $x>2$; 4) $x>0$ и $x<-\frac{1}{3}$. **487.** 1) $0<x<\frac{3}{7}$; 2) $x<0$ и $x>\frac{4}{15}$; 3) $-\sqrt{a^2+ab+b^2}<x<\sqrt{a^2+ab-b^2}$; 4) $0<x<\frac{a}{2}$. **488.** 1) $-4<x<2$ и $x>3$; 2) $x<-5$ и $4<x<5$; 3) $-\frac{1}{3}<x<2$; 4) $x<\frac{2}{5}$ и $x>1$; 5) $-3<x<-1\frac{2}{3}$ и $x>2$; 6) $x<\frac{b}{a}$ и $b<x<a$. **489.** 1) $x<-3$ и $x>-1$; 2) $-2<x<1{,}5$ и $x>5$; 3) $2<x<3$ и $5<x<8$; 4) $\frac{1}{3}<x<1{,}5$ и $1{,}5<x<4$; 5) $x<-3$ и $x>1$; 6) $-\infty<x<1{,}4$; $1{,}4<x<2$; $3<x<5$ и $x>8$; 7) $1\frac{1}{3}<x<1\frac{3}{4}$; $1\frac{3}{4}<x<2{,}5$ и $x>8$. **490.** 1) $x<2$ и $x>3$; 2) $-\infty<x<\infty$; 3) $x<-1$ и $x>3$; 4) нет решений; 5) $-\infty<x<\infty$; 6) $6-\sqrt{6}<x<6+\sqrt{6}$. **492.** 1) $x\neq 2$; 2) $-\infty<x<\infty$; 3) $x\geqslant 1$; 4) $1\leqslant x<4$. **493.** 1) $-\infty<x<\infty$; 2) $0\leqslant x\leqslant 1$; 3) $x\leqslant -2$ и $x\geqslant 6$; 4) $-\frac{1}{5}\leqslant x\leqslant 1$; 5) $x<-1$ и $x\geqslant 2$; 6) $x<2$ и $x\geqslant 4$. **494.** $k<4$ ($k=1, 2, 3$). **495.** $k<-\frac{2}{3}$ ($k=-1, -2, -3, \ldots$). **496.** 1) $-\frac{1}{5}$ и 2; 2) $3\frac{1}{4}$; 3) $-5\pm 2\sqrt{10}$. **497.** $-2\frac{2}{5}<a<2\frac{2}{5}$. **499.** 1) 9; 2) 2; 3) 2. **500.** 1) (а) $a=1\frac{1}{7}$; (б) $a<1\frac{1}{7}$; (в) $a>1\frac{1}{7}$; 2) при всех a корни действительны и различны; 3) (а) $a=-\frac{2}{5}$ и $a=6$; (б) $-\frac{2}{5}<a<6$; (в) $a<-\frac{2}{5}$ и $a>6$; 4) (а) $a=-\frac{1}{17}$; (б) $a\neq -\frac{1}{17}$. **501.** 3) $0<k<28$. **502.** 1) $-\frac{1}{2}\sqrt{55}<k<\frac{1}{2}\sqrt{55}$; 2) $k<-6{,}3$ и $k>1{,}3$. **504.** 1) -1 и $1\frac{10}{23}$. **505.** $\frac{3}{7}$. **506.** $\frac{2}{8}$. **507.** 5 и 6. **509.** 31. **510.** 16. **511.** 20 см.

512. 16 см и 12 см. **513.** 50 мм. **514.** 8 дн. и 12 дн. **515.** 15 ч и 13 ч. **516.** 18 $\frac{км}{ч}$ и 24 $\frac{км}{ч}$. **517.** 48 $\frac{км}{ч}$ и 36 $\frac{км}{ч}$. **518.** $v_1 = \frac{a\sqrt{m}\,(\sqrt{n}+\sqrt{m})}{m(n-m)}$, $v_2 = \frac{a\sqrt{n}\,(\sqrt{n}+\sqrt{m})}{n(n-m)}$, $n > m$. **519.** $\frac{a-b \pm \sqrt{(a-b)^2 - 4vt(a+b-vt)}}{2t}$. **520.** 1) — 2) Решений не имеет; 3) 17; 4) —55; 5; 5) 20; 6) 7,01. **521.** 1) — 2) Решений не имеет; 3) 25; 4) 4. **522.** 1) 17; 2) 8; 3) 25; 4) 81. **523.** 1) 7; 2) —3; 3) — 4) решений не имеет. **524.** 1) 10; 2) 1; 3) —5; 4; 4) —19; 0. **525.** 1) Решений не имеет; 2) 1; 8. **526.** 1) 0; 2) $3\frac{1}{4}$. **527.** 1) 3; 2) a. **528.** 1) $\frac{1}{16}$ и 81; 2) $\frac{a-b}{2}$; 3) 62. **529.** 1) $3a$; $-\frac{3}{2}a$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 2 и 11; 4) 0. **530.** 1) 1; 2) $-\frac{1}{2}$; 2. **531.** 1) $\frac{1}{4}$; 2) $1+b$; 3) $1-b$; 4) $\frac{a^2+b^2c}{b^2}$; 5) $\left(\frac{2a^2b-2ab^2+b^3}{2a^2+2b^2-ab}\right)^2$. **532.** 1) ± 2; ± 1; 2) ± 3; ± 2; 3) ± 4; ± 3; 4) ± 5; ± 4; 5) ± 1; $\pm\frac{1}{2}$; 6) ± 1; $\pm\frac{1}{3}$. **534.** 1) $\pm a$; $\pm b$; 2) $\pm\frac{a}{2}$; $\pm\frac{b}{2}$. **535.** 1) -1; -2; -3; -4; 2) 7; $18\frac{1}{4}$; 3) 6; 4) $\frac{1}{2}$; 1; 2. **536.** 1) 1; 2; 3; 2) 2; 2; 3; 3) $-1 \pm \sqrt{2}$; 4; 4) -2; 1; 1. **537.** 1) -1; $\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$; 2) -1; 1; $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$; 3) $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$; 4) -5; $-\sqrt[3]{15}$; $\frac{\sqrt[3]{15}\,(1 \pm i\sqrt{3})}{2}$; 5) $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$; $\pm i\sqrt{5}$; 6) -5; -2; -1. **538.** 1) -1; $\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$, $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$; 2) -2; 0; 1; 1; 1; 3) -1; -1; 0; $\pm i$; 4) -1; 0; 1; 1; 2; 5) -2; 0; 2; 2; 3; 6) -1; 0; 1; $\frac{3 \pm 4i}{5}$. **540.** 1) $x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$; 2) $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$; 3) $x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 25x + 30 = 0$; 4) $x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0$; 5) $x^4 - 4x^3 + 16x^2 - 24x + 20 = 0$. **541.** 1) $\pm\sqrt{2}$; $\pm i\sqrt{2}$; 2) -1; $\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$; 3) $\pm 2i$; 4) 1; $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$. **542.** 1) ± 4; 2) $\pm 4i$; 3) -2; $1 \pm i\sqrt{3}$; 4) 2; $-1 \pm i\sqrt{3}$. **543.** 1) ± 2; $\pm 2i$; 2) $\pm\sqrt{2}\,(i-1)$; $\pm\sqrt{2}(1+i)$; 3) $-\frac{1}{2}$; $\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{4}$; 4) $\frac{1}{2}$; $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4}$. **544.** 1) $\pm i$; $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$; 2) $\pm i$; $\pm\sqrt{\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}}$. **547.** 1) 3; 4;

3) $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{4}$. **548.** 1) $\frac{7 \pm \sqrt{5}}{10}$; 3) $\frac{10(6 \pm \sqrt{13})}{3}$. **549.** 1) 0; 1; 3; 4; 3) 4; 4,5; 5,5; 6. **551.** 1) $\frac{1}{2}$; 1; $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4}$; $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$; 3) -2; -1; $\frac{-7 \pm i\sqrt{3}}{2}$; $-4 \pm i\sqrt{3}$. **552.** 1) $-2\frac{1}{6}$; $-1\frac{1}{3}$; $-\frac{29 \pm i\sqrt{3}}{12}$; $\frac{-17 \pm 3i\sqrt{3}}{6}$; 2) -2; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$; 2; $-\frac{1}{2}i$; $\frac{1}{2}i$; $-2i$; $2i$; 3) $-3\frac{3}{8}$; 1. **553.** 1) $\frac{1}{2}$; 2; $\frac{-7 \pm i\sqrt{95}}{12}$; 2) 1; 1; -1; -1; $i(1 \pm \sqrt{2})$; $-i(1 \pm \sqrt{2})$; 3) 0; -1; -1; -1; 0,4; 2,5. **554.** 1) (15; -13), (1; 1); 4) $\left(\frac{1}{3}; 2\frac{2}{3}\right)$, (2; 1). **555.** 1) (1; 2); 2) (2; -7), (5; 2); 3) (1; 1), $\left(-6\frac{1}{17}; -3\frac{4}{17}\right)$. **556.** 1) $\left(1\frac{1}{4}; 2\frac{3}{4}\right)$, $\left(2; \frac{1}{2}\right)$; 4) (3; 1), $\left(\frac{1}{5}; -1\frac{6}{25}\right)$. **557.** 1) (6; 12), (12; 6); 3) (2; 3), (3; 2). **558.** 1) $\left(-10; -4\frac{2}{3}\right)$, (3; 4); 3) (4; 2), (16; -10); 4) (2; 1), (3; 2). **559.** 3) $(a^2; -a)$, $[(a+1)^2; (a+1)]$; 4) $(a-1; a+1)$, $(a+1; a-1)$. **563.** 1) $(17-\sqrt{274}; 17+\sqrt{274})$, $(17+\sqrt{274}; 17-\sqrt{274})$; 2) $(13-\sqrt{149}; 13+\sqrt{149})$, $(13+\sqrt{149}; 13-\sqrt{149})$. **565.** 1) $(a; b)$, (a;Ъ), $(b; a)$, $(-a; -b)$, $(-b; -a)$. **567.** 1) $\left(-\frac{26}{\sqrt{73}}; -\frac{23}{\sqrt{73}}\right)$, $\left(\frac{26}{\sqrt{73}}; \frac{23}{\sqrt{73}}\right)$, $(-2; -3)$, $(2; 3)$. **568.** 1) $(-\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$, $(\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$, (3; 1), $(-3; -1)$; 2) $\left(2; \frac{1}{2}\right)$, $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{\sqrt{10}}{5}; -2\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$, $\left(-\frac{\sqrt{10}}{5}; 2\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$; 3) (3; 2), (2; 3), $(-3; -2)$, $(-2; -3)$; 4) (3; 1), $(-3; -1)$, $\left(\frac{18}{\sqrt{2531}}i; -\frac{145}{\sqrt{2531}}i\right)$, $\left(-\frac{18}{\sqrt{2531}}i; \frac{145}{\sqrt{2531}}i\right)$. **569.** 1) (4; 5), $(-4; -5)$; 2) $\left(\frac{m}{\sqrt{m+n}}; -\frac{n}{\sqrt{m+n}}\right)$, $\left(-\frac{m}{\sqrt{m+n}}; \frac{n}{\sqrt{m+n}}\right)$; 3) $\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{3}\right)$, $\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$, $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$; 4) $\left(3; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(-3; \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{\sqrt{370}}{37}; \frac{3\sqrt{370}}{37}\right)$, $\left(-\frac{\sqrt{370}}{37}; -\frac{3\sqrt{370}}{37}\right)$. **570.** 3) $\left(-\frac{16}{\sqrt{311}}; \frac{39}{\sqrt{311}}\right)$, $\left(\frac{16}{\sqrt{311}}; -\frac{39}{\sqrt{311}}\right)$, $(-1; -1)$, $(1; 1)$;

4) $\left(-\frac{2}{\sqrt{7}}; \frac{8}{\sqrt{7}}\right), \left(\frac{2}{\sqrt{7}}; -\frac{8}{\sqrt{7}}\right)$, $(-2; -2)$, $(2; 2)$. **571.** 3) $(2; 3)$, $(3; 2)$, $\left(\frac{5+i\sqrt{151}}{2}; \frac{5-i\sqrt{151}}{2}\right), \left(\frac{5-i\sqrt{151}}{2}; \frac{5+i\sqrt{151}}{2}\right)$; 4) $(3; 2)$, $(2; 3)$, $(-2; -3)$, $(-3; -2)$. **572.** 3) $(1; 4)$, $(4; 1)$, $(-3+i\sqrt{6}; -3-i\sqrt{6})$, $(-3-i\sqrt{6}; -3+i\sqrt{6})$; 4) $(3; 3)$, $(3; 3)$, $(-2-\sqrt{15}; -2+\sqrt{15})$, $(-2+\sqrt{15}; -2-\sqrt{15})$. **573.** 1) $(3; 3)$, $(3; 3)$, $\left(\frac{-3(1+\sqrt{5})}{4}; \frac{-3(1-\sqrt{5})}{4}\right)$, $\left(\frac{-3(1-\sqrt{5})}{4}; \frac{-3(1+\sqrt{5})}{4}\right)$. **574.** 1) $(1; 2)$, $(2; 1)$, $[(1-i\sqrt{2}); (1+i\sqrt{2})]$, $[(1+i\sqrt{2}); (1-i\sqrt{2})]$; 2) $(1; 2)$ — в области действительных чисел. **575.** 1) $(1; 9)$, $(9; 1)$; 2) $(-6; -2)$, $(-4; -4)$. **576.** 1) $(2; 1)$, $(-2; -1)$, $(1; 2)$, $(-1; -2)$; 2) $(1; 9)$, $(9; 1)$. **577.** 1) $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$; 2) $(-12; 2)$, $(2; -12)$, $(6; 4)$, $(4; 6)$. **578.** 1) $(1; 3)$, $(3; 1)$, $\left(\frac{3-i\sqrt{7}}{2}; \frac{3+i\sqrt{7}}{2}\right), \left(\frac{3+i\sqrt{7}}{2}; \frac{3-i\sqrt{7}}{2}\right)$; 2) $(2; 3)$, $(3; 2)$ — в области действительных чисел. **579.** 1) $(-7; -10)$, $(10; 7)$ — в области действительных чисел; 2) $(-2; -1)$, $(-2; 1)$, $(2; -1)$, $(2; 1)$, $(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$, $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$, $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$. **580.** 1) $(3; -2)$, $(-3; 2)$ $(2; -3)$, $(-2; 3)$ — в области действительных чисел; 2) $(2; 1)$, $(-2; -1)$, $(2i; i)$, $(-2i; -i)$, $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i); -\sqrt{2}(1+i)\right], \left[\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i); \sqrt{2}(1+i)\right]$, $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i); -\sqrt{2}(1-i)\right], \left[\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i); \sqrt{2}(1-i)\right]$. **581.** 1) $(5; 1; 1)$, $\left(-2; \frac{-5-\sqrt{21}}{2}; \frac{-5+\sqrt{21}}{2}\right), \left(-2; \frac{-5+\sqrt{21}}{2}; \frac{-5-\sqrt{21}}{2}\right)$; 2) $(0; 0; 0)$, $(1; 1; 1)$, $(-1; -1; -1)$. **582.** $(5; 6)$, $(6; 5)$. **583.** $(12; 4)$. **584.** $(5; 3)$ $(-5; -3)$. **585.** $(4; 3)$. **586.** $(4; 3)$, $(3; 4)$ **587.** 30 см и 20 см. **588.** 15 см и 10 см. **589.** 11 см и 7 см. **590.** 4 см, 7 см и 9 см. **591.** 15 см и 7 см. **592.** 9 ч и 12 ч. **593.** 24 ч и 27 ч. **594.** 24 и 18. **595.** 5 токарей и 4 слесаря. **596.** 10 ч и 12 ч. **597.** 15 ч и 12 ч. **598.** 300 км/ч и 360 км/ч. **600.** 1) 30 и 20; 2) 100 и 90. **601.** 30 коп. и 24 коп. или 60 коп. и 54 коп. **602.** $\frac{q+\sqrt{q^2+t^2v^2}}{t}$. **603.** $\frac{b-c-ad+\sqrt{(b-ad-c)^2+4abd}}{2d}$; $\frac{b-c+ad+\sqrt{(b-ad-c)^2+4abd}}{2d}$. **604.** $\frac{1}{3}\sqrt[4]{27a^2}$; $\sqrt[4]{3a^2}$. **605.** 100 км; 22,5 км/ч; 15 км/ч. **606.** $\frac{3a^2-b}{2}$.

607. 1) n; 2) $3n-1$; 3) $\frac{1}{2^n}$; 4) $\frac{n}{1+n}$; 5) $\frac{n+1}{n}$; 6) $\frac{1}{n(n+1)}$. **612.** $2d(n-2)$. **613.** Являются 1-й, 2-й, 3-й и 4-й члены. **615.** 5-й член -47; 10-й -197; 15-й -447. **616.** 4, 7, 10, ... **624.** 1) 3; 2) 1; 3) $1\frac{3}{4}$; 4) 2. **625.** 1) 2,3; 2) 1,7; 3) 0,6; 4) $6\frac{2}{3}$; 5) 10,075; 6) $6\frac{13}{23}$. **626.** 1) 1; 2) 3; 3) $1\frac{1}{3}$; 4) $\frac{3}{2}a$; 5) 1. **627.** 1) $\frac{2}{3}$; 2) 0; 3) 3; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $-\frac{1}{2}$. **628.** 1) 0; 2) 2; 3) 0; 4) 2; 5) 0; 6) 1; 7) 1; 8) 1; 9) 2. **630.** 1) и 4) возрастают, остальные убывают. **631.** 5. **632.** n^2. **638.** 97. **639.** 4,2. **640.** 39. **641.** $-119{,}2$. **642.** $-103{,}2$. **643.** 980. **644.** $2\frac{5}{18}$. **645.** 1) 250; 2) 5000; 3) 900; 4) 1062. **646.** 1) 382 и 3910; 2) 143 и 3430. **647.** 1) 20; 955; 2) 8; 180; 3) 4; 36; 4) 5; 80. **648.** 1) 81; 3) 3. **652.** 85. **653.** 5050. **654.** 0. **655.** 62. **656.** 2360. **658.** (а) 2500; (б) n^2. **659.** 1) $6\frac{2}{3}$; 2) $36\frac{2}{3}$; 3) 21. **660.** 1) $\approx 43°$; 2) 2745 м. **662.** 5; 8; 11; 14; 17. **663.** 8 с. **664.** 6. **665.** 7 руб и 4 руб. **666.** 73. **667.** 17. **668.** 1) 3; 9; 27; 81; 243; 729; 2) $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{27}$; $\frac{1}{243}$; $\frac{1}{729}$. **669.** 1) 2; 2) 3; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{7}$. **672.** $\fallingdotseq$ 5; 25; 125; ... **673.** 699 050. **674.** 1) 2; 2) 36; 3) -1; 4) 3. **675.** 480. **676.** $\frac{1}{3}$. **677.** 5. **678.** 1) 6; 2) 7; 3) 10. **680.** 2730. **681.** 1) $\fallingdotseq \frac{375}{61}$; $\frac{450}{61}$; ... 3) $\fallingdotseq$ 3; 6; 12; ... **682.** 1) 62; 2) $7\frac{7}{8}$; 3) 20; 4) 170,5. **683.** 1) 3; 2186; 2) $\frac{1}{2}$; 147. **684.** 1) $\frac{1}{3}$; $6\frac{89}{96}$; 3) 3; 65 535. **685.** 3) 3; 768; 5) 1; 2048. 5) 1; 2048. **686.** 1) $10\frac{2}{3}$ и 21; 8) 320 и 5; 9) $\frac{1}{64}$ и $127\frac{63}{64}$; 10) $-\frac{1}{8}$ и 5; 11) $-1{,}4$ и 245; 0,4 и 20; 12) 3 и 3280; 13) 7 и 576; 14) 9 и 4920,5. **687.** $\fallingdotseq$ 2; 6; 18. **688.** $\fallingdotseq$ 3; 6; 12; ... **689.** $\fallingdotseq$ 20; 40; 80; ... **690.** $-\frac{1}{64}$. **691.** 8. **692.** 2 и 3. **693.** 4 и 2. **694.** $\div$ 3; 5; 7 и $\fallingdotseq$ 5; 10; 20. **695.** $\div$ 4; 7; 10 и $\fallingdotseq$ 2; 4; 8. **696.** $\fallingdotseq$ 3; 6; 12; 24; 48 и $\div$ 1; 3; 5; 7; 9. **697.** $\fallingdotseq$ -4; -8; -16; -32; -64; -128 и $\div$ -17. -12; -7; -2; 3; 8. **698.** $\div$ 6; 12; 18 и $\fallingdotseq$ 12; 36; 108. **699.** ≈ 53 мм. **700.** 1) $2\frac{1}{8}$; 2) $2\frac{1}{4}$. **701.** 1) $\frac{2(6-\sqrt[5]{3})}{15}$; 2) $\frac{2}{3}$. **702.** $\frac{2}{5}$. **703.** $3\cdot 8^{-4}$. **704.** $\fallingdotseq$ 5; 4; $\frac{16}{5}$; $\frac{64}{25}$; ... **705.** 1) 1; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{1}{2}$;

4) $1\frac{1}{6}$; 5) $2\frac{2}{9}$; 6) $5\frac{5}{29}$; 7) $\frac{5\sqrt{5}}{4}$; 8) $\frac{7\sqrt{7}}{6}$. **706.** 1) $0{,}3 + 0{,}03 + 0{,}003 + \ldots$; 2) $0{,}2 + 0{,}02 + 0{,}002 + \ldots$; 3) $0{,}375 + 0{,}000375 + 0{,}000000375 + \ldots$ **708.** $a^2\sqrt{3}$ и $6a(2+\sqrt{3})$. **709.** $a(1+\sqrt{2})$.

Глава 5

712. 1) См. рис. 52; 2) см. рис. 53; 3) см. рис. 54; **715.** 1) $-\infty < x < 0$ и $0 < x < \infty$; 2) $-\infty < x < \infty$; 3) $-\infty < x < \infty$. 4) $0 \leqslant x < \infty$; 5) $0 \leqslant x < \infty$; 6) $x \neq 1$ и $x \neq 3$. **719.** 1) 0,027; 2) 0,0016; 3) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; 4) 25; 5) $a^{7\frac{2}{3}}$; 6) a^7; 7) $-\frac{2}{9}$; 8) 2^{23}; 9) 1 и 5. 9) 1 и 5. **720.** 1) 3; 2) 4; 3) 7; 4) 2; 5) 2; 6) 2. **721.** 1) 16; 2) 0,356; 3) -4. -4. **722.** 1) 7; 2) 18; 3) 25; 4) 36^2; 5) 64; 6) 225; 7) 100; 8) $\frac{1}{81}$; 9) $9 \cdot 2^{10}$; 10) $\frac{9}{7}$; 11) $\frac{1}{9}$; 12) $\frac{\sqrt{2}}{7}$; 13) 43; 14) $2\frac{1}{4}$; 15) -6.

724. 1) $x > 3$; 2) $x < 0$; 3) $x > 1$ и $x < -1\frac{1}{2}$; 4) $-\infty < x < \infty$. **725.** 1) $-\infty < x < 4$ и $4 < x < \infty$; 2) $-\infty < x < 3$ и $3 < x < \infty$ 3) $x \neq 0$ (рис. 55); 4) $x \neq 0$ (рис. 56). **726.** 1) $x > 1$; 2) $x > 1$; 3) $x > 1$; 4) $0 < x < 1$; 5) $0 < x < 1$; 6) $0 < x < 1$; 7) $x > 4$; 8) $x > 5$; ; 9) $1{,}4 < x < 2$ и $3 < x < 3{,}6$. **727.** 1) 2 и 3; 2) 2 и 3; 3) 2 и 3; 4) 2 и 3. **728.** 1) 1 и 3; 2) -5 и 7; 3) 8 и 9; 4) 11 и 18. **729.** 1) $\log_3 15 > \log_3 12$; 2) $\log_5 28 > \log_5 20$; 3) $\log_{\frac{1}{3}} 15 < \log_{\frac{1}{3}} 12$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} 28 < \log_{\frac{1}{2}} 20$. **730.** 1) -3; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{64 \cdot 25}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{4}$; 6) $5\sqrt{5}$.

731. 1) 47; 2) 2; 3) $16\frac{3}{7}$. **732.** 3) $\log 5 + \log(a^2 + b^2)$; 4) $\log a + \log n + \log(m-n)$. **733.** 1) $\log 2 + \log m + \log n - (\log 3 + \log a + \log b)$; 2) $\log 4 + [\log 3 + \log(a-b)]$; 3) $\log 2 + \log \pi + \log R - \log T$. **734.** 1) $\log 2 + \log \pi + \log R$; 2) $\log 4 - \log 3 + \log \pi + 3 \log R$; 3) $-\frac{3}{4}\log a + \frac{3}{2}\log b + \log \operatorname{tg} \beta$. **735.** 1) $\log 2 + \log a + \frac{1}{3}[\log a + 2\log(a+b)]$; 2) $\frac{1}{2}[\log p + \log(p-a) + \log(p-b) + \log(p-c)]$; 4) $\log 2 + \frac{2}{3}\log a - \frac{1}{2}\log b + \frac{1}{4}[\log 2 + 2\log a + 2\log b]$. **736.** 1) $-\frac{2}{3}\left(2\log a + 3\log b - \frac{1}{2}\log c\right)$; 2) $-2\log a + \frac{1}{2}(\log 3 + \log a + \log \sin \alpha) - \left(\log 3 + \log b + \frac{1}{3}\log a\right)$; 3) $\log 2 + \log p - \log 3 + \frac{1}{2}(\log p - \log \pi) + \log \operatorname{tg} \alpha$; 4) $\log 5 - 2\log a +$

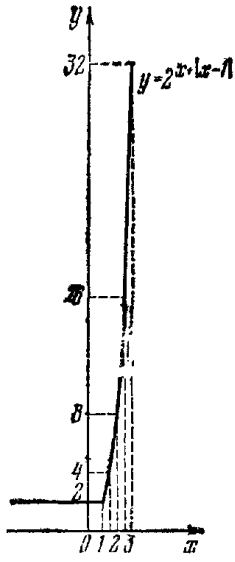

Рис. 52.

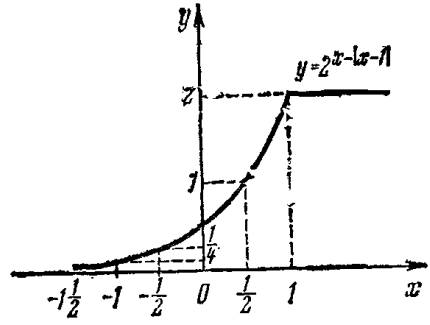

Рис. 53.

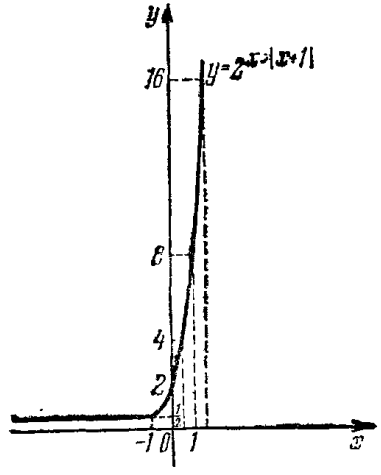

Рис. 54.

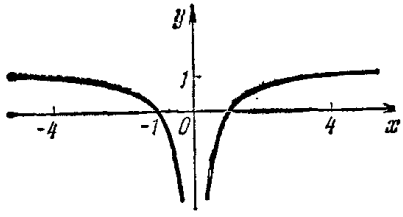

Рис. 55.

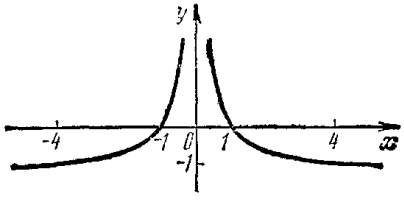

Рис. 56.

$+\frac{1}{3}(\log 3+\log a+2\log\sin\alpha)-\left[2\log a+\log b+\frac{1}{2}(\log a+\log b)\right]$.

737. 1) $\log 2+\log\sin\alpha+\log\cos\alpha+\frac{1}{4}\left[\log\operatorname{tg}(\alpha+\beta)-\frac{1}{3}\log 3\right]$;
2) $\log\cos\beta+\log\operatorname{ctg}\beta-[\log\sin\beta+3\log(a+b)+4\log a+\log 5]$;
4) $2\log a+4\log c+\frac{1}{6}[\log(a^3-b^3)+5\log c]-3\log b$. **738.** 1) $-2\log a-$
$-4\log b+\frac{4}{7}\log c-[\log 7+4\log(a+b)]$; 2) $\frac{1}{4}[\log(r+s)-$
$-3(\log r+\log s)]$; 3) $7\log(a+b)+3\log c-\frac{1}{10}\log(a-b)$;
4) $\frac{2}{3}\log(a-b)+\log\cos 3\alpha+\log\operatorname{tg}(30^\circ+\alpha)-\left(\log 4+\log\sin\frac{15^\circ+\alpha}{2}\right)$.
739. 1) $\log 2+2\log b+2\log\cos(45^\circ-2\alpha)-\left[\log 3+\log a+\right.$
$\left.+\frac{1}{2}\log(a^2+b^2)\right]$; 2) $-2\log a+\frac{1}{2}\log b+\frac{1}{2}\log 2+\log\sin(45^\circ+3\alpha)-$
$-[\log\cos 3\alpha+3\log(a+b)]$; 3) $3\log m-2\log n+\frac{1}{2}\left[\log 2+\right.$
$\left.+\log\cos(15^\circ+3\alpha)+\log\sin(15^\circ-3\alpha)\right]-\left[2\log(m-n)-\frac{2}{3}\log p\right]$;
4) $\frac{1}{2}[\log 2+\log\sin(30^\circ+\beta)]+\log m-\left[\frac{1}{2}\log\sin\beta+\log 3+\right.$
$\left.+3\log n+\frac{3}{5}\log p\right]$. **740.** 1) $\log 0{,}6+\log\sin\frac{45^\circ+4\alpha}{2}+\log\sin\frac{4\alpha-45^\circ}{2}-$
$-\left[2\log(m-n)-\frac{2}{3}\log p\right]$; 2) $\log 4+\log\sin(15^\circ+\alpha)+$
$+\log\sin(\alpha-15^\circ)-\frac{1}{2}\left[\log m+\frac{1}{2}\left(\log n+\frac{1}{2}\log p\right)\right]$; 3) $\log 0{,}5+$
$+\frac{2}{3}\log(a-b)-\left[\log 2+\log\sin\frac{45^\circ+\alpha}{2}+\log\sin\frac{\alpha-45^\circ}{2}\right]$;
4) $\log 3+2\log b+\frac{1}{3}\log(a^3-b^3)-[\log a+\log 2+\log\cos 35^\circ+$
$+\log\cos 10^\circ]$. **741.** 2) $3\log a+\log\cos\frac{\alpha+45^\circ}{2}+\log\sin\frac{\alpha-45^\circ}{2}-$
$-\frac{1}{2}[\log c-\log b]$; 4) $[\log 20+2\log a+2\log c+\log\sin(30^\circ+\beta)]-$
$-\left[\frac{1}{2}\log 3+\log\cos\beta\right]$. **742.** 1) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\log(a^2+b^2)-(\log 2+\right.$
$\left.+\log a+\log\cos 50^\circ+\log\cos 10^\circ)\right]$: 2) $\log b+\frac{1}{5}\log(a^5-b^5)-$
$-[\log 4+\log\sin(2\beta+15^\circ)+0{,}2\log a]$; 3) $2\log 2+\log\sin(60^\circ+\alpha)+$
$+\log\sin(60^\circ-\alpha)$; 4) $\log 3+5\log b-\left[\log 2+\frac{2}{3}\log a+\log\sin(\alpha+\beta)\right]$.
743. 1) $\log 2+\frac{1}{5}\log b+\frac{1}{2}[\log 2+\log\cos(\alpha+30^\circ)+\log\sin(\alpha-30^\circ)]-$

$-\left[\log a+\frac{2}{3}\log(m-n)\right]$; 2) $\frac{1}{5}(2\log b-\log a)-[\log 2+\log\cos(\alpha+\beta)]$; 3) $\log\cos 2\alpha$; 4) $\left(\log 2+\log b+\log\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\right)-\left(\frac{1}{2}\log 3+3\log a\right)$.

744. 1) $\log\sin 2^\circ+\frac{1}{2}\log 2+\frac{1}{3}(\log 2+2\log a-\log b+\log c)-$ $-\left[\log\cos 43^\circ+\frac{1}{2}\log(a^2-b^2)\right]$; 2) $\frac{1}{3}\log(a^3-b^3)+2\log b-$ $-\left[\log 2+\log\sin\frac{\alpha}{2}+3\log a\right]$; 3) $\left(\frac{1}{2}\log 3+3\log a+\log c\right)-$ $-\left(\log 2+\log\sin\frac{\alpha+\beta}{2}+\log b\right)$; 4) $\frac{1}{2}\left\{\left[2\log\sin\frac{\alpha}{2}+3\log b+\right.\right.$ $\left.\left.+\log(a^2-b^2)\right]-\left[\frac{1}{2}\log 3+\log a+\log\sin 4\alpha\right]\right\}$. **746.** (а) 1) $\sqrt[3]{a^2}$; 2) $\sqrt[4]{a^3b^3}$; 3) $\sqrt[7]{\frac{a^3}{b^2c^3}}$; 4) $\sqrt[5]{\frac{a^4}{4\sqrt[3]{c^2}}}$; (б) 1) $\frac{(a+b)^4}{(a-b)^3}$. **747.** 1) $\cos^2\alpha$; 2) $\sin 2\alpha$; 3) 1; 4) $\operatorname{tg} 3\alpha$. **748.** 3) $\frac{1}{m^3}\sqrt[3]{\frac{(m+n)\sqrt[3]{(m-n)^2}}{n\sqrt{p}}}$.

749. 1) $\frac{\sqrt{a}\sqrt[3]{(a+b)^2\cos 2\alpha}}{\sqrt[4]{c}}$; 2) $\frac{(a+b)\operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt[3]{a^2\sqrt[4]{b^3}}}$; 3) $\frac{(a+b)b^3}{\sqrt[8]{a-b}\cdot\sqrt{a^3}}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{(a-b)^2}\sqrt[4]{(a+b)^3}}{\sqrt[5]{\sin^4(\alpha+\beta)}}$. **750.** 1) $\frac{3}{(a+b)\sqrt{b}}\sqrt[5]{\left(\frac{a^2}{\sqrt[3]{b}}\right)^2}$;

2) $\frac{1}{\sqrt[3]{b^2}}\sqrt[4]{\frac{a\sqrt[5]{(a+b)^3}}{c^2(a-b)}}$; 3) $\frac{1}{m^3}\sqrt[3]{\frac{(m+n)\sqrt[5]{(m-n)^2}}{n\sqrt{p}}}$;

4) $\frac{\sqrt[3]{(a+b)^2}}{b^2\sqrt[3]{a}}\cdot\frac{c^{12}}{\sqrt[4]{d}}$. **751.** 1) $\frac{\sqrt{a}\sqrt[3]{(a+b)^2\cos 2\alpha}}{\sqrt[4]{c}}$;

2) $\frac{(a+b)\operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt[3]{\left(a^2\sqrt[4]{b^3}\right)^2}}$; 3) $\frac{b^3(a+b)}{a\sqrt{a}\sqrt[3]{a-b}}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{(a-b)^2}\sqrt[4]{(a+b)^3}}{\sqrt[5]{\sin^4(\alpha+\beta)}}$.

752. 2) 21,7782; 3) 13,6033; 4) 21,301; 5) 22,4313. **754.** −9,824. **755.** −23,7825. **756.** −27,0706. **757.** −4,000. **758.** $\lg 2=0{,}3010$, $\lg 5=0{,}6990$. **759.** 1) −0,5423; 2) −3,5382; 3) −2,6954; 4) −5,8999; 5) −3,2172; 6) −2,4378; 7) −1,7327; 8) −0,1525. **760.** 1) $\bar{2}$,6186; 2) $\bar{3}$,5545; 3) $\bar{4}$,9303; 4) $\bar{2}$,8990; 5) $\bar{6}$,3780; 6) $\bar{1}$,4162; 7) $\bar{1}$,9517; 8) $\bar{1}$,8730. **761.** 1) 0,9542; 2) 1,2304; 3) 1,8325; 4) 2,1492; 5) 2,6618; 6) 2,8062;

7) 3,0917; 8) 3,5806; 9) 3,4786; 10) 1,2885; 11) 0,0212; 12) 2,9031; 13) $\bar{1}$,7243; 14) $\bar{3}$,5798; 15) $\bar{1}$,0039; 16) $\bar{5}$,6021; 17) 3,3375; 18) 3,4265; 19) 1,6382; 20) 0,7983; 21) $\bar{1}$,9441; 22) $\bar{2}$,7355; 23) 2,8001; 24) 0,5791; 25) $\bar{1}$,8105; 26) $\bar{3}$,3747; 27) 1,3010; 28) $\bar{5}$,9031. **762.** 1) $\bar{1}$,5987; 2) $\bar{2}$,4179; 3) $\bar{1}$,8853; 4) $\bar{1}$,9788; 5) $\bar{1}$,9798; 6) $\bar{1}$,8321; 7) $\bar{1}$,8759; 8) $\bar{1}$,2205; 9) $\bar{2}$,7652; 10) $\bar{1}$,4651; 11) 0,3077; 12) $\bar{1}$,7123. **763.** 1) $\bar{1}$,832; 2) $\bar{1}$,991; 3) $\bar{1}$,269; 4) $\bar{2}$,126; 5) $\bar{1}$,661; 6) $\bar{1}$,448; 7) $\bar{1}$,992; 8) $\bar{1}$,532; 9) $\bar{1}$,971; 10) 0,144; 11) 1,956; 12) $\bar{1}$,005. **764.** (а) 1) 15°; 2) 15° 20′; 3) 16° 40′; 4) 9° 50′; 5) 10° 20′; 6) 13° 3′; 7) 3° 51′; 8) 1° 35′; 9) 0° 35′; 10) 0° 4′; 12) 0° 30′. (б) 1) 46°; 2) 50° 36′; 3) 48° 24′; 4) 53° 49′; 5) 64°; 6) 88° 45′. (в) 1) 44° 23′; 2) 18°; 3) 3° 2′; 4) 60° 52′; 5) 69° 27′; 6) 89° 55′. (г) 1) 52° 45′; 2) 49°; 3) 27° 36′; 4) 1° 22′; 5) 0° 06′; 6) 0° 16′. **765.** 1) 94,99; 2) 4945; 3) 8,632; 4) 560,1; 5) 2,939; 6) 37,00; 7) 2,517; 8) 0,03701; 9) 0,1264; 10) 0,0005327; 11) 0,00272; 12) 0,2086; 13) 1840; 14) 0,06570; 15) 8,387; 16) 31,82. **766.** 1) $\bar{2}$,3147; 2) $\bar{1}$,1634; 3) 1,7207; 4) $\bar{2}$,3366; 5) $\bar{3}$,9524; 6) 0,8859; 7) 3,9412; 8) 1,0111; 9) $\bar{4}$,7204; 10) $\bar{2}$,7684; 11) 1,4353; 12) 5,7466; 13) $\bar{3}$,7032; 14) $\bar{1}$,3484; 15) 1,9352; 16) $\bar{1}$,0628; 17) 0,2817; 18) $\bar{4}$,9506; 19) 0,8621; 20) 1,5637; 21) 0,353; 22) $\bar{2}$,0908; 23) $\bar{1}$,5731; 24) $\bar{1}$,7275; 25) $\bar{1}$,4469; 26) $\bar{1}$,7449; 27) $\bar{2}$,6566; 28) 0,3780; 29) 2,0919. **767.** 1) 275,7; 2) 0,1065; 3) 0,02653; 4) 8,345; 5) 322,9; 6) 0,00477. **768.** 1) 40,0; 2) 0,0113; 3) 21,5; 4) 0,961; 5) 142,6; 6) 0,71; 7) 0,99; 8) 0,884. **769.** 1) 161,2; 2) 54,06; 3) 49,27; 4) 42,02; 5) 0,6821; 6) 173,6. **770.** 1) 3,1; 2) 5,0064; 3) 0,00358; 4) 0,1105. **771.** 1) 7,930; 2) 38,28; 3) 0,838; 4) 0,2143. **772.** 1) 412,69; 2) $2070 \cdot 10^2$. **773.** 10,58. **774.** 0,005622. **775.** 0,6722. **776.** 0,01356. **777.** 250,2. **778.** 4100. **779.** 0,1118. **780.** 0,6308. **781.** 149,1. **782.** 247,1. **783.** 0,0591. **784.** $\approx 0{,}02523$. **785.** 40,96. **786.** 1,982. **787.** 0,01976. **788.** 0,0832. **789.** 1) 0,3002; 2) 0,001339. **790.** 1) 1,363; 2) 0,07247. **791.** 1) 74,89; 2) 0,1116. **792.** 61,66. **793.** 0,738. **794.** 5,266. **795.** 0,0006419. **796.** 1) 3; 2) 1; 3) $1\frac{2}{5}$; 4) 2,75. **797.** 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $-1\frac{35}{36}$. **798.** 1) 3; 2) $-\frac{2}{19}$; 3) $-\frac{3}{5}$. **799.** 1) $-1{,}5$; 2) 5; $-1{,}5$. **800.** 1) -1; 2; 2) $-0{,}5$. **801.** 1) 5; 2) 3; 3) 0. **802.** 1) $\frac{25+4\sqrt{34}}{2}$; 2) 3; 3) $2\pi n \pm \arccos(\sqrt{2}-1)$. **803.** 1) $\pi n - (-1)^n \frac{\pi}{2}$; 2) $\pi n \pm (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$. **804.** 1) $1\frac{2}{3}$; 2) 2,2; 9; 3) 10. **805.** 1) -10; 2) $1\frac{2}{3}$; 3) $-2{,}5$; 3; 4) 4; 5) 1; 3; $2 \pm \sqrt{2}$; 6) $\frac{2a\sqrt{b}}{b+1}$.

806. 1) 2,02; 2) 0,38; 3) 2,116. **807.** 1) ≈ 28; 2) $\approx -3{,}17$; 3) $\approx 2{,}43$. **808.** 1) 0; 2) 1; 3) 1,58. **810.** 1) 3; 2) 5; 3) 1; 4) 10. **811.** 1) 1; 2) 1,25. **812.** 1) 1; 2) 2. **813.** 2) $\approx -1{,}75$; 3) $\approx 0{,}37$. **814.** 1) ± 1; 2) 2; 3) 2; 4) 0; $\frac{1}{4}$. **815.** 1) 1,5; 2) $\log_{\frac{3}{4}} \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. **816.** 1) 8; 2) 4; 3) πn; $\frac{\pi}{2}(2n+1)$; 4) 0. **817.** 1) -8; $\approx -7{,}1$; ≈ 25; 27; 2) 1; 2; 10; 3) -17; -16; **818.** 1) 1; 2) 1; 3) 1; 4. **819.** 1) -2; 2) 1; 2; 3; 3) $\pm 1/2$. **820.** 1) 48; 2) 1; 3) 8; 4) 16. **821.** 1) 1; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 4; 4) $\frac{5}{8}$; 5) -2; 6) $-4\frac{1}{2}$; 3. **822.** 1) $m^{\frac{am}{b}}$; 2) $1\frac{1}{4}$; 3) $\sqrt{10}+1$. **823.** 1) 256; 2) 64; 3) $d^{c^{b^{a^m}}}$; 4) $\frac{1}{\sqrt[16]{2}}$. **824.** 1) b; 2) c; 3) $2^{\frac{\sqrt[n]{16}-1}{2}}$; 4) $b^{\frac{c^{\frac{\sqrt{a}}{b}}-1-1}{c}}$. **825.** 1) 1; 2) 4; 3) 9; 27; 4) 9; 5) 0; 3; 6) $7\frac{1}{9}$; 16; 7) 2; 8) 2401. **826.** 1) 2; 4; 2) 3; 3) 10; 10^5; 4) $\frac{1}{3}$. **827.** 1) -1; 4; 2) -2; 3) 1; $\frac{1}{6}$; 4) 1; 64. **828.** 1) $\pm 3\sqrt{2}$; 2) $25\frac{25}{27}$; 3) $\frac{2a\sqrt{b}}{b+1}$; 4) 100; 5) 2. **829.** 1) 1; 2) ± 16; 3) 5; 4) $\pm a^{12}$. **830.** 1) -1; 1; 2) 1; 4; 3) -6; 4) $\log_3 2$. **831.** 1) $\frac{15}{17}$; 2) 1 и 8; 3) 2; 4) $\frac{1}{15}$. **832.** 1) 3; 2. 1) 3; 2) 10; 3) 5; 4) 10; 5) 10. **833.** 1) (4; 1); 2) (2; 3), (2; -3), (-2; $-1/3$), (-2; 1/3); 3) (1; 3), $\left(\log_2 \frac{15}{4}; \log_2 \frac{25}{4}\right)$; 4) (1; 8). **834.** 1) (4; 2); 2) $[10(5+\sqrt{15}); 10(5-\sqrt{15})]$, $[10(5-\sqrt{15}); 10(5+\sqrt{15})]$; Т б)]; 3) $\left(4\frac{4}{5}; 1\frac{3}{5}\right)$; 4) (2; 4). **835.** 1) (4; 2); 2) $\left[\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{b}{b-a}}; \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{a}{b-a}}\right]$ ($a \neq b$), (1; 1); 3) (16; 10); 4) $(10^{10}; 10)$. **836.** 1) $(10^{-2}; 10^{-1})$, (100; 10); 2) (3; 5); 3) (4; 1); 4) (3; 9). **837.** 1) $(4; 2; \sqrt{2})$; 2) $\left[\frac{7+\sqrt{1+8a}}{2}; \frac{-1+\sqrt{1+8a}}{2}; \frac{4a+1-\sqrt{1+8a}}{2}\right]$; 3) (8; 4); 4) $\left(\frac{2}{3}; \frac{27}{8}; \frac{32}{3}\right)$, $\left(\frac{2}{3}; \frac{27}{8}; -\frac{32}{3}\right)$, $\left(\frac{2}{3}; -\frac{27}{8}; \frac{32}{3}\right)$, $\left(\frac{2}{3}; -\frac{27}{8}; -\frac{32}{3}\right)$, $\left(-\frac{2}{3}; \frac{27}{8}; \frac{32}{3}\right)$, $\left(-\frac{2}{3}; \frac{27}{8}; -\frac{32}{3}\right)$, $\left(-\frac{2}{3}; -\frac{27}{8}; \frac{32}{3}\right)$, $\left(-\frac{2}{3}; -\frac{27}{8}; -\frac{32}{3}\right)$. **838.** 1) $x<-1$ и $x>1$; 2) $x<-3$ и $x>3$;

3) $x > 2\frac{1}{2}$; 4) $x < -7$. **839.** 1) $1{,}5 < x < 2$; 2) $x > 2$; 3) $\frac{1}{3} < x < 1$; 4) $3 < x < 4$. **840.** 1) $1\frac{7}{9} < x < 2$ и $4 < x < 4\frac{1}{3}$; 2) $1 < x < 11$; 3) $x < -2$ и $x > \frac{5}{8}$; 4) $-2\sqrt{3} < x < -\sqrt{3}$ и $\sqrt{3} < x < 2\sqrt{3}$. **841.** 1) $0{,}58 < x < 6{,}92$; 2) $x > 2\frac{2}{3}$; 3) $0 < x < 3$ и $x > 7$; 4) $-1 < x < 10\frac{1}{9}$; 5) $x > 1$; 6) $x < -1$ и $x > 1$; 7) $x < 7$. **842.** 60. **843.** 840. **844.** 11520. **845.** 3024. **846.** 336. **847.** 720. **848.** 81. **849.** 31. **850.** 96. **851.** 6. **852.** C_9^6. **853.** C_7^3. **854.** $2C_{12}^2$. **855.** 105. **856.** $C_8^2 - 8 = 20$. **857.** 1) $3!$, 2) $4!$, 3) $k!$. **858.** 1) $(m+2)(m+1)m$; 2) $(n-1)(n-2)$; 3) $\frac{(m+1)m(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$; 4) $\frac{(m-3)(m-4)}{1 \cdot 2}$. **859.** 1) $(m+1)m(m-1)\ldots 3 \cdot 2$; 2) $(m+3)(m+2)\ldots 6 \cdot 5$; 3) $\frac{(m+n)(m+n-1)\ldots(m+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots n}$; 4) $\frac{(m+n)(m+n-1)\ldots 4 \cdot 3}{(m+n-2)!}$. **860.** 1) 9; 2) 56; 3) 48. **861.** 1) 15; 2) 4950; 3) 91. **862.** 1) 116; 2) 114. **863.** 1) 1/30240; 2) 1/3; 3) 12. **864.** 1) m; 2) $n(n+1)$; 3) $m+1$; 4) $n-2$. **865.** 1) $(m-n+2)^2$; 2) $m \cdot (m-1)$; 3) m; 4) $m-2$. **867.** 1) 3; 2) 10; 3) 15; 4) 5. **868.** 1) 5; 2) 7; 3) 15; 4) 6. **869.** 1) 7; 2) 16; 3) 4; 4) 4. **870.** 1) 2; 2) 5; 3) 11; 4) 10. **871.** 1) 12; 2) 10; 3) 13; 4) 14. **872.** 1) 7; 2) 15; 3) 90; 4) 8. **873.** 1) 23; 2) 8; 3) 11; 4) 9. **874.** 1) 5; 2) 15; 3) 9; 4) 8. **875.** 1) 7; 2) 8; 3) 10; 4) 10. **876.** 6. **877.** 8. **878.** 14 и 3. **879.** 14 и 8. **880.** 1) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$; 2) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$; 3) $x^3 - 7x + 6$; 4) $a^4 + 10a^3 + 35a^2 + 50a + 24$; 5) $a^4 - 12a^3 + 49a^2 - 78a + 40$; 6) $b^4 + 4b^3 - 7b^2 - 22b + 24$; 7) $y^5 + 15y^4 + 85y^3 + 225y^2 + 274y + 120$; 8) $y^5 - 15y^4 + 85y^3 - 225y^2 + 274y - 120$; 9) $x^2 + (a+b)x + ab$; 10) $x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x + abc$; 11) $x^4 + (a+b+c+d)x^3 + (ab+ac+ad+bc+bd+cd)x^2 + (abc+abd+acd+bcd)x + abcd$; 12) $(x+a)^4 = x^4 + 4ax^3 + 6a^2x^2 + 4a^3x + a^4$, $(x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$, $(x-1)^4 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$. **881.** -15. **882.** 11. **883.** 1 и 24. **884.** 1) $x^8 \pm 8x^7y + 28x^6y^2 \pm 56x^5y^3 + 70x^4y^4 \pm 56x^3y^5 + 28x^2y^6 \pm 8xy^7 + y^8$; 2) $a^5 \pm 5a^4b + 10a^3b^2 \pm 10a^2b^3 + 5ab^4 \pm b^5$; 3) $x^7 \pm 7x^6 + 21x^5 \pm 35x^4 + 35x^3 \pm 21x^2 + 7x \pm 1$; 4) $1 \pm 6y + 15y^2 \pm 20y^3 + 15y^4 \pm 6y^5 + y^6$; 5) $81a^4 + 108a^3 + 54a^2 + 12a + 1$; 6) $x^{10} - 10x^8 + 40x^6 - 80x^4 + 80x^2 - 32$; 7) $a^3 + 6a^2\sqrt{ab} + 15a^2b + 20ab\sqrt{ab} + 15ab^2 + 6b^2\sqrt{ab} + b^3$; 8) $16x^2 - 32a^2\sqrt{x} + 24x^3 - 8x^3\sqrt{x} + x^4$; 9) $1 \pm \frac{5}{n} + \frac{10}{n^2} \pm \frac{10}{n^3} + \frac{5}{n^4} \pm \frac{1}{n^5}$; 10) $99 \pm 70\sqrt{2}$; 11) $\frac{1}{a^5} + \frac{10}{a^4} + \frac{45}{a^3} + \frac{120}{a^2} + \frac{210}{a} + 252 + 210a + 120a^2 + 45a^3 +$

$+10a^4+a^5$; 12) $x^4-8x^3\sqrt[4]{x^3}+28x^3\sqrt{x}-56x^3\sqrt[4]{x}+70x^3-56x^2\sqrt[4]{x^3}+$ $+28x^2\sqrt{x}-8x^2\sqrt[4]{x}+x^2$; 13) $(x^4-6x^2y^2+y^4)+(4x^3y-4xy^3)i$; 14) $(16x^4-216x^2+81)+(96x^3-216x)i$; 15) $-64\pm1068i$. **885.** 1) 2; 2) $2a^3$. **886.** 448; 280; 84. **887.** -7; -35; 35. **888.** 1) $C_9^4a^5$; 2) $C_{20}^4a^4b^{16}$; 3) $-C_5^3x^6$; 4) $C_5^2ab^3$; 5) $-C_{10}^5$; 6) $U_4=-C_7^3\frac{a^3}{2}$, $U_5=C_7^4\frac{a^4\sqrt{2}}{8}$. **889.** 1) $K_6=K_7=462$; 2) $K_5=70$. **890.** 1) $U_5=C_{11}^4y^4x^7$; 2) C_6^3; 3) $C_{20}^8y^7$; 4) $U_6=-126$; 5) $U_{13}=C_{18}^6b^6x^{-1}$; 6) $U_5=C_8^4b^{-\frac{2}{3}}$; 7) $U_9=C_{12}^4a^{5\frac{1}{3}}$; 8) $U_5=C_{10}^4$; 9) $U_9=C_{16}^8x^8a^8$; 10) $U_7=C_{24}^6a^6x^{42}$ и $U_{19}=C_{24}^6a^{18}x^{30}$. **891.** 1) $2^9=512$; 2) 0; 3) $2^{10}=1024$; 4) 0. **892.** $\frac{35}{z}$. **893.** $-C_{10}^3a^6\sqrt{a}$. **894.** 100. **895.** 35. **896.** $28x^2$. **897.** $\frac{7}{8}$. **898.** 52. **899.** 6188. **900.** $-20a^7b^8$. **901.** 165. **902.** 1) — 2) нечетные; 3) 1-й, 4-й, 7-й, 10-й, 13-й; 4) 1-й, 7-й, 13-й, 19-й, 25-й. **904.** Геометрическую прогрессию: $q=1+\frac{p}{100}$. **905.** 142 руб. 80 коп. **906.** 872 руб. 80 коп. **907.** 2188 руб. **908.** 25,48 л. **909.** $28\cdot10^{14}$. **910.** 5%. **911.** 5559 руб. **912.** 25 лет. **913.** 20 лет. **914.** $\frac{\log n}{\log(1+0{,}01p)}$ лет. **915.** 26 920. **916.** 5 недель. **917.** 13%. **918.** 6%. **919.** $\approx$ 14 лет.

Глава 6

925. $\frac{35\pi}{18}$ см; $\frac{8\pi}{3}$ см; $\frac{10\pi}{3}$ см; $\frac{40\pi}{9}$ см; 20π см. **926.** 1) 0,890; 2) 0,471; 3) 1,335; 4) 0,218. **927.** 1) $\frac{\pi}{8}$; 2) $\frac{\pi}{5}$; 3) $\frac{5\pi}{12}$; 4) $\frac{7\pi}{8}$; 5) $\frac{163\pi}{180}$; 6) $\approx 1{,}2\pi$. **928.** 80° 13′; 114° 35′ 30″; 42° 58′; 10°; 120°; 270°; 135°; 51° 25′ 40″. **929.** 1) $26\frac{2}{3}\pi\frac{1}{\text{с}}$; 2) $32\pi\frac{\text{м}}{\text{с}}$; 3) $26\frac{2}{3}\pi\frac{\text{м}}{\text{с}}$. **930.** $\frac{\pi}{6}$; $\frac{3\pi}{10}$; $\frac{\pi}{10}$; $\frac{5\pi}{12}$; $\frac{4\pi}{9}$; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{11\pi}{10}$. **934.** 1) 20°, 170°, 320°; 2) 130°; 280°; 3) $\frac{\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{4}$; 4) $1\frac{3}{4}\pi$; 5) 30°, 150°; 6) $\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$. **935.** $\frac{2\pi}{9}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{9}$. **937.** $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$. **938.** 24°; $\frac{2\pi}{15}$. **939.** 180°, 720°. **940.** $\frac{2\pi}{15}$, $\frac{2\pi}{5}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{5}$, 24°, 72°, 120°, 144°. **941.** 1) 0,535; 2) 0,746; 3) 0,885; 4) 0,991; 5) 0,073; 6) 0,040. **942.** 1) 0,613; 2) 0,864; 3) 0,950; 4) 0,969; 5) 0,104; 6) 0,999. **943.** 1) 0,368; 2) 0,217; 3) 0,240; 4) 1,084;

5) 1,292; 6) 3,598. **944.** 1) 14,07; 2) 1,012; 3) 0,622; 4) 0,136; 5) 0,317; 6) 4,658. **945.** 1) 25° 35′; 2) 14° 35′; 3) 70° 12′; 4) 4° 54′. **946.** 1) 76° 38′; 2) 70°; 3) 56° 50′; 4) 34° 42′; 5) 84° 22′; 6) 85° 9′. **947.** 1) 3° 30′; 2) 1° 50′; 3) 23° 5′; 4) 4° 42′; 5) 57° 42′; 6) 78° 18′. **948.** 1) 88° 18′; 2) 88°; 3) 70° 43′; 4) 50° 37′; 5) 27° 15′; 6) 21° 9′. **949.** 1) 0,841; 2) 0,375; 3) 0,284; 4) 0,969; 5) 0,546; 6) 0,389; 7) −0,058; 8) 0,765; 9) −1,119. **950.** 0,8378; 2,3038. **951.** 1) 370; 2) 48,7; 3) 1,57; 4) 11,8. **952.** 0,196 рад, 11° 15′. **953.** 300. **954.** $\frac{2\pi}{3}\frac{1}{c}$. **955.** $S=\frac{R^2\alpha}{2}$. **956.** 1152°. **957.** $\frac{5\pi}{6}$. **958.** 20,420; 38,746; 0,8203. **959.** $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2\pi}{3}$. **960.** $\frac{\pi}{3}$. **961.** $\frac{\pi}{6}$. **962.** $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2\pi}{3}$. **963.** 4π см. **964.** 9 см. **965.** 100 см. **966.** 1) 3,6′; 2) $\frac{5}{18}$ тысячных; 3) $16\frac{2}{3}$ тысячных. **967.** 30π. **970.** Положительны: $2\pi k<\alpha<\frac{\pi}{2}+2\pi k$; отрицательны: $\pi+2\pi k<\alpha<\frac{3}{2}\pi+2\pi k$. **971.** 1) $\frac{2+\sqrt{3}}{5}$; 2) $\frac{28}{45}$; 3) $-6\frac{1}{3}$. **972.** 1) 1; 2) 2; 3) $(a-b)^2$; 4) 5. **973.** 1) $\frac{17}{4(a+b)}$; 2) $\frac{\sqrt{2}(m+n)}{2m(n+1)}$; 3) $\frac{a^2-b^3}{a-b}$. **975.** 1) $0\leqslant y\leqslant 1$; 2) $0\leqslant y\leqslant 1$; 3) $0\leqslant y\leqslant 2$; 4) $0\leqslant y<\infty$; 5) 1; 6) $|y|\leqslant\sqrt{2}$; 7) $|y|\leqslant 13$; 8) $|y|\leqslant\frac{1}{2}$; 9) $0{,}2\leqslant y\leqslant 5$; 10) $0{,}5\leqslant y\leqslant 1$; 11) $|y|\leqslant\sqrt{2}$. **976.** 1) $\sin 10°$; 2) $\sin\pi$; 3) $\sin 220°$; 4) $\sin 60°$; 5) $\cos 40°$; 6) $\cos 130°$; 7) $\cos\pi$; 8) $\cos\pi$; 9) $\operatorname{tg}\pi$; 10) $\operatorname{tg}50°$; 11) $\operatorname{ctg}202°$; 12) $\operatorname{ctg}0{,}1\pi$; 13) $\sec 20°$; 14) $\sec 1{,}5\pi$; 15) $\operatorname{cosec}0{,}2\pi$; 16) $\operatorname{cosec}30°$. **977.** 1) π; 2) $\frac{2\pi}{5}$; 3) 4π; 4) $\frac{4\pi}{3}$; 5) π; 6) 2π. **978.** 1) $\frac{2\pi}{3}$; 2) 6π; 3) $\frac{10\pi}{3}$; 4) $\frac{\pi}{2}$. **979.** 1) 2π; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) 1,5π; 4) 5π. **980.** Нет. **981.** 1); 2); 4); 5). **982.** 1) $-\frac{\pi}{4}+\pi k<x<\frac{\pi}{4}+\pi k$; 2) $2\pi(2k-1)<x<4\pi k$; 3) $\frac{\pi k}{3}<x<\frac{\pi}{6}+\frac{\pi k}{3}$; 4) нет. **983.** 1) $\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}\pi k<x<\frac{\pi}{2}+\frac{2}{3}\pi k$; 2) $\frac{2}{3}\pi k<x<\frac{\pi}{3}+\frac{2}{3}\pi k$; 3) нет; 4) $\frac{\pi k}{6}<x<\frac{\pi}{6}(1+k)$. **984.** $y=\sin x$: $y_{\max}=1$ при $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $y_{\min}=-1$ при $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$; $y=\cos x$: $y_{\max}=1$ при $x=2\pi k$, $y_{\min}=-1$ при $x=\pi+2\pi k$. **985.** $-\frac{\pi}{2}+2\pi k<x<\frac{\pi}{2}+2\pi k$. **986.** $\pi k<\alpha<\pi k+\frac{\pi}{2}$, $\pi k+\frac{\pi}{2}<\beta<\pi(k+1)$ и $\pi k+\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi(k+1)$; $\pi k<\beta<\pi k+\frac{\pi}{2}$. **987.** 1) $x\neq 0$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{3\pi}{4}$; π; $\frac{5\pi}{4}$; $\frac{3\pi}{2}$; $\frac{7\pi}{4}$; 2π; 2) $0\leqslant x\leqslant\pi$;

3) $0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4} \leqslant x \leqslant \frac{5\pi}{4}$, $\frac{7\pi}{4} \leqslant x \leqslant 2\pi$; 4) $-\infty < x < \infty$; 5) $0 \leqslant x < \frac{\pi}{2}$, $\pi \leqslant x < \frac{3\pi}{2}$; 6) $-\infty < x < \infty$; 7) $-\infty < x < \infty$; 8) $0 < x < \frac{\pi}{2}$, $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$; 9) $\frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \frac{3\pi}{2}$; 10) $x \neq \pi$. **990.** 1) $\operatorname{tg}\alpha$; 2) $\frac{3m^3}{8}(9 + 32\sqrt{3}) - 6$; 3) $\operatorname{tg}^4\alpha$. **994.** 1) Да; 2) да; 3) нет; 4) нет; 5) да. **995.** 1) $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$, $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{4}{3}$, $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{3}{4}$; 2) $\sin\alpha = -\frac{28}{53}$, $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{28}{45}$, $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{45}{28}$; 3) $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{12}{5}$, $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{5}{12}$; 4) $\sin\alpha = \frac{8}{17}$; $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{8}{15}$, $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{15}{8}$. **996.** 1) $\sin\alpha = -\frac{5}{\sqrt{61}}$, $\cos\alpha = -\frac{6}{\sqrt{61}}$, $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{6}{5}$; 2) $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{1}{2}$; 3) $\sin\alpha = -\frac{12}{13}$, $\cos\alpha = \frac{5}{13}$, $\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{5}{12}$; 4) $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\operatorname{tg}\alpha = -2$; 5) $\sin\alpha = -\frac{15}{17}$, $\cos\alpha = -\frac{8}{17}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{15}{8}$; 6) $\sin\alpha = -\frac{200}{\sqrt{42601}}$, $\cos\alpha = \frac{51}{\sqrt{42601}}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{200}{51}$; 7) $\sin\alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, $\cos\alpha = -\sqrt{\frac{2}{3}}$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **997.** 1) $2\cos\alpha$; 2) 0; 3) $2\cos\alpha$; 4) -1. **998.** 1) $-\operatorname{cosec}\varphi$; 2) 1; 3) 2; 4) $\sin^2\alpha$. **999.** 1) $\cos^2\beta$; 2) 1; 3) $\sec^2 2\alpha$; 4) $\cos^2\beta$; 5) $-\sin^2 x$; 6) 1; 7) $\operatorname{cosec}^2 2\alpha$; 8) $-\cos^2\beta$. **1000.** 1) $\operatorname{cosec}^2\frac{\alpha}{2}$; 2) 0; 3) $\sin 2x$; 4) 1. **1001.** 1) $\operatorname{cosec}^2\beta$; 2) 1; 3) $\operatorname{cosec}^2\alpha$; 4) -1. **1002.** 1) $\sec^2\alpha$; 2) $\sin^2\beta$; 3) $\operatorname{cosec}\alpha + \sec\alpha$; 4) 1. **1003.** 1) $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$; 2) $\sin\alpha$; 3) $\operatorname{cosec}^2\varphi$; 4) $\sin\alpha + \cos\alpha$. **1004.** 1) $1 + \operatorname{tg}\alpha$; 2) $\sin\alpha$; 3) 1; 4) 1. **1005.** 1) $\sec^2\varphi$; 2) $-2\operatorname{ctg}\alpha$; 3) $2\operatorname{tg}^2\beta$; 4) $\operatorname{tg}^2\alpha \cdot \sin^2\alpha$. **1006.** 1) 2; 2) $\operatorname{ctg}^3\alpha$; 3) $\operatorname{cosec}^2\alpha$; 4) $\sec^2\beta$. **1007.** 1) $\sin\alpha$; 2) $\sin\alpha$; 3) $2\operatorname{cosec}\alpha$; 4) -1. **1008.** 1) 1; 2) $\operatorname{tg}\alpha$. **1009.** 1) $-\frac{3600}{4913}$; 2) $-\frac{64}{75}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $-0{,}25$. **1010.** 1) -12; 2) $-8\frac{8}{9}$; 3) $\frac{64}{81}$; 4) $\frac{5}{6}$. **1017.** 1) $y = \sin x$ возрастает от -1 до $+1$ на любом из сегментов $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right]$ и убывает от 1 до -1 на любом из сегментов $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right]$; $y = \cos x$ убывает от 1 до -1 на любом из сегментов $[2\pi k; \pi(2k+1)]$ и возрастает от -1 до $+1$ на любом из сегментов $[\pi(2k-1); 2\pi k]$; $y = \operatorname{tg} x$ возрастает от $-\infty$ до $+\infty$ в каждом из интервалов $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right)$, $y = \operatorname{ctg} x$ убывает

от $+\infty$ до $-\infty$ в каждом из интервалов $(\pi k;\ \pi(k+1))$; 2) $\frac{\pi}{3}$; 3) $\frac{2\pi}{3}$; 4) $\frac{\pi}{3}$; 5) $\frac{2\pi}{3}$. **1018.** 1) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 2) πk; 3) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 4) $(-1)^k\frac{\pi}{4}+\pi k$; 5) $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{4}+\pi k$; 6) $(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k$; 7) $(2k+1)\pi$; 8) $\frac{\pi}{2}+k\pi$; 9) $2\pi k$; 10) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$; 11) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$; 12) $\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$; 13) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$; 14) πk; 15) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; 16) $\frac{\pi}{6}+\pi k$; 17) $-\frac{\pi}{6}+\pi k$; 18) $\frac{3\pi}{4}+\pi k$; 19) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; 20) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; 21) $\frac{5\pi}{6}+\pi k$. **1019.** (а) 12) $\frac{1}{2}\operatorname{arcctg}1$; 13) $\frac{1}{3}\arcsin\frac{2}{7}$; 14) $2\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$; 15) $-\frac{\pi}{3}+\operatorname{arctg}\frac{3}{5}$; 16) $\frac{1+\operatorname{arcctg}\sqrt{2}}{2}$; 17) $-\pi+8\operatorname{arctg}\sqrt{3}$. (б) 1) $y=\arcsin 2x$, $|x|\leqslant\frac{1}{2}$; 2) $y=\arccos\frac{x}{2}$, $|x|\leqslant 2$; 3) $y=2\operatorname{arctg}2x$; 4) $y=\operatorname{ctg}\frac{x}{2}$; 5) $y=\frac{1+\cos x}{2}$; 6) $y=3\operatorname{ctg}x$; (в) 1) $\frac{\pi}{6}$; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) $\frac{\pi}{4}$; 4) $\frac{\pi}{2}$; 5) 0; 6) $\frac{\pi}{6}$; 7) $-\frac{\pi}{4}$; 8) $-\frac{\pi}{3}$; 9) $\frac{3\pi}{4}$; 10) $-\frac{\pi}{3}$; 11) $\frac{\pi}{4}$; 12) $-\frac{\pi}{4}$; 13) $\frac{5\pi}{6}$; 14) $\frac{\pi}{2}$. **1021.** 5) $\frac{8}{15}$; 6) $-1{,}7$; 7) $-0{,}8$; 8) $1{,}7$; 9) 0; 10) $-\frac{1}{2}$; 11) -1; 12) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **1022.** 1) $-0{,}5$; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{3}{4}\sqrt{3}$; 5) -2. **1023.** 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) 1; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; 5) $-\sqrt{3}$; 6) 1; 7) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **1026.** (а) 1) $|x|\leqslant\frac{1}{2}$; 2) $|x|\leqslant 3$; 3) $|x|\leqslant\frac{1}{3}$; 4) $|x|\leqslant 2$; 5) $0\leqslant x\leqslant 2$; 6) $-1{,}5\leqslant x\leqslant 0{,}5$; 7) $-\infty<x<\infty$; 8) $x\geqslant 0$; 9) $x\neq 0$; 10) $x\neq 0$; 11) $0\leqslant x\leqslant 1$; 12) $0<x\leqslant 1$; 13) $0\leqslant x\leqslant 1$; 14) $0\leqslant x\leqslant 1$; 15) $|x|\leqslant 1$. (в) 1) 0,8; 2) 5; 3) $\frac{45}{53}$; 4) $-\frac{40}{9}$; 5) $1\frac{1}{3}$; 6) $\frac{2{,}1}{\sqrt{5{,}41}}$; 7) $0{,}2\sqrt{5}$; 8) $-\frac{20}{99}$; 9) $-\frac{20}{99}$; 10) $\frac{21}{29}$; 11) $\frac{\pi}{6}$; 12) $-\frac{2\pi}{5}$; 13) $\frac{\pi}{4}$; 14) 180°; 15) $\frac{\pi}{8}$; 16) 41°; 17) $\frac{\pi}{5}$; 18) $\frac{3\pi}{4}$; 19) π; 20) $\frac{\pi}{4}$. **1027.** (а) 1) $\frac{\pi k}{3}$; 2) $\frac{\pi}{3}(1+6k)$; 3) $\frac{\pi k}{2}$; 4) $3\pi k$; 5) $\frac{\pi}{8}(4k-1)$; 6) $\frac{\pi}{10}(1+2k)$; 7) $\pi(2k+1)$; 8) $\frac{\pi}{10}\left(1+3\frac{1}{3}k\right)$; 9) $\frac{\pi}{6}(1+4k)$; 10) $\pi(4k-1)$; 11) $\frac{5\pi}{6}\left(\frac{12}{5}k-1\right)$; 12) $10\pi k$; 13) $\frac{5\pi}{8}\left(1+\frac{8}{5}k\right)$;

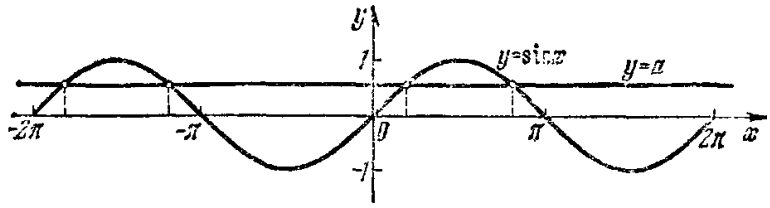

Рис. 57.

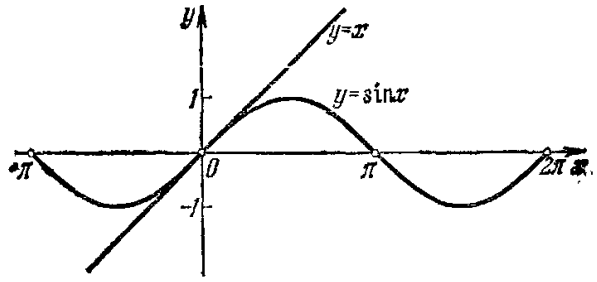

Рис. 58.

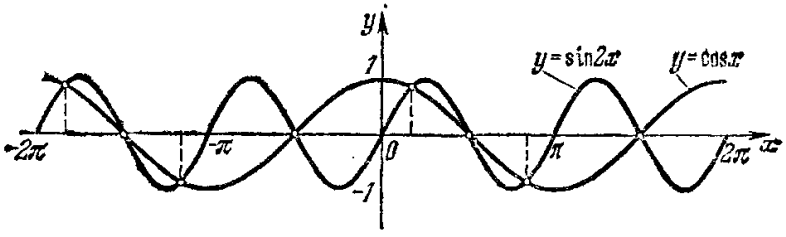

Рис. 59.

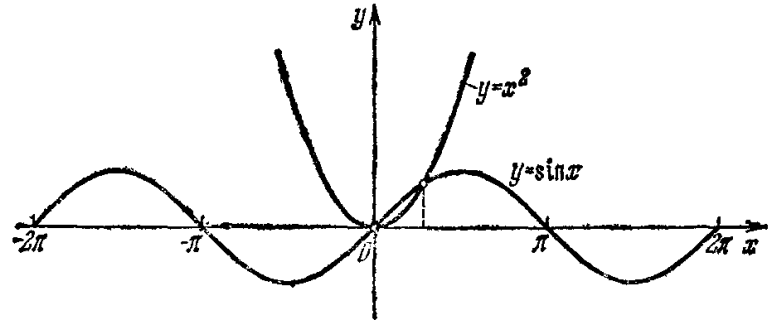

Рис. 60.

14) $(-1)^k \frac{\pi}{9} + \frac{\pi k}{3}$; 15) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k$; 16) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k$;
17) $\frac{2}{3}\left[(-1)^k \arcsin \frac{1}{4} + \pi k\right]$; 18) $\pm \frac{\pi}{4} + \pi k$; 19) $\pm 30° + 9° + 180° k$;
20) $\pm \frac{\pi}{3} - 2 + \pi k$; 21) $0{,}4\pi k$; 22) $-2° 30' \pm 22° 30' + 180° k$;
23) $\pm \sqrt{\frac{\pi}{3}}$, $\pm \sqrt{\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k}$ $(k = 1, 2, \ldots)$; 24) $\pm \frac{1}{2} \arccos \frac{2}{3} + \pi k$;
25) $-1 + \frac{\pi}{6} + \pi k$; 26) $15° (2k + 1)$; 27) $\pm \sqrt{\frac{\pi}{4} + \pi k}$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$;
28) $\pm \sqrt{\pi k}$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$; 29) $\frac{\pi}{4} + \pi k$; 30) $\pi - \operatorname{arcctg} 5{,}671 + \pi k$;
31) $\frac{\pi}{12}(1 + 6k)$; 32) $\frac{\pi}{4}(1 + 2k)$. (б) 1) — 2) $\frac{\pi}{2}(1 + 4k)$; 3) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}$;
4) $71° 34' + 180° k$, $45° + 180° k$. (в) 1) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$; 2) $\pm \frac{\pi}{8} + 2\pi k$;
3) $14° 29' + 360° k$, $-14° 29' + 180° (2k + 1)$; 4) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi k$;
5) $190° 18' + 540° k$, $-135° + 540° k$; 6) $\operatorname{arctg} 2 + \pi k$, $\operatorname{arctg} 3 + \pi k$.
(г) 1) πk; 2) πk, $63°26' + 180° k$; 3) $\frac{\pi}{2}(2k + 1)$, $165°58' + 180° k$;
4) πk, $\frac{\pi}{4} + \pi k$. (д) 1) $\frac{\pi}{6} + \pi k$; 2) $26°34' + 180° k$; $63°26' + 180° k$,
$45° + 180° k$; 4) $71°34' + 180° k$, $63°26' + 180° k$; 5) $71°34' + 180° k$,
$45° + 180° k$. **1028.** 1) См. рис. 57; 2) см. рис. 58; 3) см. рис. 59;
4) см. рис. 60.

Глава 7

1029. 1) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1)$.
1031. 1) 1; 2) $\frac{\sqrt{10}}{20}(1 - 3\sqrt{3})$; 3) $-\frac{44}{125}$; 4) $\frac{24}{145}$. **1032.** 1) 0,6;
2) 0; 3) 0. **1033.** 1) $\frac{44}{125}$; 2) $\frac{140}{221}$. **1034.** 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 1;
4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **1035.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 1; 4) $\frac{1}{2}$. **1036.** 1) -1; 2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
3) 2; 4) 1. **1038.** 1) -2; 2) -18; 3) $\frac{7}{17}$. **1039.** 1) 1; 2) 1; 3) $\sqrt{3}$;
4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; 5) $\sqrt{3}$. **1040.** 1) $\sqrt{2} \operatorname{tg} \alpha$; 2) $-\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$; 3) $\operatorname{ctg} 2\alpha$; 4) $\operatorname{tg} \alpha$.
1041. 1) 1; 2) $\sin \alpha - \sin \beta$; 3) $\sec^2(\alpha + \beta)$; 4) $2 \operatorname{ctg} \beta$. **1042.** 1) $-\operatorname{ctg} 2\alpha$;
2) $\cos \alpha$; 3) $\frac{\sin(\beta - \alpha)}{\cos(\alpha + \beta)}$. **1045.** 1) 1; 2) 0; 3) $-\frac{11}{14}$. **1046.** 1) -1;
2) $-\frac{10}{33}$; 3) -1. **1052.** 1) $\frac{\pi}{4}(1 + 2k)$; 2) πk; 3) $-\frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}\pi k$;

4) $\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$. **1053.** 1) $(-1)^k\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{3}$; 2) $\frac{2}{3}\pi k$; 3) $\frac{\pi}{2}(1+2k)$, $\frac{\pi}{3}(6k+1)$; 4) $\frac{\pi}{6}(6k-1)$. **1054.** 1) $\frac{\pi}{12}(12k-1)$; 2) $105°+180°k$; 3) $-\frac{\pi}{6}+\pi k$; 4) $\frac{\pi}{6}+\pi k$. **1055.** 1) $\frac{\pi}{3}+\pi k$; 2) $2\pi k$; 3) $\operatorname{arctg}\frac{3\sqrt{3}}{5}+\pi k$; 4) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$. **1057.** 1) 1; 2) 1; 3) -6; 4) -2. **1058.** 1) 0,5; 2) 0; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{2}$. **1059.** 1) $-\frac{1}{4}$; 2) 0. **1060.** 1) 0,819; 2) $-0{,}934$; 3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) 0,148; 5) $-0{,}984$; 6) 0,53; 7) $-0{,}3746$; 8) $-0{,}8598$; 9) 0,9613. **1061.** 1) $-0{,}643$; 2) 0,574; 3) $-0{,}953$; 4) 0,967; 5) $-0{,}973$; 6) $-0{,}766$; 7) $-0{,}122$; 8) $-0{,}5$; 9) 0,191. **1062.** 1) $-5{,}671$; 2) 1,192; 3) $-0{,}510$; 4) $-1{,}6$; 5) 0,371; 6) $-0{,}105$; 7) 1,421; 8) $-1{,}192$; 9) $-0{,}00000536$. **1063.** 1) $-1{,}036$; 2) 1,804; 3) 3,078; 4) $-0{,}231$; 5) 0,105; 6) 0,325; 7) 2,050; 8) $-0{,}307$; 9) $-0{,}325$. **1064.** $\sin 18°$; $-\cos 20°$; $-\cos 80°$; $-\sin 57°$; $-\operatorname{tg} 55°$; $-\operatorname{ctg} 21°$; $-\cos 62°$; $\sin 60°$; $-\cos 15°$; $-\operatorname{tg} 85°$; $-\operatorname{tg} 1°$; $\operatorname{ctg} 32°$; $-\sec(\pi-3)$; $-\cos(4-\pi)$; $\operatorname{ctg} 0{,}2\pi$; $-\cos 0{,}4\pi$; $-\sin 0{,}2\pi$; $-\sec 0{,}2\pi$; $\sin(\pi-3)$; $-\cos(\pi-2{,}5)$. **1065.** $\cos 34°$; $-\cos 58°30'$; $-\sin 18°$; $-\cos 8°$; $\sin 50°$; $\cos 18°$; $\sin 90°$; $\operatorname{ctg} 73°$; $\operatorname{ctg} 1°$; $\operatorname{tg} 18°$; $-\operatorname{tg} 0{,}3\pi$; $\cos 0{,}33\pi$; $-\sin 0{,}2\pi$; $\operatorname{cosec} 42°$; $-\sec 30°$. **1066.** $\cos 9°$; $-\sin 6°30'$; $\sin 34°$; $-\cos 31°$; $-\sin 38°$; $\cos 30°$; $\sin 11°$; $\cos 20°$; $\operatorname{ctg} 18°$; $\operatorname{tg} 10°$; $\operatorname{cosec} 12°$; $\sec 36°$; $\operatorname{ctg} 25°$; $\operatorname{tg} 10°$; $\sin 24°$; $\cos 42°$; $\operatorname{tg} 0{,}2\pi$; $\sin 0{,}1\pi$; $-\sin(\pi-3)$; $-\sin\left(2-\frac{\pi}{2}\right)$; $\operatorname{ctg}\left(5-\frac{3\pi}{2}\right)$; $\operatorname{ctg}(2\pi-6)$. **1068.** 1) $\frac{5}{13}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) 0,5; 4) 3); 5) $\frac{1}{5}$. **1069.** 1) 0; 2) 0; 3) 0. **1070.** 1) 1; 2) 0; 3) $\sec 37°$; 4) $\sin 10°$. **1071.** 1) 1; 2) 1; 3) 1; 4) 2. **1072.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) $-\frac{5\sqrt{2}}{4}$; 3) $\frac{\sqrt{6}}{6}-1$; 4) $\operatorname{ctg} 2°(1-\cos 2°)$. **1073.** 1) $-2{,}5$; 2) $-1\frac{1}{3}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\frac{3}{4}\operatorname{tg} 15°$; 5) $\sqrt{6}$. **1074.** 1) 1; 2) $\operatorname{tg}\alpha$; 3) $\sin\alpha$; 4) 1. **1075.** 1) 0; 2) -1; 3) $\operatorname{tg}\alpha$; 4) $\cos^2\alpha$. **1076.** 1) -1; 2) $-\cos\alpha$; 3) $-\operatorname{ctg}\beta$; 4) $\cos\alpha$. **1077.** 1) 1; 2) 2; 3) $\sin\alpha$. **1082.** 1) 0,5376; $-0{,}8432$; $-\frac{336}{527}$; 2) $-0{,}75$; 3) $-\frac{24}{25}$; 4) 0,02. **1083.** 1) $\frac{1}{4}$; 2) $-\frac{103}{121}$; 3) $\frac{5}{12}$; 4) 0,8. **1084.** 1) $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{13}$; 2,4; 2) $-5\frac{5}{11}$; 3) $-\frac{8}{9}$. **1086.** 1) 1; 2) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) 1. **1087.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) -1; 5) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; 6) $\frac{1}{2}$. **1088.** 1) 1;

2) -1; 3) $\cos 2\alpha$; 4) $\operatorname{tg} 6\alpha$. **1089.** 1) $\cos 2\beta$; 2) $\operatorname{ctg} 2\alpha$; 3) $-\operatorname{tg} 2\alpha$; 4) $\cos 2\alpha$. **1090.** 1) $-\frac{1}{4}\sin 2\alpha$; 2) $2\operatorname{tg} 20°$; 3) $-\cos 20°$; 4) 1.

1091. 1) $4\sin\alpha$; 2) $\operatorname{tg}\alpha\cos 2\alpha$; 3) 2. **1092.** 1) 0,8; $-0,6$; $-\frac{4}{3}$; 2) $-\frac{5}{13}$, $-\frac{12}{13}$, $\frac{5}{12}$; 3) $1\frac{7}{8}$. **1093.** 1) $\operatorname{ctg}^2 10°$; 2) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$; 3) $2\cos\alpha$; 4) $-2\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}$. **1094.** 1) $\operatorname{tg}\beta$; 2) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$; 3) $\sec 2\beta$; 4) $\operatorname{ctg} 2\alpha$. **1095.** 1) $-2\cos\frac{\beta}{4}$; 2) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$; 3) $\frac{1}{2}\operatorname{tg} 2\alpha$; 4) $\sin 3\beta$. **1096.** 1) -2; 2) $-\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{4}$; 3) $\operatorname{tg}\alpha$. **1102.** 1) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; 2) $\pm\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}k$; 3) πk; 4) πk. **1103.** 1) $\frac{1}{2}\pi k$; 2) $-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi}{3}k$; 3) $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$; 4) $\frac{\pi}{4}(2k+1)$. **1104.** 1) $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$; 2) $\frac{\pi}{4}+\pi k$: 3) πk; 4) $\pm\arccos\frac{3}{4}+2\pi k$, $\pm\arccos\left(-\frac{3}{4}\right)+2\pi k$. **1105.** 1) $\pm\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 2) $(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k$, $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 3) $\frac{5\pi}{3}+2\pi k$; 4) $(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k$. **1106.** $\pm\sqrt{3}$; 2) 0 и $\frac{1}{2}$; 3) $\pm\sqrt{2}$; 4) $\sqrt{2}$. **1107.** 1) 0, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$; 2) $\frac{\pi}{6}$; 3) $\pm\frac{\pi}{4}$; 4) $\sqrt{\frac{2(5-2\sqrt{2})}{17}}$. **1108.** $x=\sin\frac{\pi}{2(1+\sqrt{3})}$; 2) 0 и $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 4) $\pm\frac{\sqrt{2a}}{a}$. **1109.** 1) $\frac{1}{2}(\cos 14°-\cos 40°)$; 2) $\frac{1}{2}(\cos 11°-\cos 45°)$; 3) $\frac{1}{2}(\cos 60°-\cos 66°)$; 4) $\frac{1}{2}\cos 64°$. **1110.** 1) $\frac{1}{2}\cos 2°$; 2) $\frac{1}{2}(\cos 12°+\cos 60°)$; 3) $\frac{1}{2}\cos 74°$; 4) $\frac{1}{2}(\cos 70°-1)$. **1111.** 1) $\frac{1}{2}(\cos 0,004-\cos 0,51)$; 2) $\frac{1}{2}(\cos 0,106-\cos 0,75)$; 3) $\frac{1}{2}(\cos 0,3539-\cos 1,2701)$; 4) $\frac{1}{2}(\cos 0,62-\cos 0,804)$. **1112.** 1) $\frac{1}{2}(\cos 0,06+\cos 0,3)$; 2) $\frac{1}{2}(\cos 0,096+\cos 0,38)$; 3) $\frac{1}{2}(\cos 0,092+\cos 0,56)$; 4) $\frac{1}{2}(\cos 0,144+\cos 1,57)$. **1113.** 1) $\cos 4\alpha+\cos 6\alpha$; 2) $\cos 2\alpha+\cos 4\alpha$; 3) $2(\cos 2\alpha+\cos 8\alpha)$; 4) $4(\cos 4\alpha+\cos 10\alpha)$. **1114.** 1) $\frac{1}{2}(\cos 2\alpha-\cos 6\alpha)$; 2) $\frac{1}{2}(\cos 2\alpha-\cos 10\alpha)$; 3) $\frac{1}{2}(\cos 10\alpha-\cos 4\alpha)$; 4) $\cos 9\alpha-\cos\alpha$. **1115.** 1) $\frac{1}{2}(\cos 2\beta+\cos 2\alpha)$;

2) $\frac{1}{2}[\cos\beta+\cos(2\alpha+\beta)]$; 3) $4[\cos\alpha+\cos(\alpha-2\beta)]$; 4) $2(\cos\alpha+\cos 5\alpha)$.

1116. 1) $\sin 3\alpha+\sin\alpha$; 2) $\frac{3}{2}(\cos\alpha-\cos 5\alpha)$; 3) $\frac{5}{2}(\sin 2\alpha+\sin 2\beta)$; 4) $3[\sin\alpha+\sin(\alpha-2\beta)]$. **1117.** 1) $\frac{1}{2}(\sin 48^\circ+\sin 32^\circ+\sin 68^\circ+\sin 12^\circ)$; 2) $\cos 4^\circ+\cos 8^\circ+\cos 12^\circ+\cos 24^\circ$; 3) $\frac{3}{2}(\cos 2\alpha+\cos 6\alpha+\cos 8\alpha+1)$; 4) $\sin\alpha+\sin 2\alpha-\sin 6\alpha$; 5) $\frac{1}{4}[\cos(\alpha-\beta+\gamma)+\cos(\alpha+\beta-\gamma)-$ $-\cos(\alpha-\beta-\gamma)-\cos(\alpha+\beta+\gamma)]$; 6) $\frac{1}{4}[\sin(\alpha-\beta+\gamma)+\sin(\beta-\alpha+\gamma)-$ $-\sin(\alpha+\beta+\gamma)+\sin(\alpha+\beta-\gamma)]$. **1118.** 1) $\frac{1}{2}(\sin 6\alpha+\sin 2\alpha)$; 2) $\sin 4\alpha+\sin 2\alpha$; 3) $\frac{1}{2}(\sin 0{,}3\pi+\sin 0{,}1\pi)$; 4) $\frac{1}{2}\left(\sin\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{6}\right)$.

1119. 1) $2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$; 2) $2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$; 3) $2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$; 4) $2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$; 5) $\cos 10^\circ$; 6) $\sqrt{3}\sin 10^\circ$; 7) $2\sin 50^\circ\cos 6^\circ 20'$; 8) $2\cos 50^\circ\sin 6^\circ 20'$; 9) $\sqrt{3}\cos 10^\circ$; 10) $-2\sin 40^\circ\sin 20^\circ$; 11) $\sqrt{2}\cos 27^\circ 10'$; 12) $-\sqrt{2}\sin 27^\circ 10'$. **1120.** 1) $\approx 0{,}0169$; 2) $\approx 1{,}460$; 3) $\approx 1{,}509$; 4) $\approx 0{,}045$; 5) $\approx 0{,}853$; 6) $\approx -0{,}040$. **1121.** 1) $2\sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6}$; 2) $2\sin\frac{9\pi}{40}\cos\frac{\pi}{40}$; 3) $2\cos\frac{5\pi}{24}\cos\frac{\pi}{24}$; 4) $2\sin\frac{5\pi}{21}\sin\frac{2\pi}{21}$; 5) $\frac{\sin 44^\circ}{\cos 12^\circ\cos 32^\circ}$; 6) $\frac{\sin\frac{\pi}{12}}{\cos\frac{3\pi}{4}\cos\frac{2\pi}{3}}$; 7) $\frac{\sin 46^\circ}{\sin 18^\circ\sin 28^\circ}$; 8) $\frac{\sin 24^\circ}{\sin 22^\circ\sin 46^\circ}$; 9) $\frac{\cos 20^\circ}{\cos 40^\circ\cos 70^\circ}$; 10) $\frac{2\sin 10^\circ}{\cos 50^\circ}$. **1122.** 1) $2\sin 47^\circ\cos 24^\circ 30'$; 2) $2\cos 12^\circ 46'\sin 3^\circ$; 3) $2\sin\frac{3\pi}{16}\cos\frac{\pi}{16}$; 4) $-2\cos\frac{31\pi}{120}\sin\frac{19\pi}{120}$; 5) $\frac{\sin 0{,}3\pi}{\cos 0{,}6\pi\cos 0{,}3\pi}$; 6) $\frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{4}}$. **1123.** 1) $2\sin 3\alpha\cos\alpha$; 2) $2\sin(45^\circ-2\alpha)\sin(45^\circ-4\alpha)$; 3) $\frac{\sin 4\alpha}{\cos\alpha\cos 3\alpha}$; 4) $2\cos\alpha\cos\beta$; 5) $2\sin(45^\circ+\alpha)\sin 5^\circ$; 6) $2\cos\alpha\sin\beta$. **1124.** 1) $\cos\alpha$; 2) $2\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}$; ; 3) $\sqrt{2}\cos(45^\circ-\alpha)$; 4) $\sqrt{2}\sin(\alpha-45^\circ)$; 5) $\sin(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta)$; 6) $\sin(\beta-\alpha)\sin(\alpha+\beta)$; 7) $\frac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{\cos^2\alpha\cos^2\beta}$; 8) $\frac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\beta-\alpha)}{\sin^2\alpha\sin^2\beta}$.

1125. 1) $\lg \operatorname{tg} 20^\circ + \lg \operatorname{ctg} 5^\circ$; 2) $\lg \operatorname{ctg} \frac{\alpha+\beta}{2} + \lg \operatorname{ctg} \frac{\beta-\alpha}{2}$; 3) $\frac{1}{2} \lg 3$; 4) $\lg \operatorname{ctg} 6\alpha + \lg \operatorname{tg} \alpha$. **1126.** 1) $4 \cos 77^\circ \cos 2^\circ 30' \cos 0^\circ 30'$; 2) $4 \sin 13^\circ \cos 2^\circ 30' \cos 0^\circ 30'$; 3) $4 \sin \frac{5\alpha}{2} \cos \alpha \cos \frac{\alpha}{2}$; 4) $4 \cos \frac{5\alpha}{2} \cos \alpha \cos \frac{\alpha}{2}$. **1127.** 1) $4 \sin \frac{30^\circ+\alpha}{2} \cos \frac{30^\circ-\alpha}{2}$; 2) $2 \cos^2 \alpha$; 3) $4 \sin\left(30^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha}{2} - 30^\circ\right)$; 4) $2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{8}\right)$; 5) $4 \cos\left(30^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(30^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$; 6) $2 \cos^2 25^\circ$; 7) $4 \cos\left(22^\circ 30' + \frac{\alpha}{2}\right) \times \cos\left(22^\circ 30' - \frac{\alpha}{2}\right)$; 8) $2 \cos^2 25^\circ$; 9) $2 \sin^2 36^\circ$; 10) $-2 \sin^2 35^\circ$; 11) $2\sqrt{2} \cos \frac{\alpha+45^\circ}{2} \sin \frac{\alpha-45^\circ}{2}$; 12) $2 \cos^2\left(\frac{5\pi}{12} - \frac{\alpha}{2}\right)$; 13) $\operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$; 14) $\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha-\beta}{2}$; 15) $4 \sin(60^\circ + \alpha) \sin(60^\circ - \alpha)$; 16) $4 \sin(30^\circ + \alpha) \sin(\alpha - 30^\circ)$. **1128.** 1) $2\sqrt{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ\right)$; 2) $\frac{\sqrt{2} \sin(45^\circ + \alpha)}{\cos \alpha}$; 3) $\frac{\sqrt{2} \sin(45^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$; 4) $2\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2} - 45^\circ\right)$; 5) $\frac{\sqrt{2} \sin(45^\circ + \alpha)}{\sin \alpha}$; 6) $-4 \cos \alpha \sin^2 \frac{\alpha}{2}$; 7) $\frac{2\sqrt{2} \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin(45^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$; 8) $\frac{2\sqrt{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos(\alpha - 45^\circ)}{\cos \alpha}$; 9) $\frac{2\sqrt{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin(45^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$; 10) $4 \cos 2\alpha \sin\left(\frac{\alpha}{2} + 30^\circ\right) \sin\left(30^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)$. **1129.** 1) $a \sec^2 \varphi$, где $\frac{b}{a} = \operatorname{tg}^2 \varphi$; 2) $a \cos^2 \varphi$, где $\frac{b}{a} = \sin^2 \varphi$; 3) $\sec 2\varphi$, где $\frac{b}{a} = \operatorname{tg}^2 \varphi$; 4) $a \sec \varphi$, где $\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \varphi$; 5) $2 \sec \varphi$, где $\sin \varphi = \frac{b}{a}$; 6) $a\sqrt{2} \sec \alpha \sin \frac{\beta}{2}$, где $\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}$, $\cos \beta = \sin 2\alpha \cos \varphi$. **1130.** 1) $4 \cos^2 \frac{\alpha+\beta}{2}$; 2) $\frac{\sin(\alpha+\beta) \operatorname{tg} \beta}{\cos 2\beta}$; 3) $\operatorname{ctg}(45^\circ - \beta)$; 4) $\sec \alpha$; 5) $2 \sin \beta \cos(\alpha+\beta) \sin \alpha$; 6) $4 \operatorname{cosec} 4\alpha \cos^2(45^\circ - 2\alpha)$; 7) $\sin(\alpha+\beta) \sin \beta \sec 2\beta$; 8) $4 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \times \sin \frac{\alpha+\gamma}{2} \sin \frac{\beta+\gamma}{2}$; 9) $2 \cos \alpha$; 10) $4 \sin \alpha \sin 2\alpha \sin 3\alpha \sin 5\alpha$.

1136. 1) $\frac{\pi k}{8}$; 2) $\frac{\pi k}{3}$; 3) $60^\circ \cdot n$; 4) $22^\circ 30' \cdot n$; 5) πk и $\frac{\pi}{6}(2k+1)$;

6) πk и $\frac{\pi}{10}(2k+1)$; 7) $20°\cdot n$ и $30°\cdot n$; 8) $\pm\frac{\pi}{2}+2\pi k$;

9) $(-1)^k\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}$; 10) $(-1)^k\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{4}$. **1137.** 1) $\frac{\pi}{4}+\pi n$;

2) $2\pi k$ и $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$; 3) $(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k$ и $(-1)^k\arcsin\frac{1}{3}+\pi k$;

4) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k$ и $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$; 5) $\frac{\pi}{6}+\pi k$ и $\frac{\pi}{3}+\pi k$; 6) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$;

7) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; 8) πk; 9) $2\pi k$; 10) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 11) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$;

12) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$. **1138.** 1) $60°\cdot k$ и $360°\cdot k$; 2) $180°\cdot k$; 3) $90°\cdot k$;

4) πk; 5) $\pm\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $2\pi k$ и $(2k\pm1)\pi$; 6) $2\pi k$; 7) πk и $\frac{\pi}{4}(4k+1)$;

8) πk; 9) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$ и $2\pi k$; 10) $\frac{\pi k}{3}$ и $2\pi k$. **1139.** 1) $\frac{\pi}{8}(4k+1)$;

2) $\frac{\pi}{4}(4k-1)$; 3) $\frac{\pi}{4}(4k-1)$ и $\operatorname{arctg}2+\pi k$; 4) πk; 5) $-75°+180°\cdot k$;

6) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$ и $\operatorname{arctg}3+\pi k$; 7) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$ и $\operatorname{arctg}2\frac{1}{7}+\pi k$;

8) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$; 9) $59°2'+180°\cdot k$; 10) $22°30'+90°\cdot k$ и $31°43'+90°\cdot k$;

11) $61°55'+180°\cdot k$ и $180°\cdot k$; 12) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; 13) $\frac{\pi}{24}(4k-1)$; 14) $2\pi k$ и

$\frac{\pi}{4}+\pi k$; 15) πk и $-\frac{\pi}{4}+\pi k$. **1140.** 1) $(2k+1)\pi$; 2) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$;

3) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 4) нет решений; 5) $\pm\frac{\pi}{3}+\pi k$; 6) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$;

7) $\frac{\pi}{3}+\pi k$; 8) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 9) πk; 10) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; 11) $67°30'+90°\cdot k$;

12) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; 13) $\frac{3\pi}{4}(4k-1)$; 14) $\pm\frac{\pi}{4}+\pi k$; 15) $\frac{\pi}{8}(4k+1)$.

1141. 1) $-\frac{3\pi}{8}+\pi k\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{8}+\pi k$; 2) $\frac{7\pi}{12}+\pi k<x<\frac{11\pi}{12}+\pi k$;

3) $\frac{\pi}{3}(1+2k)\leqslant x\leqslant\frac{2\pi}{3}(1+k)$; 4) $\frac{\pi}{12}+\pi k<x<\frac{5\pi}{12}+\pi k$;

5) $\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}<x<\frac{2\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}$; 6) $\frac{4\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}<x<\frac{5\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3}$;

7) $\frac{\pi}{5}+\pi k\geqslant x>-\frac{3\pi}{10}+\pi k$; 8) $x\neq\frac{\pi}{4}+2\pi k$; 9) $x\neq\frac{3\pi}{4}+2\pi k$;

10) нет решений; 11) $\frac{1}{2\pi k}>x>\frac{1}{\pi(1+2k)}$ $(k\neq0)$, $x>\frac{1}{\pi}$;

12) $\frac{1}{-\frac{\pi}{2}+2\pi k}>x>\frac{1}{\frac{\pi}{2}+2\pi k}$ $(k\neq0)$, $x<-\frac{2}{\pi}$, $x>\frac{2}{\pi}$;

13) $\frac{1}{\pi k}>x>\frac{2}{\pi(1+2k)}$ $(k\neq0)$, $x>\frac{2}{\pi}$; 14) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k<x<2\pi k$

и $2\pi k < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; 15) $2\pi k < x < \pi(1+2k)$; 16) $2\pi k \leqslant x \leqslant \pi(1+2k)$; 17) нет решений; 18) $\frac{\pi}{4}(2k-1) < x < \frac{\pi k}{2}$. **1142.** $\sin x = 0{,}8$, $\sin y = -0{,}6$. **1143.** 1) $\cos x = \frac{1}{2}$, $\cos y = \frac{1}{3}$; 2) $\cos x = -\frac{1}{2}$, $\cos y = -\frac{1}{3}$; 3) $\cos x = \frac{1}{3}$, $\cos y = \frac{1}{2}$; 4) $\cos x = -\frac{1}{3}$, $\cos y = -\frac{1}{2}$. **1144.** $\operatorname{tg} x = 5 + \sqrt{34}$, $\operatorname{tg} y = 5 - \sqrt{34}$; $\operatorname{tg} x = 5 - \sqrt{34}$, $\operatorname{tg} y = 5 + \sqrt{34}$. **1145.** $x_1 = 45° + 180°(m+n)$, $y_1 = 15° + 180°(m-n)$; $x_2 = 105° + 180°(m+n)$, $y_2 = -45° + 180°(m-n)$; $x_3 = -15° + 180°(m+n)$, $y_3 = -45° + 180°(m-n)$; $x_4 = 45° + 180°(m+n)$, $y_4 = -105° + 180°(m-n)$. **1146.** $x_1 = 21°21' + 180°(m+n)$, $y_1 = 8°39' + 180°(m-n)$; $x_2 = 81°21' + 180°(m+n)$, $y_2 = 68°39' + 180°(m-n)$; $x_3 = 98°39' + 180°(m+n)$, $y_3 = -68°39' + 180°(m-n)$; $x_4 = 158°39' + 180°(m+n)$, $y_4 = -8°39' + 180°(m-n)$; 2) $x_1 = 81°21' + 180°(m+n)$, $y_1 = 21°21' + 180°(m-n)$; $x_2 = 21°21' + 180°(m+n)$, $y_2 = 81°21' + 180°(m-n)$; $x_3 = -21°21' + 180°(m+n)$, $y_3 = -81°21' + 180°(m-n)$; $x_4 = -81°21' + 180°(m+n)$, $y_4 = -21°21' + 180°(m-n)$; 3) $x_1 = \frac{\alpha}{2} + 2\arccos\frac{a}{2\sin\frac{\alpha}{2}} + 2\pi k$, $y_1 = \frac{\alpha}{2} - 2\arccos\frac{a}{2\sin\frac{\alpha}{2}} - 2\pi k$; $x_2 = \frac{\alpha}{2} - \arccos\frac{a}{2\sin\frac{\alpha}{2}} + 2\pi k$, $y_2 = \frac{\alpha}{2} + 2\arccos\frac{a}{2\sin\frac{\alpha}{2}} - 2\pi k$ [указание: $\frac{x+y}{2} = \frac{\alpha}{2}$, $2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} = a$]; 4) $x_1 = 15°21' - 360°k$, $y_1 = 61°40' + 360°k$; $x_2 = -118°20' - 360°k$, $y_2 = 195°20' + 360°k$; 5) $x_1 = \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\arccos(2a + \cos\alpha) + \pi k$, $y_1 = \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\arccos(2a + \cos\alpha) - \pi k$; $x_2 = \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\arccos(2a + \cos\alpha) + \pi k$, $y_2 = \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}(2a + \cos\alpha) - \pi k$ [указание: $2\sin x \sin y = \cos(x-y) - \cos(x+y)$, затем подставить $x+y$ из первого уравнения]; 6) $x_1 = 44°20' + 180°k$, $y_1 = 13°20' + 180°k$; $x_2 = -13°20' + 180°k$, $y_2 = -44°20' + 180°k$; 7) $x_1 = \frac{\alpha}{2} + \arccos\left(\frac{\sin\alpha}{a} - \frac{\cos\alpha}{2}\right) + 2\pi k$, $y_1 = \frac{\alpha}{2} - \arccos\left(\frac{\sin\alpha}{a} - \frac{\cos\alpha}{2}\right) - 2\pi k$; $x_2 = \frac{\alpha}{2} - \arccos\left(\frac{\sin\alpha}{a} - \frac{\cos\alpha}{2}\right) + 2\pi k$, $y_2 = \frac{\alpha}{2} + \arccos\left(\frac{\sin\alpha}{a} - \frac{\cos\alpha}{2}\right) - 2\pi k$ [указание: второе уравнение представить в виде $\frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y} = a$, тогда $\frac{\sin(x+y)}{a} = \cos x \cos y =$

$= \frac{\cos(x+y)+\cos(x-y)}{2}$, откуда находим $x-y$]; 8) $x_1 = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $y_1 = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $x_2 = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$, $y_2 = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$. **1147.** 60°, 30°.

Глава 8

1148. 1) $-\infty < x < \infty$; 2) $0 \leqslant x < \infty$; 3) $-\infty < x < -3$, $3 < x < \infty$; 4) $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; \infty)$; 5) $(-\infty; -5)$, $(5, \infty)$; 6) $|x| \leqslant 2$; 7) $(-\infty; 2]$, $[3; \infty)$; 8) $(-\infty; 0]$; 9) $(-\infty; 0)$, $(0, \infty)$; 10) $[-1; 1]$; 11) $(-1; 1)$; 12) $[2; \infty)$; 13) $(-\infty; -1)$, $[1; \infty)$; 14) $x > 0$; 15) $\left(\frac{1}{3}; \infty\right)$; 16) $(-\infty; 1)$, $(2; \infty)$; 17) $(-1; 5)$; 18) $(-\infty; \infty)$; 19) $[0; \infty)$; 20) $[0; 3)$, $(3; \infty)$; 21) $-\infty < x < \infty$; 22) $\left[-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \frac{3\pi}{4} + 2\pi k\right]$; 23) $2\pi k \leqslant x \leqslant \pi + 2\pi k$; 24) $2\pi k \leqslant x < \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; 25) $-\infty < x < \infty$; 26) $-\infty < x < \infty$; 27) $2\pi k < x < \pi + 2\pi k$; 28) $-\pi + 4\pi k < x < \pi + 4\pi k$; 29) $\pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k$; 30) $\pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k$; 31) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; 32) $-1 \leqslant x \leqslant 1$; 33) $-\frac{1}{2} \leqslant x < 0$, $0 < x \leqslant \frac{1}{2}$; 34) $[2; 4]$; 35) $[-1; 0]$; 36) $(-\infty; -2]$, $[2; \infty)$; 37) $(-\infty; 1)$, $(1; \infty)$. **1149.** 1) $-\infty < y < \infty$; 2) $y \neq 0$; 3) $0 \leqslant y < \infty$; 4) $0 \leqslant y < \infty$; 5) $-6 \leqslant y < \infty$; 6) $y \geqslant -0{,}25$; 7) $y > 0$; 8) $y > 0$; 9) $-1 \leqslant y \leqslant 1$; 10) $-2 \leqslant y \leqslant 2$; 11) $-\frac{1}{3} \leqslant y \leqslant \frac{1}{3}$; 12) $-\frac{\pi}{2} \leqslant y \leqslant \frac{\pi}{2}$; 13) $-1{,}5 \leqslant y \leqslant 1{,}5$; 14) $-\infty < y < 0{,}5$, $0{,}5 < y < \infty$. **1150.** Четные: 1), 2), 4), 5), 6), 8), 10), 11); нечетные: 3), 7), 9), 12), 13), 14), 15). **1151.** 1) Симметрично относительно оси ординат; 2) симметрично относительно начала координат. **1152.** 2), 3), 6) — четные; 4) — нечетная; 1), 5), 7), 8), 9), 10) ни четные, ни нечетные. **1153.** 1) 2π; 2) π; 3) π; 4) 2π; 5) 4π; 6) 6π; 7) π; 8) 2π; 9) π; 10) π. **1156.** 1) $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$; 2) $(-1; 0)$, $(1; 0)$; 3) $(-5; 0)$, $(2; 0)$; 4) $(1; 0)$. **1157.** 1) $(0; -2)$; 2) $(0; 2)$; 3) $(0; -5)$, $(0; 5)$; 4) $(0; -3)$, $(0; 3)$. **1158.** 1) $x = 0$; 2) $x = -1$; 3) $x = -1$, $x = 2$; 4) πk. **1159.** 1) $(-\infty; 2)$, $(2, \infty)$; 2) $(-\infty; 1)$, $(1; 7)$, $(7; \infty)$; 3) $(-\infty; 3)$, $(3; \infty)$; 4) $(-\infty; 0)$, $(0; 0{,}5)$, $(0{,}5; \infty)$; 5) $(-\infty; 0)$, $(0; 4)$, $(4; \infty)$; 6) $\left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right)$, $\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; \pi + \pi k\right)$; 7) $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$, $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$; 8) $(0; 1)$, $(1; \infty)$; 9) $(-\infty; 0)$; 10) $(-\infty; -3{,}5)$, $(-3{,}5; 1)$, $(1, \infty)$; 11) $(-\infty; -8)$, $(-8; 0{,}5)$, $(0{,}5; 2)$, $(2; \infty)$; 12) $(-\infty; -5)$, $(-5; 1{,}5)$, $(1{,}5; 3)$, $(3; \infty)$.

1160. 9; 3; $2\frac{3}{4}$; 3; 5. **1161.** $-\frac{2}{3}$; 0; $\frac{3}{8}$. **1162.** 0; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$; 2; -2. **1163.** 0; -1; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{1}{2}$. **1164.** $-\frac{1}{21}$; $\frac{21}{11}$. **1166.** 1) $(-\infty; \infty)$; 2) $(-\infty; \infty)$; 3) $(-\infty; 0)$, $(0; \infty)$; 4) $(-\infty; 0)$, $(0; \infty)$; 5) $(-\infty; 0)$, $(0; \infty)$; 6) $(-\infty; -2)$, $(-2; \infty)$; 7) $(-\infty; 0)$, $(0, \infty)$; 8) $(-\infty; 0)$, $(0; \infty)$; 9) $(-\infty; 0)$, $(0; \infty)$, 10) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}; \infty\right)$. **1167.** 1) 2,75; 2) 2,25; 3) -2; 2; 4) $-\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$; 5) 0; 1. **1168.** 1) $y=\frac{1}{3}x$; 2) $y=\frac{1}{2}x+2{,}5$; 3) $y=-x+1$; 4) $y=\sqrt[3]{x}$. **1171.** 1) $y=\frac{3}{5x}$; 2) $y=\frac{x+3}{2x-1}$; 3) $y=\frac{4x+3}{x}$; 4) $y=\frac{1}{3}\arcsin\frac{x}{2}$; 5) $y=\arccos 2x$; 6) $y=2\operatorname{arctg} x$. **1173.** $S=100+40t$; линейная функция. **1175.** $y=3x-2$. **1176.** $y=2x-1$. **1177.** $y=-\frac{1}{5}x-\frac{17}{5}$; $y=-5x-17$. **1178.** $b_1=b_2$. **1180.** 1) См. рис. 61; 2) см. рис. 62; 3) см. рис. 63; 4) см. рис. 64; 5) см. рис. 65; 6) см. рис. 66; 7) см. рис. 67; 8) см. рис. 68. **1181.** 1) См. рис. 69; 2) см. рис. 70. **1182.** 1) См. рис. 71; 2) см. рис. 72; 4) см. рис. 73; 5) см. рис. 74. **1189.** См. рис. 75. **1191.** 1) См. рис. 76; 3) см. рис. 77; 5) см. рис. 78; 6) см. рис. 79; 7) см. рис. 80; 8) см. рис. 81; 9) см. рис. 82; 10) см. рис. 83. **1192.** См. рис. 84. **1193.** $x=3$, $y=0$ (рис. 85). **1194.** $x=0$, $y=2$. **1195.** $x=3$, $y=2$. **1197.** $x=2$, $y=1$. **1200.** 1) См. рис. 86. **1201.** См. рис. 87. **1202.** 1), 3), 5), 6) — возрастающие; 2), 4) — убывающие. **1203.** 1) См. рис. 88; 2) см. рис. 89; 5) см. рис. 90; 6) см. рис. 91. **1204.** 1) См. рис. 92; 2) см. рис. 93. **1206.** 1) $x>2$; $(0; 3)$, $(3; \infty)$; 2) $x>1{,}5$; $(0; 2)$, $(2; \infty)$. **1207.** Да. **1208.** 1) $x\neq 0$; 2) $x\neq 1$; 3) $x\neq \pm 2$. **1209.** 1) — 2) См. рис. 94; 3) см. рис. 95; 4) см. рис. 96; **1210.** 1) См. рис. 97; 2) см. рис. 98. **1211.** 1) — 4) определены на всей числовой оси; 5) $x\neq \frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2}$; 6) $x\neq \pm\sqrt{\frac{\pi}{2}+\pi k}$ $(k\geqslant 0)$. **1212.** 1) πk; 2) $\frac{\pi k}{2}$; 3) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; 4) $45°+60°k$; 5) $2\pi k$; 6) $\pi+2\pi k$. **1213.** 1) $2\pi k$; 2) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; 3) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; 4) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 5) $-\frac{\pi}{4}+\pi k$; 6) $\frac{\pi}{4}+\pi k$; 7) $\frac{\pi}{2}+\pi k$; 8) πk, $\frac{\pi}{2}+\pi k$; 9) πk; 10) πk, $\frac{\pi}{2}+\pi k$. **1214.** 1) $x\neq \frac{\pi}{2}+\pi k$; 2) $x\neq \pi+2\pi k$; 3) $x\neq \pi+2\pi k$, $x\neq \pi k$; 4) $x\neq \frac{\pi}{2}+\pi k$; 5) $x\neq \pi k$; 6) $x\neq \pi k$. **1215.** 2), 4), 8) — ограниченные. **1216.** 1) 2; 2) 0;

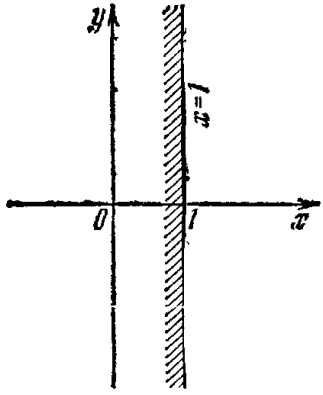

Рис. 61.

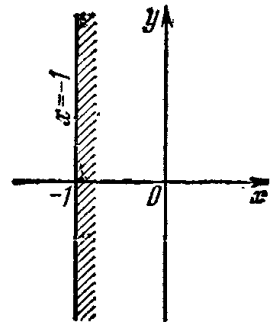

Рис. 62.

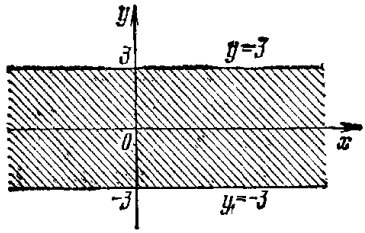

Рис. 63.

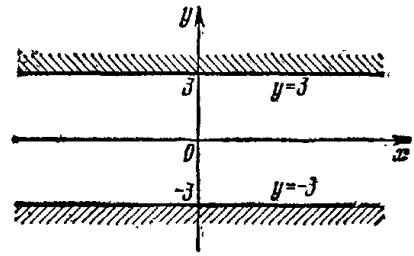

Рис. 64.

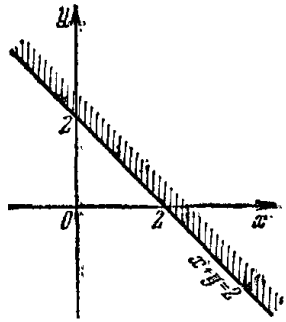

Рис. 65.

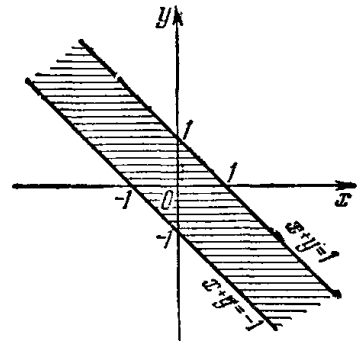

Рис. 66.

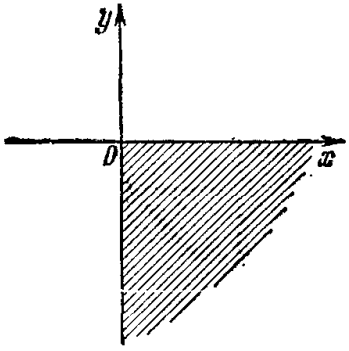

Рис. 67

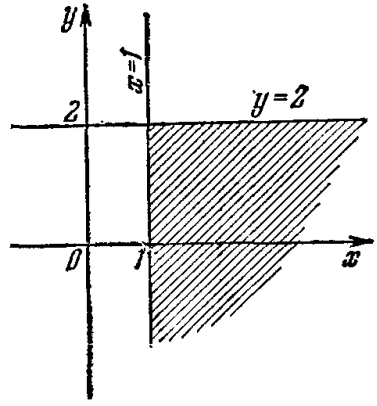

Рис. 68.

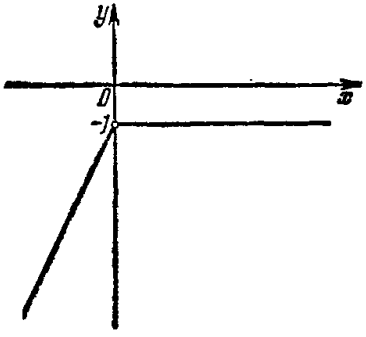

Рис. 69.

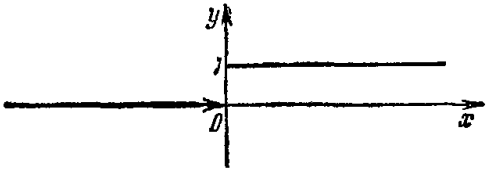

Рис. 70.

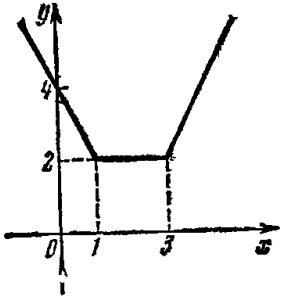

Рис. 71.

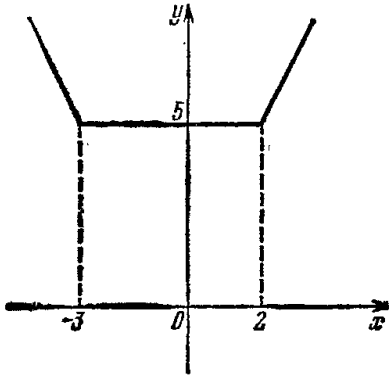

Рис. 72.

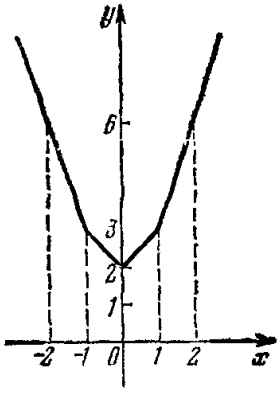

Рис. 73.

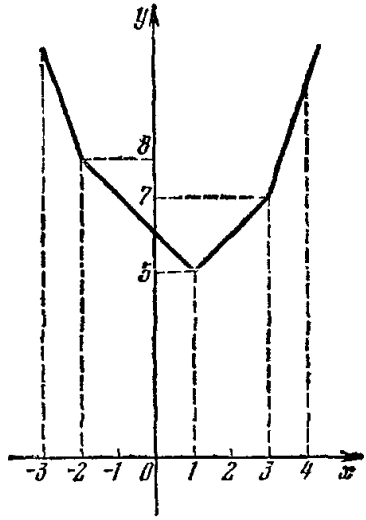

Рис. 74.

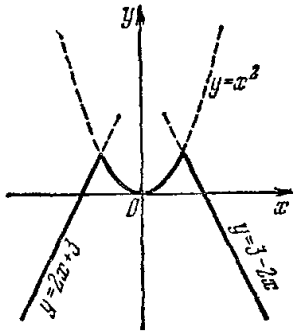

Рис. **75.**

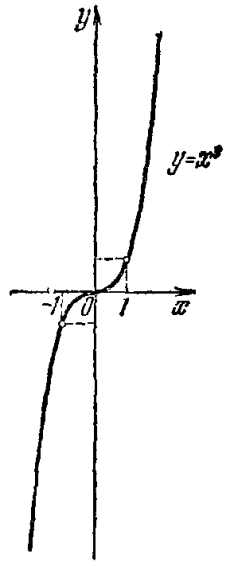

Рис. 76.

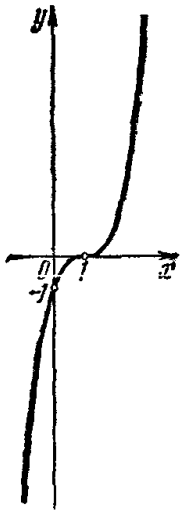

Рис. 77.

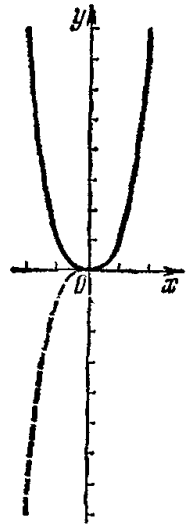

Рис. 78.

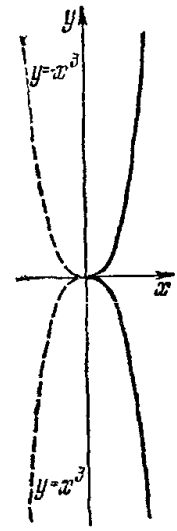

Рис. 79.

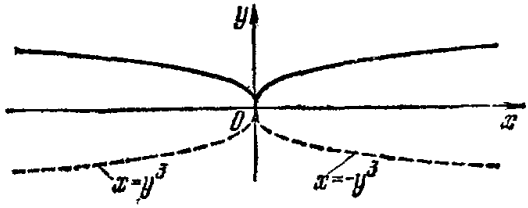

Рис. 80.

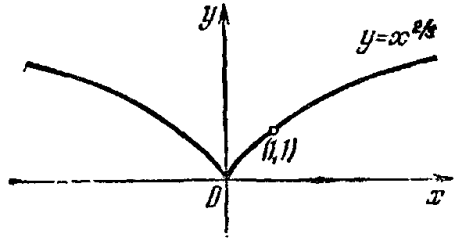

Рис. 81.

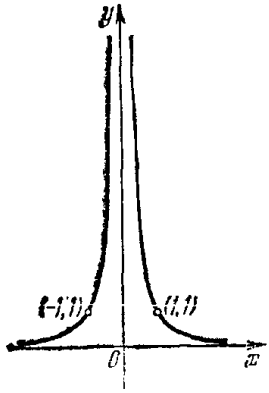

Рис. 82.

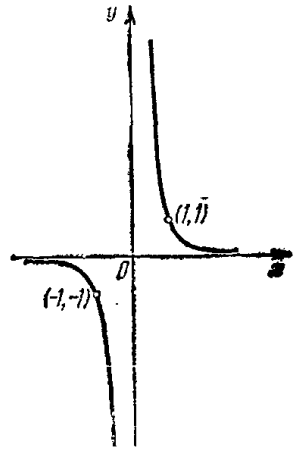

Рис. 83.

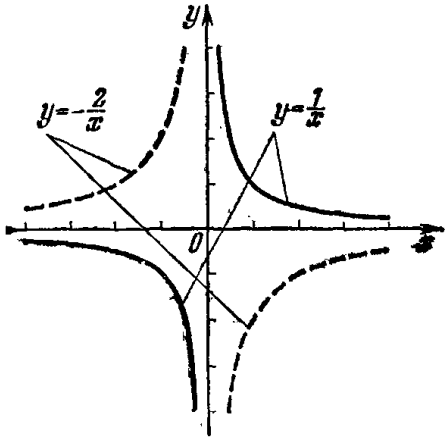

Рис. 84

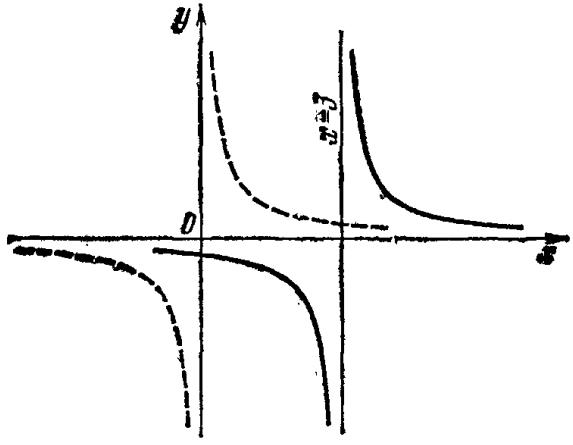

Рис. 85.

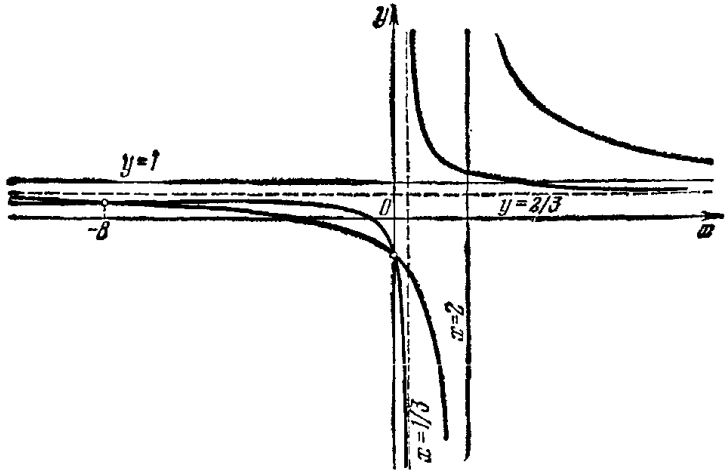

Рис. 86.

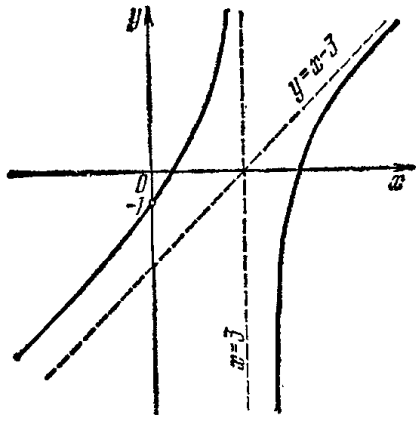

Рис. 87.

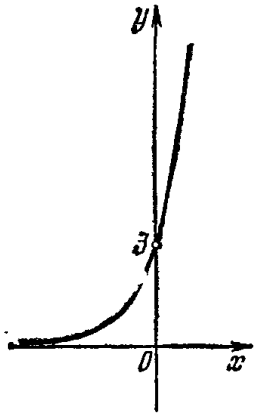

Рис. 88.

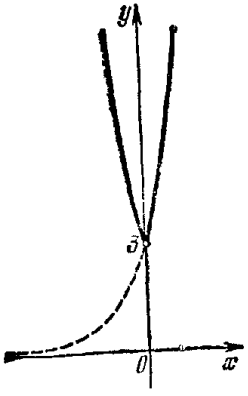

Рис. 89.

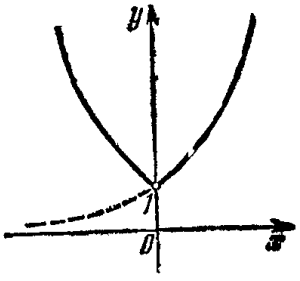

Рис. 90.

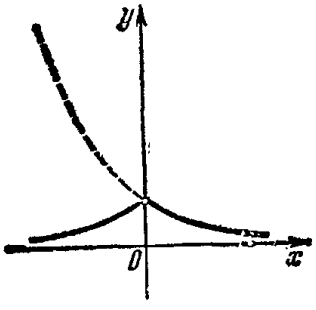

Рис. 91.

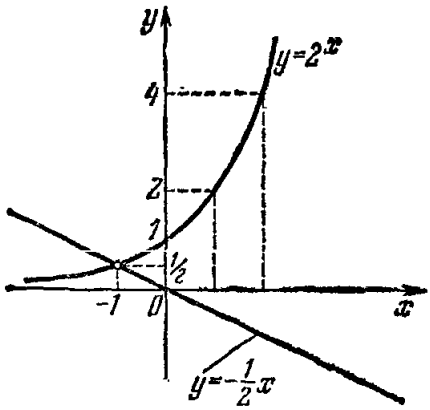

Рис. 92.

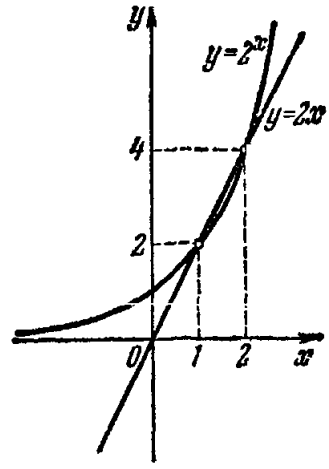

Рис. 93.

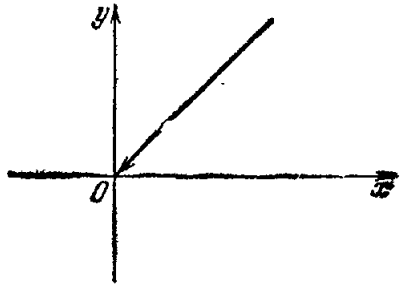

Рис. 94.

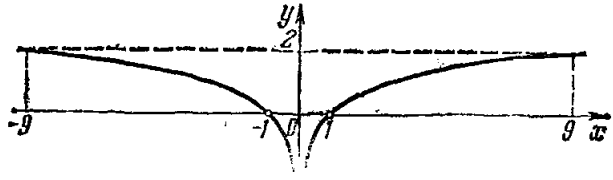

Рис. 95.

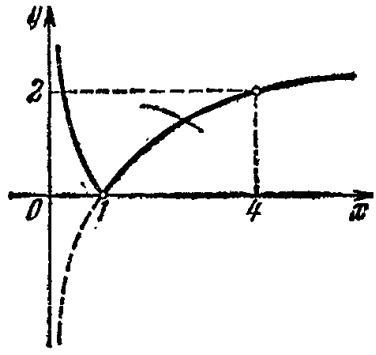

Рис. 96.

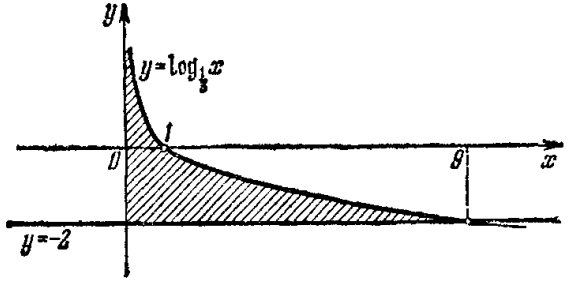

Рис. 97.

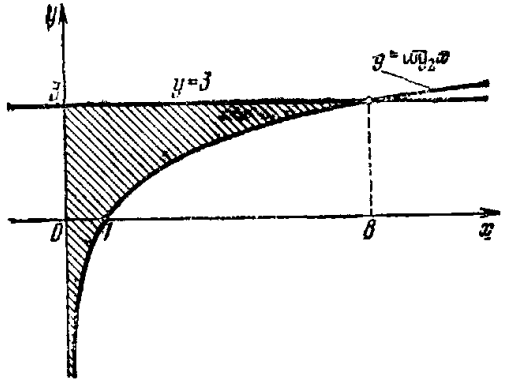

Рис. 98.

3) $\operatorname{ctg}\alpha$; 4) $\operatorname{tg}x-2\operatorname{ctg}x$; 5) $\sin x+\cos x$. **1217.** 1), 4), 6) — 8) — четные; 2) — нечетная. **1218.** 1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{\pi}{3}$; 3) $\frac{2\pi}{3}$; 4) $\frac{2\pi}{5}$; 5) 6π; 6) 2π; 7) $\frac{8\pi}{3}$; 8) $\frac{6\pi}{5}$; 9) $\frac{8\pi}{5}$; 10) $\frac{6\pi}{7}$. **1219.** $-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$. **1220.** (а) $-\infty<x<\infty$, $|y|\leqslant 5$, 2π; (б) 1) $1<y<3$; 2) $-2<y<0$; 3) $1\leqslant y\leqslant 5$. **1224.** 1) Монотонно возрастает при $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{2}$, $\frac{7\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{9\pi}{2}$, $\frac{11\pi}{2}\leqslant x\leqslant 6\pi$, монотонно убывает при $\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{2}$; $\frac{5\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{2}$; $\frac{9\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{11\pi}{2}$; 4) монотонно возрастает при $0\leqslant x\leqslant\pi$, $3\pi\leqslant x\leqslant 5\pi$, монотонно убывает при $\pi\leqslant x\leqslant 3\pi$; $5\pi\leqslant x\leqslant 6\pi$. **1226.** См. рис. 99. **1227.** См. рис. 100. **1228.** См. рис. 101. **1230.** 1) $y_{\max}=\frac{3\sqrt{2}}{5}$, $y_{\min}=-\frac{3\sqrt{2}}{5}$; 2) $y_{\max}=\frac{\sqrt{2}}{4}$, $y_{\min}=-\frac{\sqrt{2}}{4}$. **1235.** 1) $2\pi k<x<\pi+2\pi k$; 2) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k<x<\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 3) $\frac{\pi}{4}+\pi k<x<\frac{\pi}{2}+\pi k$; 4) $-\infty<x<\infty$; 5) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k<x<\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 6) $-\frac{\pi}{8}+\pi k<x<\frac{\pi}{8}+\pi k$; 7) $-\frac{\pi}{3}+\pi k<x<-\frac{\pi}{6}+\pi k$, $\frac{\pi}{6}+\pi k<x<\frac{\pi}{3}+\pi k$; 8) $-\frac{5\pi}{6}+2\pi k<x<-\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $\frac{\pi}{6}+2\pi k<x<\frac{5\pi}{6}+2\pi k$; 9) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k<x<\frac{\pi}{2}+2\pi k$; 10) $\frac{\pi}{6}+2\pi k\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{6}+2\pi k$; 11) $\frac{\pi}{3}+2\pi k\leqslant x\leqslant\frac{2\pi}{3}+2\pi k$; 12) $\frac{\pi}{3}+\pi k\leqslant x<\pi+\pi k$; 13) $-\frac{\pi}{2}+\pi k<x\leqslant-\frac{\pi}{4}+\pi k$, $\frac{\pi}{4}+\pi k\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}+\pi k$; 14) $-\frac{3\pi}{4}+2\pi k\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{4}+2\pi k$. **1236.** $y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$. **1237.** 1) $|x|\leqslant 2$; 2) $-1\leqslant x\leqslant 7$; 3) $|x|\leqslant 4$; 4) $-\infty<x\leqslant-5$ и $5\leqslant x<\infty$; 5) $-\infty<x\leqslant-2$ и $2\leqslant x<\infty$; 6) $-\infty<x<\infty$; 7) $-\infty<x<\infty$. **1238.** 5. **1239.** $S=R^2(\pi-2)$. **1240.** $V=S\sqrt{S}$. **1241.** (4; 0), (−3; 0), (2; 0), (−4; 0). **1242.** 1) $y=\frac{1}{1-x}$; 2) $y=\sqrt{\frac{2}{3}x-1}$; 3) $y=\frac{3}{1-x}$. **1243.** 1) 2; 2) 3. **1244.** См. рис. 102. **1246.** 1) $x>1$; 2) $0<x<1$; 3) $x>3$; 4) $0<x<\frac{2}{3}$. **1248.** $0<k<4$. **1249.** $x<1$ и $x>2$. **1251.** 1) См. рис. 103;

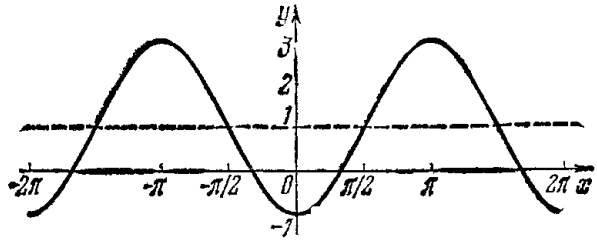

Рис. 99.

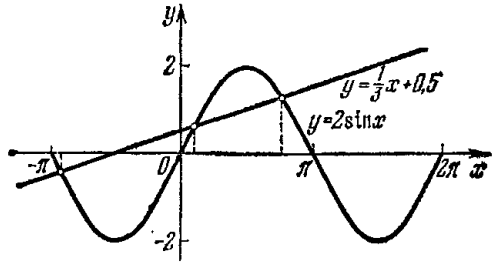

Рис. 100.

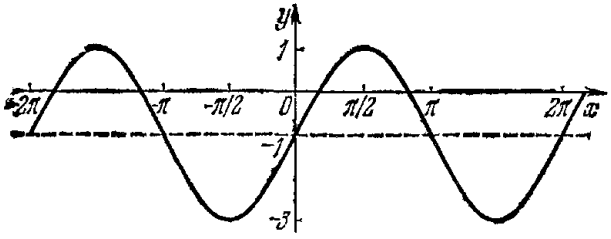

Рис. 101.

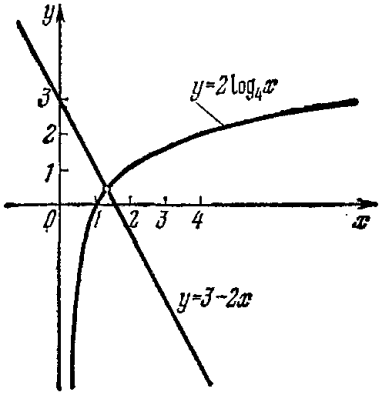

Рис. 102.

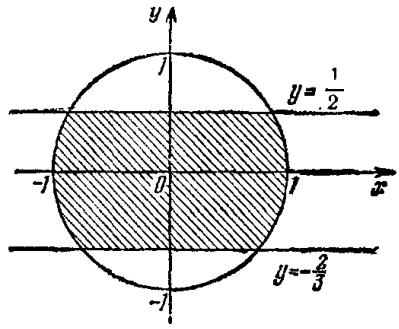

Рис. 103.

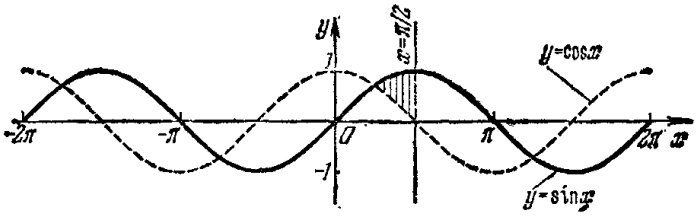

Рис. 104.

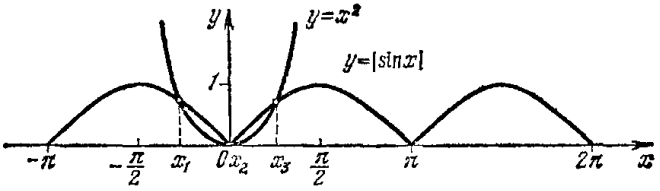

Рис. 105.

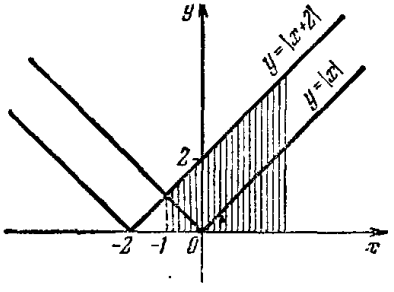

Рис. 106.

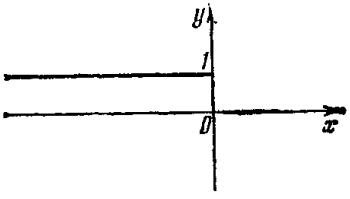

Рис. 107.

2) см. рис. 104. **1252.** См. рис. 105. **1253.** $x > -1$ (см. рис. 106) [указание: построить графики функций $y = |x+2|$ и $y = |x|$]. **1254.** Построить график функции $y=1$, $x \leqslant 0$ (см. рис. 107). **1255.** $\frac{1}{2} < x < 2$. **1256.** $\frac{\pi}{6} + \pi k < x < \frac{5\pi}{6} + \pi k$. **1257.** $3 < x < 4$ и $6 < x < \infty$. **1258.** $-\frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}\pi k < x < \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}\pi k$. **1259.** (1; 0), (−4; 5) (рис. 108). **1260.** Начиная с 201-го. **1261.** $2{,}5 \leqslant x \leqslant 7$.

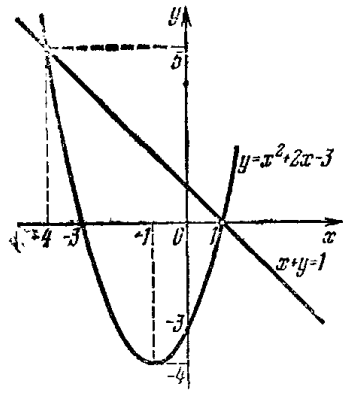

Рис. 108.

1263. $|z| = \frac{1}{17}\sqrt{442}$, $\arg z = 2\pi - \operatorname{arctg}\frac{1}{21}$ ($\approx 357°\,17'$). **1264.** 1) $|z| = 1$, $\arg z = \frac{5\pi}{6}$; 2) $|z| = 1$, $\arg z = \frac{\pi}{7}, \frac{3\pi}{7}, \frac{5\pi}{7}, \pi, \frac{9\pi}{7}, \frac{11\pi}{7}, \frac{13\pi}{7}$; 3) $|z| = 2$, $\arg z = \frac{4\pi}{15}, \frac{2\pi}{3}, \frac{16\pi}{15}, \frac{22\pi}{15}, \frac{28\pi}{15}$; 4) $|z| = \sqrt[6]{5}$, $\arg z = 23°\,51', 83°\,51', 143°\,51', 203°\,51', 263°\,51', 323°\,51'$. **1265.** 1) $6\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right) = 6e^{\frac{5\pi i}{3}}$; 2) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}\,e^{\frac{\pi i}{4}}$; 3) $\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3} = e^{\frac{\pi i}{3}}$; 4) $\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6} = e^{\frac{11\pi i}{6}}$; 5) $\sqrt{13}\,(\cos 1{,}68\pi + i\sin 1{,}68\pi) = \sqrt{13}\,e^{1{,}68\pi i}$; 6) $\sqrt{13}\,(\cos 0{,}68\pi + i\sin 0{,}68\pi) = \sqrt{13}\,e^{0{,}68\pi i}$. **1267.** 1) $a = e^{-3}\cos 2 = \frac{\cos 114°\,35'}{e^3}$, $b = e^{-3}\sin 2 = \frac{\sin 114°\,35'}{e^3}$; 2) $a = e\cos\frac{\pi}{2} = 0$, $b = e\sin\frac{\pi}{2} = e$; 3) $a = e^3\cos(-2) = e^3\cos 114°\,35'$;

$b = e^3 \sin(-2) = -e^3 \sin 114^\circ 35'$. **1270.** 1) $a(\ln 3i) = \ln 3$, $b(\ln 3i) = \frac{\pi}{2}$; 2) $a(\ln 5i) = \ln 5$, $b(\ln 5i) = \frac{\pi}{2}$; 3) $a(\ln \sqrt{2}\, i) = \ln \sqrt{2}$, $b(\ln \sqrt{2}\, i) = \frac{\pi}{2}$; 4) $a[\ln(-4\pi i)] = \ln 4\pi$, $b[\ln(-4\pi i)] = -\frac{\pi}{2}$; 5) $a\left[\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)\right] = 0$, $b\left[\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)\right] = \frac{\pi}{6}$. **1271.** $z_1 = \sqrt{13}\, e^{i \cdot 0{,}312\pi}$, $z_2 = \sqrt{13}\, e^{0{,}688\pi i}$, $z_3 = \sqrt{13}\, e^{1{,}31\pi i}$, $z_4 = \sqrt{13}\, e^{1{,}68\pi i}$. **1272.** 1) $750e^{i \cdot 15^\circ}$; 2) $5i$; 3) $30 \cdot e^{i \cdot 15^\circ}$; 4) $3\frac{5}{9} e^{i \cdot 50^\circ}$. **1273.** $\sqrt{2}$. **1274.** 1; 1. **1275.** $-1 + i\sqrt{3}$. **1279.** 1) $\frac{e^2 - 1}{2e} i$; 2) $\frac{1 + e^2}{2e}$; 3) $\approx 0{,}99e^{i \cdot 0{,}092\pi}$; 4) $\approx 1{,}24e^{i \cdot 0{,}69\pi}$; 5) $\approx 10{,}05^{i \cdot 1{,}84\pi}$; 6) $\frac{e^4 - 1}{2e^2} i$.

Глава 9

1280. 1) 13; 2) -7; 3) -3; 4) 40; 5) -12; 6) $\frac{1}{2}$; 7) $\frac{1}{2}$; 8) $-3\sqrt{2}$; 9) 1; 10) 1. **1281.** 1) ∞; 2) ∞; 3) ∞; 4) $\frac{2}{5}$; 5) 1,5; 6) 3; 7) $\frac{1}{6}$; 8) -3; 9) $-\frac{2}{5}$; 10) 2; 11) 3; 12) $-\sqrt{5}$; 13) 6; 14) $\frac{1}{2}$; 15) $\frac{1}{2}$; 16) 4; 17) 1,5; 18) $\frac{\sqrt{a}}{2a}$. **1282.** 1) 0; 2) 0; 3) 5; 4) 3; 5) $\frac{5}{3}$; 6) $-\frac{1}{2}$; 7) 5; 8) $-\frac{1}{6}$; 9) 1; 10) 8; 11) -1; 12) 1; 13) 1; 14) $\frac{1}{2}$; 15) 1; 16) $\frac{1}{5}$. **1283.** 1) 5; 2) 3; 3) 2,5; 4) $2\frac{2}{3}$; 5) $\frac{1}{3}\sqrt{6}$; 6) $\frac{1}{3}$. **1284.** 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\cos\alpha$; 3) $-\sin\alpha$; 4) π. **1285.** 1) e^{-2}; 2) e^k; 3) e^x; 4) e; 5) $\frac{1}{e}$; 6) e^2; 7) e^{-1}, 8) e^{-4}. **1286.** 1) 21; 2) 0,61; 3) 1,84. **1287.** 1) $2x + 1$; $2x + 1$; 2) 4; 2; 3) $30x + 45$; $10x + 15$; 4) 2,4; 12. **1288.** 1) $3\Delta x$; 3; 2) $10x\Delta x + 5\Delta x^2$; $10x + 5\Delta x$; 3) $8x\Delta x + 4\Delta x^2$; $8x + 4\Delta x$; 4) $(4x + 1)\Delta x + 2\Delta x^2$; $4x + 1 + 2\Delta x$. **1289.** 1) ± 2; 2) 1; 2; 3; 3) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$; 4) $2\pi k$; 5) $\frac{\pi}{4} + \pi k$; 6) нет; 7) 2; 3; 8) нет. **1290.** 1) $x = 3$, $y = x - 3$; 2) $x = -2$, $y = 2x - 4$; 3) $x = \pm 1$. $y = x$. **1291.** 29. **1292.** $16x$. **1293.** 23. **1294.** $8x$. **1295.** $2ax + b$. **1296.** 31,85 м/с. **1297.** 6. **1298.** -2. **1299.** (2; 1). **1300.** $(-1; -1)$, (1; 1). **1301.** (а) 0; (б) -4. **1302.** 0 и $\frac{2}{3}$. **1303.** $y = -4x - 4$. **1304.** $-\frac{3}{4}$. **1305.** 1) $4x + 3$;

2) $15x^2+8x$; 3) $21x^2+4x+3$; 4) $21{,}2x^3+5{,}4x$; 5) $3ax^2+2bx$; 6) $x^4+x^3+x^2$; 7) ax^3+bx^2+cx; 8) $3x^2\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{x}}$; 9) $\left(\frac{1}{2x}+6\right)\sqrt{x}$; 10) $-\frac{(a^2+x)\sqrt{x}}{2ax^2}$; 11) $2(1-8x)$; 12) $18x^2+8x-3$; 13) $30x+1$; 14) $15(3x^2+8x-2)$; 15) $108x^2(x^3-2)$. **1306.** 1) $\frac{5(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$; 2) $-\frac{6x^2}{(1+x^3)^2}$; 3) $\frac{2}{5}-\frac{5}{2x^2}$; 4) $\frac{(x-4)\sqrt{x}}{4x^2}$; 5) $-\frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$; 6) $-\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}-\frac{3}{x^2}$; 7) $-\frac{5}{12}$; 8) $-0{,}7$; 9) $-1\frac{1}{8}$; 10) $\frac{23}{64}$. **1307.** 1) $4\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$; 2) $9\frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. **1308.** $12\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. **1309.** $a=12t-2$; $22\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. **1310.** 1) $y''=10$; 2) $y''=42x+10$; 3) $y''=14{,}4x^2+3x$; 4) $y''=12x^2-8$; 5) $y''=6x(x+3)(5x^2+15x+9)$; 6) $y''=-\frac{1}{4x\sqrt{x}}$; 7) $y''=-\frac{2}{9x^3\sqrt{x^2}}$; 8) $S''=a$. **1311.** 1) Убывает при $-\infty<x<\frac{3}{4}$; возрастает при $\frac{3}{4}<x<\infty$; 2) убывает при $-\infty<x<1$; возрастает при $1<x<\infty$; 3) убывает при $-\infty<x<-2$. возрастает при $-2<x<\infty$; 4) убывает при $-\infty<x<2{,}5$, возрастает при $2{,}5<x<\infty$; 5) возрастает на всей числовой оси; 6) убывает при $-1<x<1$, возрастает при $-\infty<x<-1$ и $1<x<\infty$. **1312.** 7,5 и 7,5. **1313.** $a=2$ см, $h=1$ см. **1315.** $R=2$ см, $h=4$ см. **1316.** $y_{\max}=3\frac{2}{3}$ при $x=2$, $y_{\min}=3{,}5$ при $x=3$. **1317.** $y_{\max}=2\frac{1}{6}$ при $x=-1$, $y_{\min}=-2\frac{1}{3}$ при $x=2$. **1318.** $y_{\max}=\frac{1}{2}$ при $x=1$, $y_{\min}=-\frac{1}{2}$ при $x=-1$. **1319.** 1) $y_{\max}=0$ при $x=0$, $y_{\min}=-1$ при $x=1$; 2) $y_{\max}=17$ при $x=-1$, $y_{\min}=-47$ при $x=3$; 3) $y_{\max}=5$ при $x=0$, $y_{\min}=-76$ при $x=-3$, $y_{\min}=-76$ при $x=3$; 4) $y_{\max}=0$ при $x=-1$, $y_{\min}=-4$ при $x=1$; 5) $y_{\max}=3{,}6$ при $x=0$, $y_{\min}=-\frac{5}{8}$ при $x=-\frac{1}{2}\sqrt{26}$, $y_{\min}=-\frac{5}{8}$ при $x=\frac{1}{2}\sqrt{26}$; 6) $y_{\max}=2$ при $x=0$, $y_{\min}=-2$ при $x=2$; 7) $y_{\max}=2$ при $x=-1$, $y_{\min}=0$ при $x=1$; 8) $y_{\max}\approx 1{,}04$ при $x=-\sqrt{3}$, $y_{\min}\approx -1{,}04$ при $x=\sqrt{3}$.

1320. 1) $c=5$, $a_c=1{,}8$, $b_c=3{,}2$, $h=2{,}4$, $A=36°52'$, $B=53°8'$; 2) $c=25$, $a_c=9$, $b_c=16$, $h=12$, $A=36°52'$, $B=53°8'$; 3) $b=75$, $a_c=80$, $b_c=45$, $h=60$, $A=36°52'$, $B=53°8'$; 4) $a=156$, $a_c=144$, $b_c=25$, $h=60$, $A=67°23'$, $B=22°37'$. **1321.** 1) $c=20{,}9$, $a=16{,}1$, $b=13{,}2$, $h=\sqrt{105}$, $A=50°39'$, $B=39°21'$; 2) $a=2{,}5$, $b=3\frac{1}{3}$, $c=4\frac{1}{6}$, $h=2$, $A=36°52'$, $B=53°8'$; 3) $b=25{,}5$, $c=28{,}9$, $a_c=6{,}4$, $b_c=22{,}5$, $A=28°4'$, $B=61°56'$; 4) $a=40$, $c=41$, $a_c=39\frac{1}{41}$, $b_c=1\frac{40}{41}$, $A=77°18'$, $B=12°42'$. **1322.** 1) $A=52°20'$, $h=0{,}397$, $a_c=0{,}514$, $b=0{,}502$, $c=0{,}82$, $b_c=0{,}307$; 2) $B=71°20'$, $a=6{,}82$, $b=20{,}2$, $a_c=2{,}18$, $b_c=19{,}1$, $h=6{,}46$; 3) $b=33{,}5$, $a_c=11{,}0$, $b_c=28{,}4$, $h=17{,}7$, $A=31°52'$, $B=58°8'$; 4) $c=60{,}4$, $a_c=11{,}3$, $b_c=49{,}1$, $h=23{,}6$, $A=25°40'$, $B=64°20'$. **1323.** 1) $B=50°$, $a=12{,}9$, $b=15{,}3$, $a_c=8{,}3$, $b_c=11{,}7$, $h=9{,}85$; 2) $B=19°46'$, $h=28{,}2$, $a=83{,}5$, $c=88{,}7$, $a_c=78{,}6$, $b_c=10{,}1$; 3) $b=55{,}6$, $a_c=23{,}1$, $b_c=45{,}2$, $h=32{,}3$, $A=35°32'$, $B=54°28'$; 4) $c=4{,}6$, $a_c=2{,}59$, $b_c=2{,}01$, $h=2{,}28$, $A=48°36'$, $B=41°24'$. **1324.** 1) $A=71°55'$, $a=21{,}0$, $b=13$, $r=4{,}7$, $R=11{,}1$, $h_a=12{,}4$, $S=130$; 2) $B=83°30'$, $h_b=5{,}97$, $b=10{,}6$, $r=2{,}39$, $R=5{,}36$, $h_a=7{,}95$, $S=31{,}8$; 3) $B=51°40'$, $a=45{,}9$, $h_a=36{,}0$, $h_b=41{,}3$, $r=12{,}5$, $R=25{,}5$, $S=827$; 4) $A=55°22'$, $b=22{,}7$, $h_a=18{,}7$, $h_b=16{,}5$, $r=5{,}96$, $R=12{,}1$, $S=187$. **1325.** 1) $A=55°23'$, $h_b=19{,}7$, $b=27{,}3$, $r=7{,}16$, $R=14{,}6$, $h_a=22{,}4$, $S=269$; 2) $A=53°45'$, $b=59{,}1$, $h_b=40{,}3$, $h_a=47{,}7$, $r=15{,}0$, $R=31{,}0$, $S=1192$; 3) $A=57°22'$, $a=18{,}6$, $h_b=15{,}6$, $h_a=16{,}8$, $r=5{,}47$, $R=11{,}0$, $S=156$; 4) $A=55°53'$, $a=48{,}3$, $b=54{,}2$, $h_a=44{,}9$, $r=14{,}4$, $R=29{,}2$, $S=1084$. **1326.** 1) $A=65°54'$, $a=24{,}5$, $h_a=18{,}2$, $h_b=22{,}4$, $r=6{,}48$, $R=13{,}4$, $S=224$; 2) $a=48{,}1$, $h_a=46{,}5$, $b=58{,}8$, $B=75°28'$, $S=1118$, $r=14{,}4$, $R=30{,}4$; 3) $B=70°50'$, $a=19{,}5$, $b=22{,}8$, $h_a=18{,}6$, $r=5{,}86$, $R=12{,}05$, $S=182$; 4) $A=11°32'$, $B=156°56'$, $a=10{,}2$, $h_b=2{,}04$, $S=20{,}4$, $r=1{,}01$, $R=25{,}5$; 5) $A=45°$, $B=90°$, $a=h_a=8\sqrt{2}$, $r=8(\sqrt{2}-1)$, $S=64$, $R=8$, $h_b=8$; 6) $B=85°$, $a=58{,}0$, $b=78{,}4$, $h_a=57{,}8$, $S=1718$, $r=17{,}3$, $R=39{,}4$. **1327.** 1) $A=16°26'$, $a=19$, $c=49$, $S=236$; 2) $A=79°37'$, $b=61$, $c=102$, $S=3059$; 3) $B=39°33'$, $a=338{,}6$, $c=327$, $S=35\,250$; 4) $C=67°21'$, $a=148{,}4$, $b=122{,}7$, $S=8400$. **1328.** 1) $c=35{,}7$, $C=95°26'$, $B=52°17'$; $c=12{,}4$, $C=20°$, $B=127°43'$; 2) — 3) нет решения. **1329.** 1) $c=4{,}97$, $A=54°51'$, $B=101°9'$, $S=24{,}4$; 2) $b=1{,}45$, $A=92°49'$, $C=47°51'$, $S=1{,}23$; 3) $A=38°40'$, $C=33°20'$, $b=5{,}02$, $S=4{,}69$; 4) $B=56°6'$, $C=21°6'$, $a=97{,}5$, $S=1457$. **1330.** 1) $A=29°58'$, $B=46°34'$, $C=104°28'$, $S=72{,}6$; 2) $A=9°16'$,

$B = 17° 54'$, $C = 152° 50'$, $S = 0{,}656$; 3) $A = 59° 2'$, $B = 71° 14'$, $C = 49° 44'$, $S = 112$; 4) $A = 50° 50'$, $B = 42° 40'$, $C = 86° 30'$, $S = 78\,100$. **1331.** 120,6 м, 4680 м². **1332.** 64,6 см, 750 см². **1333.** 13,54 см, 79,27 см². **1334.** 19,4 см, 135,3 см². **1335.** 12,08 м, 47,65 м². **1336.** 212,2 м, 27 820 м². **1337.** 65,5 м. **1338.** 4,08 дм, 8,08 дм. **1339.** 8,77 см, $125° 37'$. **1340.** 184,6 м. **1341.** 110,8 м. **1342.** 3,08 м. **1343.** 34,92 дм. **1344.** 6,64 дм. **1345.** 59,67 дм. **1346.** 13 см. **1347.** 38,7 см. **1348.** $\dfrac{4r \operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha} \approx 64{,}7$ см. **1349.** $47° 49'$. **1350.** 1633 м. **1351.** 133,9 м. **1352.** 11,9 м, 117,7 м². **1353.** 0,163 м, 0,0168 м². **1354.** 116,9 м². **1355.** 123 м². **1356.** 298 м². **1357.** 346,9 дм². **1358.** 663,6 м². **1359.** $2a^2 \sin\alpha \sin^2\frac{\alpha}{2} \approx 127{,}1$ дм². **1360.** $2b^2 \sin\alpha \cos^2\frac{\alpha}{2} \approx 70{,}03$ м². **1361.** 255,2 дм². **1362.** $\dfrac{a^2 - b^2}{4}\operatorname{tg}\alpha$. **1363.** $\approx 46{,}5$ дм². **1364.** $\dfrac{R^2}{360}(\pi\alpha - 180 \sin\alpha)$. **1365.** $\dfrac{\pi h^2}{4 \sin^4\frac{\alpha}{4}}$. **1366.** 141,6 дм². **1367.** 47,96 м. **1368.** 2,46 м. **1369.** 10,25 м. **1370.** 16,89 дм. **1371.** 9,4; 8,9; 7,2; 30,1. **1372.** $24° 54'$, $52° 8'$. **1373.** $2R \sin 2\alpha$, $2R \sin\alpha$, $2R^2 \sin^2\alpha \sin 2\alpha$. **1374.** 6,57 см. **1375.** 34,2 см. **1376.** 16,4 см, 54,45 см. **1377.** 61,4 см. **1378.** $\dfrac{4r^2 \cos^2\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\alpha} \approx 198{,}3$ дм². **1379.** $\dfrac{\pi Q \sin\alpha}{4} = 144{,}7$ дм². **1380.** 180π см². **1381.** $\dfrac{4r^2}{\sin\alpha} = 53{,}4$ м².

Глава 11

1382. (а) Один; (б) бесконечное множество. **1384.** 2,8 дм, 3,5 дм. **1385.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **1386.** 4 дм. **1387.** 4 и 8; $28° 57'$. **1388.** 0,65 дм. **1389.** $8\sqrt{2}$. **1390.** $\sqrt{a^2 + b^2}$, $\sqrt{2a^2 + b^2}$ и b. **1391.** Сливаются. **1392.** Если прямые параллельны. **1393.** 6; $6\sqrt{3}$; $2\sqrt{3}$. **1394.** $\sqrt{b^2 - \dfrac{a^2}{3}}$. **1395.** 20 и 16. **1396.** $5\sqrt{2}$. **1397.** $\approx 25{,}7$ дм. **1398.** $a \operatorname{ctg}\varphi$. **1399.** $\operatorname{arctg}\dfrac{r}{p} = 60° 26'$. **1400.** $\operatorname{arctg}\dfrac{2d}{a} = 53° 8'$. **1401.** $70° 32'$. **1402.** $\arccos(\cos\alpha \cos\beta) = 45°$. **1403.** $\operatorname{arctg}\dfrac{h\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}}{abc} = 75° 52'$. **1404.** 1) $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; 2) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; 3) $\dfrac{a}{2}$. **1405.** 1) $\dfrac{2h\sqrt{3}}{3}$; 2) $2h$;

3) $h\sqrt{2}$. **1406.** 14,56 см. **1407.** 1) 20 см; 2) $10\sqrt{3}$ см; 3) $10\sqrt{2}$ см; 4) 0. **1408.** 60°. **1409.** $3\sqrt{3}$. **1410.** 8 см, 17 см. **1411.** $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}}{2}$. **1412.** $\frac{c}{2b}\sqrt{b(3b-c)}$, $3b>c$. **1413.** 120 см. **1414.** 5 см и 8 см. **1415.** 0,3 дм. **1416.** $2m$. **1417.** 3,5 дм и 4,5 дм. **1418.** $1{,}6a$ и $3{,}4a$. **1419.** 30°. **1420.** Бесконечное множество решений. **1421.** Параллельна, пересекается, скрещивается. **1422.** 15 дм. **1423.** 1) Бесконечное множество решений; 2) одно решение. **1424.** 3,5 см. **1425.** 80 см^2. **1426.** $7{,}5\sqrt{2}$ см. **1427.** 73,3 см^2. **1428.** $\sqrt{94}$ см. **1429.** $\approx 3{,}87$ дм. **1430.** 2 см. **1431.** 3,5 дм^2. **1432.** 3,6 дм. **1433.** 36 см. **1434.** $5\sqrt{10}$ см, $5\sqrt{2}$ см, $5\sqrt{6}$ см. **1435.** 6 см. **1436.** 1,3 дм. **1437.** $\sqrt{a^2\sin^2\varphi+b^2\cos^2\varphi}$. **1438.** $\arcsin\frac{c\sin\alpha}{d}=45°$. **1439.** $\sqrt{b^2-a^2}\,\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$, если точки пересечения перпендикуляров с плоскостью лежат по одну сторону от плоскости, проходящей через данный отрезок и перпендикулярной к данной плоскости; $\sqrt{b^2-a^2}\,\frac{\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$, если точки пересечения перпендикуляров с плоскостью лежат по разные стороны от плоскости, проходящей через данный отрезок и перпендикулярной к данной плоскости. **1440.** 41° 25′ и 82° 50′. **1441.** 1) $2\sqrt{2}$ дм; 2) $2\sqrt{3}$ дм; 3) 4 дм. **1442.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **1443.** $5\sqrt{2}$ см. **1444.** 1,4 дм. **1445.** $\approx 17{,}3$ см. **1446.** 3,46 дм. **1447.** 3,5 см. **1448.** $\sqrt{\frac{4b^2+3a^2}{3}}$. **1449.** $a\operatorname{tg}\alpha=5{,}44$. **1450.** $\arcsin\sqrt{\sin^2\alpha+\sin^2\beta}$. **1451.** $\frac{a}{2}\sin 2\alpha\sin\varphi$. **1452.** $S\cos\varphi$. **1453.** $a\sin\alpha\sin\varphi$. **1454.** ≈ 60 см^2. **1455.** 39° 56′. **1456.** 33,35 м^2. **1457.** 36° 52′; 3 м. **1458.** $Q\sin\alpha$; Q. **1459.** 106,4 м^2. **1460.** В разных плоскостях. **1461.** 1) Нет; 2) нет; 3) нет; 4) да. **1462.** 1) Да; 2) нет; 3) да. **1465.** 1) $a\sqrt{2}$; 2) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$; 3) $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$; 4) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$; 5) (а) 70° 32′; (б) тетраэдр —180°, куб —270°. **1467.** 1) $\frac{a}{2}\sqrt{2}$; 2) $\frac{a}{6}\sqrt{3}$; 3) $a^2\sqrt{3}$; 4) (а) $\alpha=109°\,24'$; (б) 240°. **1469.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **1470.** $1:\sqrt{3}$. **1471.** 1) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{a}{2}\sqrt{6}$; 3) a; 4) $\frac{a^2}{2}$. **1472.** a^2. **1473.** $\frac{2}{3}\sqrt{3}$. **1474.** $\sqrt{2}$. **1475.** 1) 138° 12′; 2) $\approx 1{,}9b$; 3) $\approx\frac{4}{5}b$; 4) $5b^2\sqrt{3}$. **1476.** 2) (а) 300°, 324°; (б) 138° 12′, 116° 34′; 3) (а) $\frac{8a}{5}\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$; (б) $\frac{4a}{5}\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$;

(в) $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{25+8\sqrt{5}}{5}}$; (г) $a\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$; (д) $\frac{13a}{20}\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$;

(е) $\frac{17a}{20}\sqrt{\frac{5+2\sqrt{5}}{5}}$; (ж) $\frac{a^2}{4}\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}$; (з) $\frac{289a^2(5+2\sqrt{5})\cdot\sqrt{3}}{8000}$.

1477. Да. **1478.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **1479.** 60°. **1480.** 1 см. **1481.** 45°. **1482.** ≈ 50 см. **1483.** 10,5; 7,5; 5. **1484.** $\approx 9{,}8$ см; 14 см. **1485.** $2\sqrt{65}$ см; $4\sqrt{13}$ см. **1486.** $3a\sqrt{2}$. **1487.** 4 дм; 0,9 дм. **1488.** 21,6 дм^2. **1489.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **1490.** $2a^2\sqrt{3}\cos\frac{\alpha}{2}$; $4a^2\sin\frac{\alpha}{2}$. **1491.** 4; 10; 0. **1492.** (а) 30; (б) 15; (в) 10. **1493.** $7\sqrt{2}$ см, 54 см^2. **1494.** 1,2. **1495.** $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$. **1496.** 6 см. **1497.** $\frac{a}{4}\sqrt{4h^2+3a^2}$. **1498.** 1) $\frac{3a}{4}\sqrt{2b^2+a^2}$; 2) $\operatorname{arctg}\frac{b\sqrt{2}}{a}$. **1499.** 65 см^2. **1500.** 24. **1501.** 3 см. **1502.** 366 см^2. **1503.** 288 см^2. **1504.** $2a(a+2b)\approx 85{,}8$ см^2. **1505.** $48\sqrt{3}$ см^2. **1506.** 192 см^2. **1507.** 72 дм^2. **1508.** 1092 см^2. **1509.** $n\sqrt{3}\sin 2\gamma$. **1510.** $\frac{2+\sqrt{2}}{2}d^2\sin 2\varphi$. **1511.** $8a^2\sin\frac{\beta}{2}\operatorname{tg}\alpha$. **1512.** $d^2\sqrt{2}\sin 2\beta\times$ $\times\sin(45°+\alpha)\approx 393{,}1$ м^2. **1513.** $d^2\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{4}\approx 1963$ м^2. **1514.** $5a^2\operatorname{ctg}36°\cos^2 27°\approx 3092$ м^2. **1515.** $4a^2\operatorname{cosec}\frac{\beta}{2}\cos^2\left(45°-\frac{\alpha}{4}\right)\times$ $\times\sqrt{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}\approx 34\,700$ см^2. **1516.** $\frac{1}{3}a^2\sqrt{3}\sec\alpha\times$ $\times(1+\sqrt{1+\sin^2\alpha})$. **1517.** $10a^2\cos 36°\operatorname{tg}\alpha$. **1518.** $2\sqrt{2}l^2\cos(45°-\alpha)\operatorname{tg}\beta$. **1519.** $3\sin^2 2\alpha$. **1520.** $2b^2\sqrt{2}\cos\left(45°-\frac{\beta}{2}\right)\operatorname{tg}\alpha\cos\frac{\beta}{2}$. **1521.** 18 см. **1522.** 1) $\sqrt{h^2+\frac{a^2}{3}}$; 2) $\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}}$; 3) $\sqrt{h^2+a^2}$. **1523.** 1) $\frac{1}{2}\sqrt{4n^2+\frac{m^2}{3}}=5$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt{4n^2+m^2}\approx 6{,}56$; 3) $\frac{1}{2}\sqrt{4n^2+3m^2}\approx 9{,}85$. **1524.** 6 см. **1525.** 12 см. **1526.** 281,25 см^2. **1527.** $9\sqrt{3}$ см^2. **1528.** $75\sqrt{3}$ см^2. **1529.** 30 см^2. **1530.** $28\sqrt{2}$ см^2. **1531.** $\frac{65}{4}\sqrt{3}$ см^2. **1532.** 2 см. **1533.** 16 см^2. **1534.** 12,5 см^2. **1535.** $11\frac{1}{9}$ см^2 и $44\frac{4}{9}$ см^2. **1536.** 31,25 см^2, 125 см^2, 281,25 см^2. **1537.** $(\sqrt{5}-1):1$. **1538.** 11,25 см. **1539.** 5 см. **1540.** $\frac{mh^2}{a^2}$. **1541.** $\frac{1}{2}a\pm p\sqrt{2}$; $2a$; $\frac{1}{4}(a^2-8p^2)$. Указание. Проведем прямую, соединяющую середины непересекающихся ребер тетраэдра

$\left(\text{длина этой прямой равна } \frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$; секущая плоскость будет перпендикулярна к проведенной прямой.

При $p=0$ в сечении получим квадрат со стороной $\frac{a}{2}$; при $p=\frac{a\sqrt{2}}{4}$ сечение обращается в отрезок прямой; при $0<p<\frac{a\sqrt{2}}{4}$ сечение — прямоугольник. Для определения его сторон найдем сначала части ребра тетраэдра, заключенные между плоскостью квадрата и плоскостью прямоугольника. На основании теоремы: «три параллельные плоскости рассекают две прямые на пропорциональные части» найдем $y=p\sqrt{2}$ $\left(\text{при } y=\frac{a}{2},\ p=\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)$; $x=\frac{1}{2}a\pm y$. y — часть ребра тетраэдра, заключенная между плоскостью квадрата и плоскостью прямоугольника. **1542.** $\frac{1}{2}a\pm\frac{p\sqrt{6}}{2}$; $3a$; $\frac{3\sqrt{3}}{8}(a^2-2p^2)$. Указание. В сечении получаем равноугольный шестиугольник (его углы равны по 120°), каждые три несмежные стороны которого равны между собой; обозначим их через x_1 и x_2 $(x_1>x_2)$; x_1 и x_2 определим способом, указанным в предыдущей задаче. Для определения площади шестиугольника продолжим три его равные стороны, например, три бо́льшие стороны, до взаимного пересечения; тогда искомую площадь S найдем как разность между площадью равностороннего треугольника со стороной x_1+2x_2 и утроенной площадью равностороннего треугольника со стороной x_2, $S=\frac{\sqrt{3}}{4}\left[(x_1+2x_2)^2-3x_2^2\right]=$ $=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(x_1^2+x_2^2+4x_1\cdot x_2\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}\left[(x_1+x_2)^2+2x_1x_2\right]=\frac{\sqrt{3}}{4}\times$ $\times\left[a^2+2\left(\frac{1}{4}a^2-\frac{6}{4}p^2\right)\right]=\frac{3\sqrt{3}}{8}(a^2-2p^2)$. **1543.** $\frac{1}{2}a\sqrt{2}\pm p\sqrt{6}$; $3a\sqrt{2}$; $\frac{3\sqrt{3}}{4}(a^2-4p^2)$. Указание. Плоскость, проходящая через концы трех ребер, выходящих из одной и той же вершины куба, перпендикулярна к его диагонали, выходящей из этой вершины, и делит эту диагональ в отношении 1 : 2. Далее см. указание к предыдущей задаче. **1544.** 7 см. **1545.** 2 дм. **1546.** 65 см. **1547.** 3 см и 5 см. **1548.** 4. **1549.** $\frac{1}{4}(a^2-b^2)$. **1550.** 4 см. **1551.** 2 см. **1552.** $\frac{3}{4}ad$ и $\frac{13}{12}ad$. **1553.** $\frac{11}{4}ak$ и $\frac{299}{144}ak$. **1554.** 144 см². **1555.** 16 см². **1556.** 1) $\frac{3a}{4}\sqrt{4h^2+\frac{a^2}{3}}+\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; 2) $a\sqrt{4h^2+a^2}+a^2$;

3) $\frac{3a}{2}\sqrt{4h^2+3a^2}+\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. **1557.** 45°. **1558.** $\frac{3}{8}d^2\operatorname{tg}\alpha$.

1559. $8l^2\cos\alpha\cos^2\frac{2\alpha}{2}$. **1560.** 0,14 дм. **1561.** 6 дм.

1562. 96,6 см². **1563.** $\frac{3a^2\sqrt{3}\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha}$. **1564.** $6r^2\sqrt{3}\cos^2\frac{\varphi}{2}\sec\varphi$.

1565. $2a^2\sqrt{2}\cos\frac{\alpha}{2}\cos\left(45°-\frac{\alpha}{2}\right)\sec\alpha$. **1566.** $6k^2\sqrt{3}\cos\alpha\cos^2\frac{\alpha}{2}$.

1567. $8h^2\operatorname{ctg}\alpha\cos^2\frac{\alpha}{2}\operatorname{cosec}\alpha$. **1568.** $4b^2\sqrt{2}\sin\frac{\alpha}{2}\cos\left(45°-\frac{\alpha}{2}\right)$.

1569. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\sin(\alpha+30°)\sec\alpha$. **1570.** 26 см². **1571.** 12 см.

1572. 2 см. **1573.** 20 см. **1574.** 1,68 дм². **1575.** 54 дм².

1576. $\frac{3a^2}{8\sqrt{\sin\left(\frac{\varphi}{2}+30°\right)\sin\left(\frac{\varphi}{2}-30°\right)}}$. **1577.** $\frac{n(a+b)}{2}\times$

$\times\sqrt{\frac{(a-b)^2}{4}\operatorname{ctg}^2\frac{180°}{n}+h^2}+\frac{n(a^2+b^2)}{4}\operatorname{ctg}\frac{180°}{n}$. **1578.** Q.

1579. 4 см. **1581.** b. **1582.** $2\operatorname{arctg}\frac{3\pi}{10}$. **1583.** ≈ 902,7 дм².

1584. 120 см². **1585.** 108π см². **1586.** 15 см². **1587.** $2\pi a^2\approx 628$ см².

1588. 60°. **1589.** $4\sqrt{3}$ см. **1590.** $54\sqrt{3}$ см². **1591.** $\frac{\pi Q\sqrt{3}}{3}$.

1592. 12,25 см². **1593.** $\frac{ac}{a-b}$. **1594.** $\frac{4\pi Q}{729}$, $\frac{25\pi Q}{729}$, $\frac{\pi Q}{9}$, $\frac{196\pi Q}{729}$, $\frac{400\pi Q}{729}$. **1595.** $3\pi R^2$. **1596.** $S_{бок}=\frac{\pi l^2}{2}$; $S_{полн}=\frac{3\pi l^2}{4}$.

1597. $S_{бок}=\frac{4\pi h^2}{3}$; $S_{полн}=\frac{5\pi h^2}{3}$. **1598.** 4 см. **1599.** ≈ 4,6 м.

1600. $10\pi\sqrt{3}$ см². **1601.** $S_{бок}=\pi R^2\sec\alpha$; $S_{сеч}=$

$=\frac{R^2\operatorname{tg}\alpha}{\cos\alpha\cos^2\beta}\sqrt{\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}$. **1602.** $2\arcsin\frac{Q}{\pi l^2}\approx 30°$.

1603. 4 м. **1604.** 207° 30′. **1605.** $4\sqrt{3}$ см. **1606.** $50\pi\sqrt{2}$ см.
1607. 9 м². **1608.** $S_{бок}=2650$ см²; $S_{полн}=5782$ см². **1609.** 4240 см².

1610. 100π дм². **1611.** $\arccos\frac{a-b}{c}$. **1612.** 2360 дм³. **1613.** ≈ 96 м².

1614. $abc\sqrt{-\cos 2\alpha}$. **1615.** 144 см³. **1616.** $\frac{1}{3}ab\sqrt{6ab}$.

1617. $4\sqrt{3}$ см³. **1618.** $\frac{3d^3\sqrt{3}}{10\sqrt{5}}$. **1619.** $2d^3\sqrt{2}$. **1620.** $\frac{1}{2}\sqrt{2S_1S_2Q}$.

1621. $\frac{9d^3}{64}$. **1622.** $\frac{3a^3}{8}$. **1623.** $\frac{a^3}{8}$. **1624.** $3d^3\sqrt{2}$. **1625.** 3.

1626. 15,27 м². **1627.** 12 см³. **1628.** $a^2(1+2\sqrt{3}+\sqrt{7})$; $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

1629. $12\sqrt[4]{3}$ дм³. **1630.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}\sqrt{\sin\left(30^\circ-\frac{\alpha}{2}\right)\sin\left(30^\circ+\frac{\alpha}{2}\right)\operatorname{cosec}\frac{\alpha}{2}}$.

1631. $\frac{a^2h}{2}$. **1632.** $d^3\sin^2\beta\sqrt{\cos 2\beta}$. **1633.** 220 см²; 192 см³. **1634.** 135 кг.

1635. $b^3\sin^2\beta\sec 2\beta$. **1636.** $V=d^3\sqrt{\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}\sin\alpha\sin\beta$.

1637. $0{,}75l^3\sqrt{3}\sin\varphi\cos^2\varphi$. **1638.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **1639.** $\frac{3\sqrt{3}k^3\cos^2\alpha\sin\alpha}{8}$.

1640. $\frac{1}{4}mn(m+n)\sin\alpha$. **1641.** $2\pi R^3$. **1642.** $\pi(R^2-r^2)ld$ $(d=7{,}8)$.

1643. 3,56. **1644.** 4. **1645.** ≈ 18 дм³. **1646.** ≈ 0,63 дм³. **1647.** ≈ 4,3 см; ≈ 8,6 см. **1648.** ≈ 690 дм², 3540 дм³. **1649.** ≈ 5,07 дм³. **1650.** 161 см², 113,3 см³. **1651.** $a^2\sqrt{3}$, $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **1652.** $2a^2\sqrt{3}$, $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

1653. 22,26 см³; 54,94 см². **1654.** $a^3\sqrt{3}$. **1655.** 120 см³.

1656. $\frac{1}{6}m^3\operatorname{cosec}2\varphi\operatorname{cosec}\varphi$. **1657.** 900 см³. **1658.** $\frac{2}{3}H^3\operatorname{tg}^2\alpha$.

1659. $\frac{4}{3}h^3\operatorname{ctg}^2\alpha\cos^2\left(45^\circ-\frac{\beta}{2}\right)\operatorname{cosec}\beta$. **1660.** $\frac{m^3\sqrt{3}}{\sin^2\alpha\cos\alpha}$.

1661. $\frac{b^3}{6}\sin\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\beta$. **1662.** $\frac{\sqrt{2}}{3}R^3\operatorname{tg}\alpha$. **1663.** 47 м². **1664.** ≈ 4700 см³.

1665. 9,42 дм³. **1666.** ≈ 116,1 дм². **1667.** ≈ 1,8 дм³. **1668.** ≈ 10,5 см³. **1669.** ≈ 14,5 дм³. **1670.** ≈ 38 см³. **1671.** ≈ 302 см². **1672.** ≈ 75 см³. **1673.** 672 см³. **1674.** 784 см³. **1675.** 672 см³. **1676.** 3 м.

1677. $533\frac{1}{3}$ м³ и 2325 м³. **1678.** 675 м³. **1679.** $8a^2\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin\alpha$.

1680. $10\frac{2}{3}a^3\sin\alpha\left(6\sin^2\frac{\alpha}{2}+\cos^2\alpha\right)$. **1681.** $\frac{9}{4}(a^3-b^3)\operatorname{tg}\alpha$.

1682. 1900 м³. **1683.** $\frac{n(a^3-b^3)\operatorname{ctg}\frac{180^\circ}{n}}{24\sin\frac{180^\circ}{n}}\operatorname{tg}\alpha$. **1684.** 78π см², $129\sqrt{3}\pi$ см³. **1685.** ≈ 7330 см³. **1686.** ≈ 1,47 дм. **1687.** 7 см. **1688.** ≈ 198 см³. **1689.** 7 см. **1690.** $\frac{\pi}{3}(R^3-r^3)\operatorname{tg}\alpha$.

1691. $\frac{7}{6}\pi l^3\sin 2\alpha\cos\alpha$. **1692.** $\frac{7}{6}\pi a^3\sin\alpha\sin\frac{\alpha}{2}=28030$ дм³.

1693. 12740π км. **1694.** 36710 км и 15930 км. **1695.** 3562 км. **1696.** 36π и 108π. **1697.** 24π, 48π, 72π. **1698.** $4\sqrt{5}$. **1699.** 10 см. **1700.** 30 см. **1701.** $2025\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$ см². **1702.** $200\left(5-2\sqrt{3}\right)\pi$ см². **1703.** 25π м². **1704.** 972π см³. **1705.** $10\frac{2}{3}\pi$ см³. **1706.** 45π см³ и 243π см³. **1707.** 112,5π дм³. **1708.** ≈ 40 м³ и ≈ 450 м³. **1709.** $\frac{\sin^2 2\alpha\cos^2\alpha}{2}\approx 0{,}296$. **1710.** $\frac{4}{3}\pi\sqrt{(R^2+r^2+2Rr\cos 2\alpha)^3}\operatorname{cosec}^3 2\alpha$.

1711. 574,6 дм². **1712.** $\frac{a}{2}\sin\alpha\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}$. **1713.** $1\frac{1}{3}$. **1714.** $\approx 523{,}5$ см³.

1715. $\frac{3m\sqrt{3}}{4\pi}\operatorname{ctg}^3\frac{\alpha}{2}\operatorname{tg}\alpha$ дм³. **1716.** $\frac{1}{12}\pi a^3\sin^2 2\alpha$. **1717.** $2\pi d^2\operatorname{ctg}^2\frac{\alpha}{2}$.

1718. $\frac{1}{12}\pi a^3\sqrt{\cos\alpha}\operatorname{cosec}\frac{\alpha}{2}$. **1719.** $\frac{\pi a^3\sin^2\alpha\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}$.

1720. $2\pi a^3\sin 2\alpha\cos\alpha$. **1721.** $\frac{1}{3}\pi h^3\sin(\alpha+\beta)\operatorname{cosec}\alpha\operatorname{cosec}\beta$.

1722. $\frac{2}{3}\pi h^3\sin(\alpha+\beta)\operatorname{cosec}\alpha\operatorname{cosec}\beta$. **1723.** $8\pi h^2\sin\left(15^\circ+\frac{\alpha}{4}\right)\times$

$\times\cos\left(15^\circ-\frac{\alpha}{4}\right)\sec\frac{\alpha}{2}$. **1724.** $2\cos\alpha$. **1725.** $\operatorname{tg}\left(45^\circ-\frac{\alpha}{2}\right)\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{ctg}\alpha$.

1726. $0{,}5\pi d^3\cos\frac{\alpha}{2}\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$. **1727.** $\frac{2}{3}\pi a^3\sin^2\alpha$. **1728.** $\frac{1}{3}\pi(m-n)^2\times$

$\times(m+2n)\sin^2\alpha\sin^2\beta\operatorname{cosec}^2(\alpha+\beta)$. **1729.** $\frac{1}{3}\pi a^3\sin^2\alpha\cos(\alpha-\beta)\sec\beta$.

1730. $\frac{1}{3}\pi a^3\cos\alpha\operatorname{cosec}^2\alpha$. **1731.** $\frac{\pi b^3}{4}$; $\frac{1}{2}\pi b^2\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)$.

1732. $2\pi h^3\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{cosec}\alpha$. **1733.** $\pi p^2\sqrt{2}\sin 2\alpha\operatorname{cosec}(45^\circ+\alpha)$.

1734. $0{,}5\pi m^2\cos\alpha\sec^2\frac{\alpha}{2}$. **1735.** $\frac{1}{6}\pi a^3\operatorname{tg}2\alpha\sec 2\alpha$. **1736.** $\frac{1}{6}\pi c^3\sin^2 2\alpha$.

1737. $\frac{4}{3}\pi(1+\cos^2\alpha)\sqrt{S^3\operatorname{cosec}2\alpha}$. **1738.** $4\pi Q\operatorname{ctg}\left(45^\circ-\frac{\beta}{4}\right)$.

1739. $\frac{1}{3}\pi bc(b+c)\sin\alpha\cos\frac{\alpha}{2}$.

ТАБЛИЦА ЗНАЧЕНИЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

α	sin α	tg α	ctg α	cos α	α
0°	0,000	0,000		1,000	90°
1°	0,017	0 017	57,290	1,000	89°
2°	0,035	0,035	28,636	0,999	88°
3°	0,052	0,052	19,081	0,999	87°
4°	0,070	0,070	14,301	0,998	86°
5°	0,087	0,087	11,430	0,996	85°
6°	0,105	0,105	9,514	0,995	84°
7°	0,122	0,123	8,144	0,993	83°
8°	0,139	0,141	7,115	0,990	82°
9°	0,156	0,158	6,314	0,988	81°
10°	0,174	0,176	5,671	0,985	80°
11°	0,191	0,194	5,145	0,982	79°
12°	0,208	0,213	4,705	0,978	78°
13°	0,225	0,231	4,331	0,974	77°
14°	0,242	0,249	4,011	0,970	76°
15°	0,259	0,268	3,732	0,966	75°
16°	0,276	0,287	3,487	0,961	74°
17°	0,292	0,306	3,271	0,956	73°
18°	0,309	0,325	3,078	0,951	72°
19°	0,326	0,314	2,904	0,946	71°
20°	0,342	0,364	2,747	0,940	70°
21°	0,358	0,384	2,605	0,934	69°
22°	0,375	0,404	2,475	0,927	68°
23°	0,391	0,424	2,356	0,921	67°
24°	0,407	0,445	2,246	0,914	66°

Продолжение

α	sin α	tg α	ctg α	cos α	α
25°	0,423	0,466	2,145	0,906	65°
26°	0,438	0,488	2,050	0,899	64°
27°	0,454	0,510	1,963	0,891	63°
28°	0,469	0,532	1,881	0,883	62°
29°	0,485	0,554	1,804	0,875	61°
30°	0,500	0,577	1,732	0,866	60°
31°	0,515	0,601	1,664	0,857	59°
32°	0,530	0,625	1,600	0,848	58°
33°	0,545	0,649	1,540	0,839	57°
34°	0,559	0,675	1,483	0,829	56°
35°	0,574	0,700	1,428	0,819	55°
36°	0,588	0,727	1,376	0,809	54°
37°	0,602	0,754	1,327	0,799	53°
38°	0,616	0,781	1,280	0,788	52°
39°	0,629	0,810	1,235	0,777	51°
40°	0,643	0,839	1,192	0,766	50°
41°	0,656	0,869	1,150	0,755	49°
42°	0,669	0,900	1,111	0,743	48°
43°	0,682	0,933	1,072	0,731	47°
44°	0,695	0,966	1,036	0,719	46°
45°	0,707	1,000	1,000	0,707	45°
α	cos α	ctg α	tg α	sin α	α

Андрей Емельянович Рудник,
Людмила Александровна Клюева,
Мария Семеновна Мосолова

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ
для техникумов

М., 1974 г., 320 стр. с илл.

Редактор *В. В. Донченко*
Технический редактор *В. Н. Кондакова*
Корректор *Е. А. Белицкая*

Сдано в набор 15/VII 1974 г. Подписано к печати 25/X 1974 г. Бумага 84×108$^{1}/_{32}$, тип. № 1.
Физ. печ. л. 10. Условн. печ. л. 16,8.
Уч.-изд. л. 16,74. Тираж 300 000 экз.
Цена книги 55 коп. Заказ № 257.

Издательство «Наука»
Главная редакция
физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Ордена Трудового Красного Знамени
Ленинградская типография № 2
имени Евгении Соколовой Союзполиграфпрома
при Государственном комитете
Совета Министров СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли.
198052, Ленинград, Л-52, Измайловский проспект, 29